

RECENZJA

**pracy doktorskiej mgr inż. Martyny Rabendy
pt. „Drgania prostokątnych płyt mikro-strukturalnych
z gęstym dwukierunkowym układem żeber”**

1. Informacje ogólne

Podstawą formalną opracowania recenzji jest pismo zlecające z dnia 02 marca 2017 roku Pana dr hab. inż. Marka Lefika, Dziekana Wydziału Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska Politechniki Łódzkiej. Recenzowana rozprawa doktorska wydana została w formie maszynopisu na 150 stronach. Składa się ona z 5 rozdziałów, 1 załącznika oraz spisu literatury obejmującego 147 pozycji. Promotorem pracy jest prof. dr hab. inż. Bohdan Michalak z Politechniki Łódzkiej.

2. Opis pracy i komentarze

W ostatnich latach następuje wzrost stosowania materiałów kompozytowych o strukturze periodycznej w różnych dziedzinach techniki, w tym także w budownictwie. Analiza stanu wyteżenia, przemieszczenia, odkształcenia, a także zjawisk fizycznych zachodzących w konstrukcjach zbudowanych z materiałów kompozytowych o strukturze periodycznej jest z reguły zadaniem trudnym. Stosowane są różne metody obliczeniowe pozwalające, niestety przeważnie tylko w sposób przybliżony, rozwiązywać problemy z zakresu mechaniki i fizyki konstrukcji zbudowanych z takich materiałów. W ostatnich latach rozwijana jest twórczo, głównie w ośrodku łódzkim, ale nie tylko, metoda uśredniania tolerancyjnego zaproponowana przez prof. Czesława Woźniaka. Recenzowana praca dotyczy dynamiki prostokątnych płyt mikro-strukturalnych z gęstym dwukierunkowym układem żeber.

Rozdział pierwszy zatytułowany „Wstęp” zawiera między innymi szczegółowy przegląd literatury dotyczący matematycznego modelowania problemów z zakresu dynamiki ciał o budowie mikrostrukturalnej, w tym także płyt. Szczególny nacisk położono na prace, w których zastosowano metodę uśredniania tolerancyjnego zarówno do ciał zbudowanych z materiałów o własnościach periodycznych jak i funkcyjnej gradacji. Warto podkreślić, na co

zwraca także uwagę Autorka pracy, że w metodzie uśredniania tolerancyjnego uwzględniony jest efekt wymiarów mikrostruktury. Przedmiotem rozprawy są cienkie płyty prostokątne zbudowane z dwóch jednorodnych materiałów, z których jeden stanowi budulec powtarzalnego układu belek wzajemnie prostopadłych, a drugi jest wypełnieniem. Celem rozprawy jest zastosowanie metody uśredniania tolerancyjnego do efektywnego rozwiązania zagadnień dynamicznych wyżej wymienionych płyt prostokątnych o budowie mikrostrukturalnej. W rozdziale tym przedstawiono zakres pracy oraz sformułowano dwie tezy:

- technika tolerancyjnego uśredniania jest efektywną metodą pozwalającą uzyskać uśrednione równania ruchu cienkiej płyty o dwukierunkowej gęstej mikrostrukturze,
- uzyskane uśrednione równania ruchu umożliwiają dobór parametrów materiałowych i budowy płyty na poziomie mikro w celu uzyskania pożądanych częstości drgań swobodnych analizowanej płyty.

W rozdziale drugim przedstawiono podstawy modelowania za pomocą metody tolerancyjnego uśredniania. Podano podstawowe definicje i przyjmowane założenia w metodzie modelowania tolerancyjnego. Przedstawiono model zastosowany model tolerancyjny w kontekście analizowanego problemu oraz podano zastosowane funkcje kształtu oscylacji przemieszczeń dla prostokątnych płyt z dwukierunkową mikrostrukturą.

Najważniejsze elementy rozprawy zawarte są w rozdziałach trzecim i czwartym. Tytuł rozdziału trzeciego „Dynamika płyt nie poddanych działaniu sił normalnych w płaszczyźnie środkowej płyty” budzi pewne zastrzeżenia. W tytule powinno raczej być podane jakie obciążenie działa na płytę, a nie jakie na nią nie działa. Rozdział trzeci zaczyna się od opisu bezpośredniego. Rozważana jest płyta cienka, dla której przyjęto znane założenia Kirchhoffa. Podrozdział pierwszy kończy równanie Eulera-Lagrange’a (3.11), pozwalające wyprowadzić równanie ruchu rozpatrywanej płyty. Szkoda, że po zależności (3.11) Autorka nie podała równania różniczkowego, cząstkowego dla płyty ortotropowej o zmiennych współczynnikach podkreślając, że współczynniki te są periodyczne i nieciągłe. Pozwoliłoby to na zwrócenie uwagi na czym polega trudność rozwiązania problemu. Przyjmując, że przemieszczenie płyty jest sumą przemieszczenia uśrednionego i przemieszczenia oscylującego i stosując metodę tolerancyjnego uśredniania wyprowadzono cząstkowe równanie różniczkowe (3.30) opisujące uśrednione drgania płyty o strukturze periodycznej w dwóch prostopadłych kierunkach. W równaniu tym występują uśrednione moduły sztywności. Wyprowadzenie tych zależności wymagało od Autorki rozprawy ogromnej pracy. Wspomnę tylko, że wyprowadzenie tych zależności przedstawiono na około 30 stronach rozprawy (licząc podrozdział 3.3 i Załącznik

A). W kolejnym kroku szczegółowo rozpatrzono dynamiczne zagadnienie własne dla płyty prostokątnej z periodycznym układem żeber w dwóch kierunkach. Otrzymane wyjściowe równanie różniczkowe dla przemieszczenia uśrednionego jest analogiczne, jak stwierdza Doktorantka, do dynamicznego równania różniczkowego jednorodnej płyty ortotropowej. Otóż jest jednak drobna różnica. W równaniu płyty ortotropowej występują cztery stałe, z których trzy są wzajemnie niezależne. W przedstawionym w pracy równaniu (3.55) występują tylko trzy stałe, gdyż jak wynika z zależności (3.56) mamy $F^{1111}=F^{2222}$. Efektem końcowym przeprowadzonej analizy jest wyrażenie na częstości własne dla płyty uśrednionej, w której uwzględnione są efekty mikrolokalne. Otrzymane wyniki metodą uśredniania tolerancyjnego zostały zweryfikowane metodą elementów skończonych. Do weryfikacji wyników użyto programu Abaqus, który ma budowę modułową. Warto podkreślić, że zamodelowanie płyty prostokątnej o strukturze mikro-periodycznej nie było zadaniem rutynowym. Dla analizowanego przykładu otrzymano dużą zgodność wyników dla pierwszych czterech częstości własnych otrzymanych z metody uśredniania i elementów skończonych. Szkoda, że nie podano ile występuje zmiennych niewiadomych w zastosowanej metodzie elementów skończonych. Kolejnym problemem, którego rozwiązanie przedstawiono w rozdziale trzecim jest zagadnienie własne płyty o funkcyjnej gradacji własności. Przyjęto, że zmianie ulegają szerokości żeber. Dla płyty o zmiennej szerokości żeber wyprowadzono moduły sztywności, które mają charakter funkcyjny. Powoduje to, że równanie uśrednione płyty jest równaniem o zmiennych współczynnikach. W celu uproszczenia Autorka pomija pochodne zmiennych modułów sztywności przyjmując, że są one wolno zmienne. W ogólnym przypadku takie uproszczenie może prowadzić do istotnie różniących się wyników. Nawet po przyjętym uproszczającym założeniu, w równaniu płyty występują funkcyjne współczynniki. Dlatego częstości własne wyznacza się z układu równań algebraicznych, którego rozmiar zależy od liczby przyjętych wyrazów w podwójnym szeregu. Wynika stąd, że dokładność wyznaczonej częstości własnej zależy także od liczby zastosowanych funkcji aproksymujących. W pracy ten aspekt został pominięty. Podobnie jak we wcześniejszym problemie otrzymane wyniki metodą uśredniania tolerancyjnego zweryfikowano stosując MES wykazując bardzo dużą zgodność dla czterech pierwszych częstości.

Wyprowadzone zależności dla częstości własnych płyty stanowiły podstawę do numerycznej analizy wpływu zmiany wybranych parametrów płyty na zmianę wartości tych częstości co przedstawiono na szeregu wykresach. Taka analiza pozwala na racjonalne projektowanie płyty o strukturze periodycznej pod względem dynamicznym.

W rozdziale czwartym zatytułowanym „Dynamika płyt poddanych działaniu sił zewnętrznych w płaszczyźnie środkowej płyty” rozpatrywane są analogiczne problemy jak w rozdziale trzecim przy czym uwzględnione są dodatkowe efekty drugiego rzędu wynikający z dodatkowych momentów zginających generowanych przez siły osiowe. Myślę, że można było przy okazji podać zależności na siły krytyczne powodujące wyboczenie płyty o strukturze periodycznej.

Wnioski końcowe wynikające z przeprowadzonych badań podano w rozdziale piątym. Praca zawiera także obszerny dodatek, w którym wyprowadzono uśrednione moduły sztywności płyty o strukturze mikro-lokalnej.

3. Ocena pracy

W pracy podjęto ważny i ciekawy naukowo problem mający także istotne znaczenie praktyczne, a mianowicie rozwiązanie zagadnienia własnego (określenie częstości własnych) prostokątnej płyty o strukturze periodycznej w dwóch prostopadłych kierunkach. Równanie różniczkowe cząstkowe rozpatrywanej płyty jest równaniem o silnie oscylujących i nieciągłych współczynnikach stąd jego rozwiązanie analityczne w przypadku ogólnym jest niemożliwe. Także na drodze numerycznej trudno jest otrzymać efektywne rozwiązanie szczególnie w przypadku zagadnień dynamicznych. Doktorantka stosując metodę uśredniania tolerancyjnego wyprowadziła dynamiczne równanie różniczkowe płyty uśrednionej o stałych współczynnikach, a w przypadku funkcyjnej gradacji własności płyty równanie o słabo zmiennych współczynnikach. Pozwoliło to Autorce na wyprowadzenie zależności dla częstości własnych płyty prostokątnej swobodnie podpartej na swoim obwodzie. Rozwiązała także problemy dynamiczne płyty obciążonej dodatkowo siłami działającymi w płaszczyźnie płyty, a więc gdy uwzględnia się przy zginaniu efekty drugiego rzędu. Walidacji wyników otrzymanych metodą tolerancyjnego uśredniania dokonano metodą elementów skończonych wykazując bardzo dobrą zgodność otrzymanych rezultatów w obu metodach.

Realizując pracę doktorską jej Autorka wykazała się umiejętnością formułowania zadania naukowego w zakresie dynamiki konstrukcji, dobrą znajomością z zakresu teorii płyt, dynamiki budowli, metody tolerancyjnego uśredniania, metod numerycznych, metody elementów skończonych. Praca zredagowana jest bardzo starannie. Wiele zależności wyprowadzonych w pracy wymagało żmudnych obliczeń szczególnie wzory dla efektywnych modułów sztywności płyty. Przedstawione rozwiązania wymagały dużego nakładu pracy.

4. Wniosek końcowy

W podsumowaniu chciałbym stwierdzić, że przedstawiona rozprawa doktorska mgr inż. Martyny Rabendy pt. „Drgania prostokątnych płyt mikro-strukturalnych z gęstym dwukierunkowym układem żeber” jest samodzielnym rozwiązaniem zadania naukowego i odpowiada wymaganiom stawianym pracom doktorskim i na podstawie Art.13, pkt. 1 Ustawy z dnia 14 marca 2003r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dziennik Ustaw nr 65, poz.598) wnoszę o przyjęcie pracy i dopuszczenie jej do publicznej obrony. Oceniam pracę jako twórczą, obszerną, poprawną merytorycznie, o wysokim stopniu oryginalności. Biorąc pod uwagę oryginalne rozwiązania dynamicznych zagadnień dla prostokątnej płyty swobodnie podpartej o strukturze podwójnie periodycznej, w tym także zmienności gradientowej, szeroki zakres zagadnień rozwiązanych w pracy, a także ogromny nakład pracy jaki włożyła Doktorantka w celu otrzymania efektywnych rozwiązań wnioskuję o wyróżnienie pracy. O wysokim poziomie naukowym recenzowanej pracy świadczy także fakt, że jej elementy publikowane były w pięciu czasopismach naukowych w tym dwie w czasopismach z ministerialnej listy A - „Composite Structure” i „Archives of Civil and Mechanical Engineering”, z listy B - „EngineeringTransactions”, „Vibrations in Physical Systems”. Doktorantka jest także współautorką rozdziału w monografii, a także brała aktywny udział w wielu konferencjach w tym konferencji zagranicznej.

