

dr hab. inż. Izabela Lubowiecka, prof. nadzw. PG  
Katedra Mechaniki Budowli  
Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska  
Politechnika Gdańska  
ul. G. Narutowicza 11/12  
80-233 Gdańsk

Gdańsk, 25. 10. 2017 r.

## RECENZJA

**rozprawy doktorskiej mgr inż. MAGDY KAŻMIERCZAK-SOBIŃSKIEJ**  
**pt. „Wybrane zagadnienia mechaniki cienkich płyt mikrostrukturalnych**  
**o funkcyjnej gradacji własności”**

### 1. Podstawa opracowania recenzji

Niniejszą recenzję rozprawy doktorskiej mgr inż. Magdy Kaźmierczak-Sobińskiej pt. „*Wybrane zagadnienia mechaniki cienkich płyt mikrostrukturalnych o funkcyjnej gradacji własności*” wykonanej pod kierunkiem prof. dr hab. inż. Jarosława Jędrysiaka opracowano na zlecenie Prodziekana Wydziału Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska Politechniki Łódzkiej, dr hab. nt. Artura Zaguły, z dnia 23 czerwca 2017 r.

### 2. Treść rozprawy

Przedstawiona do recenzji praca składa się z pięciu rozdziałów, bibliografii oraz streszczeń w języku polskim i angielskim i liczy łącznie 97 stron.

We wstępie, który stanowi rozdział pierwszy, na tle opisu literatury dotyczącej problemów modelowania płyt cienkich poczynając od czasów Bernoulliego i skupiając się głównie na płytach o strukturze mikroniejednorodnej, zaprezentowano główne zagadnienia zawarte w pracy. Przedstawiono tutaj podstawowy cel pracy, którym jest opis zagadnień dynamicznych oraz stateczności płyt cienkich o poprzecznej funkcyjnej gradacji własności. Do tego celu użyto techniki tolerancyjnego uśredniania, a następnie uzyskane równania zastosowano do analizy drgań własnych i sił krytycznych płyt o budowie periodycznej i płyt o poprzecznej gradacji własności. W zakres pracy wchodzi także porównanie uzyskanych wyników z rezultatami analizy przeprowadzonej metodą elementów skończonych (MES).

W rozdziale tym przedstawiono także krótki opis zawartości poszczególnych rozdziałów pracy oraz spis zastosowanych oznaczeń.

W rozdziale drugim zawarto podstawowe równania teorii płyt cienkich Kirchhoffa oraz podstawy modelowania tolerancyjnego, asymptotycznego i asymptotyczno-tolerancyjnego.

Kolejny, trzeci, rozdział przedstawia zagadnienia drgań i stateczności płyty o funkcyjnej gradacji własności. Sformułowano tu i rozwiązano problem własny stosując metodę Ritz'a. Rozważaniom poddano drgania pasma płytowego o budowie tolerancyjnie-periodycznej, płyty prostokątnej i pasma płytowego na podłożu sprężystym. Następnie przeanalizowano problem wyboczenia w analizowanych płytach, a także wyprowadzono równania siły krytycznej w pasmie płytowym oraz pasmie na podłożu sprężystym.

W rozdziale czwartym przedstawiono wyniki obliczeń analitycznych i numerycznych dotyczących opisywanych w pracy płyt. Obliczenia analityczne przeprowadzono bazując na wyprowadzonych we wcześniejszych rozdziałach równaniach. Jako wyniki porównawcze wykorzystano rezultaty obliczeń numerycznych uzyskanych przy użyciu metody elementów skończonych. W pierwszej kolejności wykonano analizę częstości drgań własnych pasma płytowego przy pięciu różnych funkcjach rozkładu własności materiałowych, przyjmując cztery różne warunki podparcia. Obliczenia wykonano dla modeli tolerancyjnego oraz asymptotycznego pokazując zależności uzyskanych częstości drgań własnych od stosunku modułów Younga oraz gęstości masy materiałów budujących płytę. Na podstawie obydwu modeli uzyskano podobne rezultaty.

Szczegółowa analiza wyników pozwoliła na sformułowanie wniosków uwzględniających badane zależności zachowania się częstości drgań własnych przy rozpatrywanych sposobach podparcia pasma w zależności od rozkładu własności materiału.

Kolejnym poddanym analizie przykładem była płyta kwadratowa podparta przegubowo o różnych w dwu kierunkach funkcjach rozkładu własności, po cztery warianty w każdym kierunku. Zastosowano tu model tolerancyjny i asymptotyczny. W tym przypadku, podobnie jak w analizie pasma płytowego, wykonano obliczenia przy dwu różnych modułach Younga i gęstościach masy. Obydwa budujące płytę materiały przyjęto jako izotropowe. Tutaj także zastosowane modele dały bardzo zbliżone wyniki.

Trzecim badanym w pracy zjawiskiem była siła krytyczna w pasmie płytowym, wykonanym z dwu jednorodnych izotropowych materiałów o różnych modułach sprężystości i gęstościach, opartym na podłożu sprężystym. Pasma rozparzono w czterech wariantach funkcji rozkładu własności z zastosowaniem modelu tolerancyjnego i asymptotycznego oraz przy dwu wartościach sprężystości podłoża. Wskazano na różnice w wynikach uzyskanych z zastosowanych modeli.

Ostatnią część rozdziału czwartego poświęcono porównaniu wyników obliczeń uzyskanych stosując procedurę modelowania tolerancyjnego z obliczeniami numerycznymi metodą elementów skończonych. Do analizy numerycznej zastosowano oprogramowanie komercyjne. Wykonano model płyty o wymiarach 10x50m, której proporcje pozwalają na potraktowanie jej jako pasmo płytowe. Do obliczeń zastosowano czterowęzłowe, powłokowe elementy skończone. Wykonano analizę modalną przy trzech różnych funkcjach rozkładu własności.

Przeprowadzone w pracy rozważania teoretyczne i badania numeryczne pozwoliły na sformułowanie, w rozdziale piątym, wniosków końcowych. Wnioski dotyczyły mechaniki cienkich płyt o funkcyjnej gradacji własności na przykładach wybranych przypadków szczególnych podparcia i własności materiałowych. Po podsumowaniu wskazano na elementy nowatorskie w dysertacji oraz nakreślono kierunki dalszych badań.

W pracy zawarto także spis cytowanej literatury w postaci 138 pozycji polskich i zagranicznych. Literatura bardzo dobrze nawiązuje do problematyki poruszanej w pracy. Jest ona związana głównie z problemami dynamiki i stateczności płyt cienkich, mechaniki płyt o funkcyjnej gradacji własności oraz modelowania tolerancyjnego, asymptotycznego i asymptotyczno-tolerancyjnego.

Na końcu pracy zamieszczono streszczenie w języku polskim i angielskim.

### **3. Ocena rozprawy**

Przedstawiona do oceny rozprawa doktorska dotyczy mechaniki cienkich płyt o funkcyjnej gradacji własności w płaszczyznach równoległych do płaszczyzny środkowej płyty. W szczególności skupia się na analizie drgań własnych i analizie stateczności wybranych szczególnych przypadków wspomnianych wyżej płyt.

Posługując się teorią płyt cienkich Kirchhoffa uzyskuje się bardzo złożone równania, których rozwiązania wymagają stosowania metod uśredniających. W przypadku tej pracy jest to technika modelowania tolerancyjnego. Przedstawia się tu trzy modele możliwe do zastosowania. Są to: pozwalający uwzględnić wpływ wielkości mikrostruktury na poszukiwane wyniki model tolerancyjny; model asymptotyczny, który takiej możliwości nie daje i technika dwuetapowa asymptotyczno-tolerancyjna, która pozwala uwzględnić mikrostrukturę w równaniach uśrednionych.

Do analizy wybranych szczególnych przypadków płyt wybrano metodę Ritz'a. Przeanalizowano różne warunki brzegowe układów oraz różne rozkłady własności materiałowych. Wykazano także spójność wyników uzyskanych przy zastosowaniu różnych

modeli. Dobrym uzupełnieniem obszernej analizy jest odniesienie uzyskanych w ten sposób wyników do wyników numerycznych otrzymanych metodą elementów skończonych. W tym zakresie także uzyskano dobrą zgodność.

Oryginalne elementy pracy stanowią:

- wyprowadzone równania modelu tolerancyjnego, asymptotycznego oraz tolerancyjno-asymptotycznego dla płyt typu FGM;
- zastosowanie wyżej wymienionych równań do analizy drgań własnych i sił krytycznych płyt w wybranych warunkach podparcia;
- odniesienie do rozwiązań numerycznych uzyskanych metodą elementów skończonych.

Uważam, że podjęcie tematyki poruszanej w pracy jest celowe i ma duże znaczenie poznawcze. Przedstawiona przez Doktorantkę analiza jest jednocześnie kompleksowa i szczegółowa. Bardzo ważne wydaje się studium przypadków szczególnych, dla których przedstawiono równania dynamiki i stateczności, i które następnie gruntownie przeanalizowano z uwzględnieniem rozkładu własności materiału płyty. Ponadto na uwagę zasługuje odniesienie wyników analitycznych do numerycznych.

Praca jest merytorycznie poprawna i bardzo starannie, jasno napisana. Układ rozdziałów oraz ich treść dobrze służy czytelności i logice przeprowadzonych wywodów.

## **4. Uwagi krytyczne**

### *4.1. Uwagi ogólne*

- 1) Wydaje się, że w pracy można by pokusić się o przedstawienie rzeczywistego materiału konstrukcyjnego, który mógłby reprezentować analizowane płyty wraz z możliwościami ich zastosowań, co może być interesujące z inżynierskiego punktu widzenia.

Co może być przykładem płyty o takiej budowie?

- 2) W pracy wykorzystano metodę Ritza do uzyskania rozwiązań przybliżonych wyprowadzonych równań płytowych. Jakie inne metody można zastosować w tego typu problemie? Dlaczego wybrano tę metodę i jakie są jej zalety w tym kontekście w stosunku do innych podobnych metod?
- 3) Do porównania uzyskanych wyników stosuje się analizę numeryczną metodą elementów skończonych. Dobrze by było, gdyby w pracy pojawił się rysunek

dyskretyzacji modelu oraz informacja na temat tego jak zdefiniowano własności materiałowe, szczególnie te zmieniające się funkcyjnie.

Czy zastosowano specjalną procedurę automatyzacji definiowania materiału w użytym programie komercyjnym, np. w formie własnej procedury użytkownika?

- 4) Na jasność interpretacji danych zadnia korzystnie wpłynęłoby przedstawienie funkcyjnych zmian własności materiałowych w formie wykresu, zwłaszcza w odniesieniu do granicy materiału, gdzie mogło by się wydawać, że pewne funkcje mogą przyjmować wartość 0.
- 5) Ostatni wniosek na s. 87 wydaje się niefortunnie sformułowany. W obecnej formie ma następujące brzmienie „Wpływ różnic materiałowych, tj. modułów Younga i gęstości masy, powoduje wzrost częstości drgań własnych przy rosnącym współczynniku  $E''/E'$ , natomiast wraz ze wzrostem współczynnika  $\rho''/\rho'$  wartości częstości drgań maleją”. Wydaje się, że lepiej brzmiałby w formie „Różnice materiałowe (...) powodują...”, albo „obserwuje się wpływ różnic materiałowych na...”.
- 6) W tym samym wniosku można by odnieść się do znanego faktu, że częstości drgań własnych rosną przy rosnącej sztywności układu, a maleją wraz ze wzrostem jego masy. Bowiern wspomniany we wniosku wzrost stosunku  $E''/E'$  pociąga za sobą wzrost sztywności całego układu, a wzrost stosunku  $\rho''/\rho'$  powoduje wzrost jego masy.
- 7) Wnioski wynikające z porównania przybliżonych wyników analitycznych z wynikami MES są niejednoznacznie sformułowane. Pierwszy z nich mówi, że wyniki uzyskane z modelu tolerancyjnego są zgodne z wynikami MES, a w ostatnim podano, że wyniki MES są niższe w każdym przypadku. Być może lepiej by było połączyć te dwa wnioski w jeden jednocześnie go precyzując.

#### 4.2. Uwagi szczegółowe

W tekście stwierdzono drobne błędy edycyjne, które zaznaczono w pracy oraz wymienione poniżej usterki:

- W rozdziale czwartym łatwiej by było analizować uzyskane wyniki, gdyby porównywane wielkości były przedstawione w takich samych zakresach (np. na rys. 9 – 15) przynajmniej w przypadku tego samego sposobu podparcia (w innych sytuacjach różnica może być zbyt duża).

- W streszczeniu w języku angielskim pojawia się stwierdzenie „the paper presents...”. Wydaje się, że lepiej by było stosować określenie „thesis” lub „dissertation”.
- W pracy pojawiają się pojęcia „tolerancyjno-periodyczna” oraz „tolerancyjnie-periodyczna”. Być może lepiej by było ujednoczyć nazewnictwo.
- W pracy stosuje się skrót FGM (ang. *functionally graded materials*), ale nigdzie nie pojawia się jego objaśnienie. We wstępie pojawia się natomiast pełna angielska nazwa badanych płyt, z której on wynika, ale bez odniesienia do nazwy skróconej. Skrót wraz z objaśnieniem pojawia się tylko w streszczeniu, które jest umieszczone na końcu pracy.
- Drobne błędy w spisie literatury wskazano w poz.: [26], [45], [59], [61], [68] i [99].

Wszystkie opisane powyżej uwagi nie umniejszają wartości merytorycznej przedstawionej rozprawy ani nie zmieniają pozytywnej opinii Recenzenta.

## 5. Podsumowanie i wniosek końcowy

Przedstawiona do recenzji rozprawa doktorska ma charakter teoretyczny uzupełniony o porównawcze wyniki numeryczne i świadczy o umiejętności mgr inż. Magdy Kaźmierczak-Sobińskiej w zakresie prowadzenia badań naukowych, analizy wyników tych badań, a także modelowania matematycznego i symulacji numerycznych. Opiniowana praca doktorska dowodzi też dobrej znajomości przez jej Autorkę problematyki płyt o funkcyjnej gradacji własności oraz aktualnym stanie prac naukowo-badawczych w tej dziedzinie. Wyróżnia się przy tym kompleksowym ujęciem problematyki oraz umiejętnym łączeniem części teoretycznej i numerycznej. Sposób analizy i rozwiązywania stawianych zagadnień wskazuje także, że Autorka potrafi w pełni wykorzystać swoją wiedzę i umiejętności.

Podsumowując stwierdzam, że opiniowana rozprawa spełnia wymagania stawiane pracom doktorskim przez Ustawę „O stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki” (Dz. U. Nr 65, poz. 595, z dnia 14 marca 2003 roku z późniejszymi zmianami) i dlatego stawiam wniosek o dopuszczenie mgr inż. Magdy Kaźmierczak-Sobińskiej do publicznej obrony. Ponadto uważam, że przedstawiona do opinii praca zasługuje na wyróżnienie.

*J. K. Sobiech*