



POLITECHNIKA ŁÓDZKA  
WYDZIAŁ BUDOWNICTWA, ARCHITEKTURY I INŻYNIERII ŚRODOWISKA  
KATEDRA MECHANIKI KONSTRUKCJI

---

DYNAMIKA SMUKŁYCH KONSTRUKCJI STALOWYCH  
POD OBCIĄŻENIEM O CHARAKTERZE  
STOCHASTYCZNYM

---

ROZPRAWA DOKTORSKA

mgr inż. Klaudia Juszczyk-Andraszyk

Promotor  
prof. dr hab. inż. Marcin Kamiński

Promotor pomocniczy  
dr hab. inż. Jacek Szafran

Łódź 2020



*Składam serdeczne podziękowania mojemu Promotorowi,  
Panu prof. dr. hab. inż. Marcinowi Kamińskiemu za opiekę naukową oraz  
wszelką pomoc okazaną mi podczas realizacji tej pracy.  
W szczególności dziękuję za wnikliwe uwagi merytoryczne, które  
przyczyniły się do powstania ostatecznej wersji rozprawy.*

*Szczególne podziękowania kieruję do Pana dr. hab. inż. Jacka Szafrana,  
mojego promotora pomocniczego, którego pasja i zaangażowanie w pracę  
naukową są dla mnie inspiracją.  
Dziękuję za nieocenioną pomoc udzieloną mi w trakcie przygotowywania  
pracy doktorskiej, niezliczone godziny konsultacji oraz wartościowe  
dyskusje, nie tylko merytoryczne. Przede wszystkim jednak dziękuję za  
okazane mi wsparcie, życzliwość i wyrozumiałość.  
Bez Pana moja praca doktorska nie mogłaby powstać.*

*Pragnę również podziękować moim najdroższym Rodzicom oraz mojemu  
mężowi Adamowi za ich nieustanne, bezgraniczne wsparcie i motywację,  
a także za cierpliwość. W szczególności dziękuję mojej Mamie za nigdy  
niegasnącą wiarę we mnie.*



---

# Spis treści

---

<b>1. Przedmiot, cel i zakres pracy</b>	9
1.1. Przedmiot pracy	9
1.2. Cel i zakres pracy	11
1.3. Tezy pracy	18
<b>2. Projektowanie, optymalizacja i niezawodność konstrukcji wieżowych w kontekście stacji bazowych telefonii komórkowych</b>	20
2.1. Przegląd literatury	21
2.1.1. Badania niszczące	21
2.1.2. Oddziaływanie wiatru na konstrukcje wieżowe	26
2.1.3. Zagadnienia dynamiczne kratowych konstrukcji wieżowych	29
2.1.4. Optymalizacja i niezawodność	31
2.2. Wieżowe stacje bazowe – rozwiązania konstrukcyjne	35
2.2.1. Geometria konstrukcji wieżowych	36
2.2.2. Węzły	41
2.2.3. Fundamenty	54
2.2.4. Typoszeregi wież	60
2.2.5. Stacje bazowe zlokalizowane na wieżach	61
2.2.6. Wzmacnianie konstrukcji wieżowych	66
<b>3. Badania niszczące konstrukcji w skali naturalnej</b>	72
3.1. Cel badań eksperymentalnych	72
3.2. Przeprowadzony eksperyment	73
3.2.1. Teren badań	73
3.2.2. Badana konstrukcja	74
3.2.3. Fundamenty	77
3.2.4. Imperfekcje geometryczne	78
3.2.5. Przebieg badania	80
3.2.6. Mechanizm zniszczenia konstrukcji	83
3.2.7. Pomiary sił przekrojowych	86
3.2.8. Badania laboratoryjne parametrów materiałowych stali	101
3.2.9. Pomiary geodezyjne	104
3.2.10. Podsumowanie przeprowadzonych badań	108

---

<b>4. Implementacja komputerowa</b>	110
4.1. Wybrane metody określania niezawodności konstrukcji inżynierskich	110
4.1.1. Metoda symulacyjna Monte Carlo	110
4.1.2. Metoda półanalityczna	113
4.1.3. Uogólniona metoda perturbacji stochastycznej	114
4.2. Wybrane miary niezawodności	121
4.2.1. Wskaźnik niezawodności	121
4.2.1.1. Wskaźnik niezawodności Cornella	122
4.2.1.2. Wskaźnik niezawodności Hasofer-Linda	126
4.3. Metoda elementów skończonych w zagadnieniach dynamiki konstrukcji – metoda Hilbera, Hughesa i Taylora	132
4.4. Aproksymacja funkcji odpowiedzi metodą najmniejszych kwadratów	134
<b>5. Stalowe konstrukcje inżynierskie poddane dynamicznym obciążeniom stochastycznym</b>	137
5.1. Dynamiczna odpowiedź stalowego komina	137
5.1.1. Oddziaływanie wiatru	138
5.1.2. Model prętowy	139
5.1.3. Model powłokowy	140
5.1.4. Rezultaty	142
5.2. Niezawodność stalowej, kratowej wieży telekomunikacyjnej określona w oparciu o nośność wyboczeniową krawężników	147
5.2.1. Kratowe wieże telekomunikacyjne w ujęciu stochastycznym	147
5.2.2. Niezawodność układów konstrukcyjnych przy losowym wzbudzeniu dynamicznym	149
5.2.3. Analiza numeryczna	151
5.2.3.1. Szacowanie obciążenia wiatrem	152
5.2.3.2. Kalibracja modelu MES	156
5.2.3.3. Modelowanie wzbudzenia dynamicznego	164
5.2.3.4. Weryfikacja zaproponowanego modelu MES	165
5.2.3.5. Szacowanie niezawodności	170
5.3. Niezawodność stalowej, kratowej wieży telekomunikacyjnej określona w oparciu o nośność węzłów	176
5.3.1. Połączenia kołnierzone w konstrukcjach wieżowych	176
5.3.2. Analiza numeryczna	177
5.3.2.1. Modelowanie węzłów konstrukcji	180

---

5.3.2.2. Analiza niezawodności	182
5.4. Niezawodność stalowej, kratowej wieży telekomunikacyjnej w stanie granicznym użyteczności	192
5.4.1. Analiza numeryczna	192
5.4.2. Parametry statystyczne i szacowanie niezawodności	192
<b>6. Projektowanie smukłych konstrukcji stalowych za pomocą skalibrowanych częściowych współczynników bezpieczeństwa</b>	199
6.1. Przykłady obliczeniowe	201
6.1.1. Przykład 1 – komin	201
6.1.2. Przykład 2 – kratowe wieże telekomunikacyjne	201
6.2. Procedura kalibracji częściowych współczynników bezpieczeństwa	203
6.2.1. Przykład 1	203
6.2.2. Przykład 2	204
6.3. Rezultaty	205
6.3.1. Przykład 1	205
6.3.2. Przykład 2	208
<b>7. Podsumowanie i wnioski</b>	214
<b>8. Literatura</b>	218





---

# Rozdział 1

## Przedmiot, cel i zakres pracy

---

### 1.1. Przedmiot pracy

Jeszcze do niedawna dominowało w budownictwie deterministyczne ujęcie zagadnień bezpieczeństwa budowli. W obliczeniach konstrukcji posługiwano się nominalnymi (normowymi) wartościami charakteryzującymi własności materiałów i obciążeń. Duże wartości globalnych współczynników bezpieczeństwa, uproszczone metody obliczeń i ogólny stan wiedzy przyczyniły się do akceptacji opinii, że jest możliwe i pożądane projektowanie konstrukcji absolutnie bezpiecznych. Dziś akceptowanym jest pogląd, że niewielkie ryzyko awarii każdej budowli jest nieuniknione, a podstawowe zmienne uwzględniane w procesie projektowania są w różnym stopniu niepewne. Niepewności te związane są z naturalną zmiennością właściwości mechanicznych materiałów budowlanych, obciążeń oraz wymiarów geometrycznych elementów konstrukcji. Mogą również wynikać z braku pełnej informacji o rzeczywistych charakterystykach zmiennych podstawowych, a także z metod gromadzenia, opracowywania i analizy wyników obserwacji i badań doświadczalnych. Istnieje także grupa niepewności związana z modelami matematycznymi opisującymi reakcje konstrukcji na oddziaływania [Woliński i Wróbel, 2001]. Analiza niezawodności nawet najprostszych obiektów budowlanych, wskazuje zatem na zróżnicowane rodzaje losowości. Konsekwencją losowego charakteru obciążeń, nośności i błędów obliczeń jest dość oczywiste stwierdzenie, że deterministyczne metody analizy niezawodności konstrukcji są niewystarczające [Gwóźdź i Machowski, 2011]. Należy jednak pamiętać, że w praktyce inżynierskiej istotna jest równowaga pomiędzy dostatecznie dokładnymi obliczeniami, pozwalającymi na optymalne i jednocześnie bezpieczne zaprojektowanie konstrukcji, a stosowaniem metod łatwych w użyciu, dających pomimo zgrubnych wyników i znacznych zapasów bezpieczeństwa stosunkowo szybkie odpowiedzi.

Obecnie rozwijane są teorie i modele probabilistyczne, które pozwalają uwzględnić w analizie wspomniane powyżej losowości. Dzięki nieustannemu zwiększaniu się możliwości obliczeniowych komputerów i algorytmów numerycznych, a także z uwagi na wzrost zainteresowania projektantów tematyką optymalizacji konstrukcji przy jednoczesnym zachowaniu odpowiedniego poziomu jej bezpieczeństwa, stosuje się coraz bardziej wyrafinowane metody uwzględniania losowości w obliczeniach konstrukcji i szacowania ich niezawodności, również w praktyce inżynierskiej. Modele probabilistyczne cechują się jednak znaczną złożonością, zarówno jeśli chodzi o oszacowanie prawdopodobieństwa awarii konstrukcji, jak i stworzenia odpowiedniego modelu do analizy losowej,

wymagają również odpowiedniego przygotowania merytorycznego inżynierów, co sprawia, że wciąż są mało popularne [Winkelmann, 2013].

Podejście probabilistyczne jest szczególnie pożądane przy analizie konstrukcji, których zasadnicze obciążenie jest zmienne w czasie, takich jak kominy, maszty czy wieże telekomunikacyjne. Oddziaływanie wiatru, na które budowle te z uwagi na swoją smukłą, lekką formę są bardzo wrażliwe, ma również charakter dynamiczny. Prędkość wiatru w ustalonym punkcie przestrzeni jest bardzo skomplikowanym, chaotycznym przebiegiem czasowym. Wierna próba opisanego przebiegu deterministyczną funkcją czasu jest praktycznie zadaniem niemożliwym do wykonania. Prędkość wiatru w ustalonym punkcie przestrzeni powinna być zatem rozpatrywana w kategoriach losowych funkcji czasu (procesów stochastycznych) [Flaga, 2008].

Dynamikę smukłych konstrukcji stalowych zdecydowano się w niniejszej pracy rozpatrywać na przykładzie stalowych kominów i kratowych wież telekomunikacyjnych. Obiekty te doskonale wpisują się w tematykę pracy, zarówno biorąc pod uwagę ich charakterystyki geometryczne, jak również kluczowe dla tych konstrukcji oddziaływania wiatru, będące przykładem obciążeń o charakterze zarówno silnie stochastycznym jak i dynamicznym. Jednocześnie, z uwagi na to, iż praca opiera się w głównej mierze na poszukiwaniu i implementacji procedur obliczeniowych, zakres i dobór analizowanych konstrukcji wydaje się być wystarczający.

Powodem, dla którego w niniejszej pracy uwagę poświęcono probabilistycznym miarom niezawodności w odniesieniu przede wszystkim do kratowych wież telekomunikacyjnych, jest także wciąż rosnąca liczba tych konstrukcji na terenie naszego kraju. Rozwój telekomunikacji w przeciągu ostatnich czterech dekad był tak gwałtowny, że ogólnodostępne usługi, które dziś przyjmujemy za oczywiste, były w latach 70 i 80 XX wieku poza wyobrażeniami inżynierów. Wszystko zaczęło się, kiedy James Clark Maxwell, w latach 60 XIX wieku odkrył fale elektromagnetyczne i zasugerował, że mogą podróżować z prędkością bliską prędkości światła. Niedługo później Heinrich Hertz znalazł sposób na wytwarzanie i wykrywanie fal elektromagnetycznych, które później nazwał „falami radiowymi”. Tak zwana technologia pierwszej generacji (1G) została po raz pierwszy zastosowana przez Amerykanów i Europejczyków pod koniec lat 40 i 50 XX wieku. Był to bardzo prymitywny sposób komunikacji bezprzewodowej, ponieważ dane przesyłane były w postaci sygnałów analogowych. Pomimo tego, że transmisja zawierała dużo zakłóceń, był to nadal przełom w dziedzinie telekomunikacji [Paudel i Bhattarai, 2018]. Dziś telekomunikacja to nie tylko bezprzewodowa łączność telefoniczna, ale przede wszystkim internet, który jest obecny w coraz to nowych obszarach naszego życia. Postępujący nieustannie rozwój tej dziedziny inżynierii niesie ze sobą, co oczywiste, zapotrzebowanie na rozbudowę infrastruktury telekomunikacyjnej.

Stacje bazowe telefonii komórkowych w dużej mierze lokalizowane są na stalowych konstrukcjach wieżowych, których optymalizacja przy jednoczesnym zapewnieniu wymaganego poziomu bezpieczeństwa, z uwagi na ilość wznoszonych obiektów oraz ich typizację, wydaje się być istotnym zagadnieniem z punktu widzenia ekonomii. Jak najbardziej dokładne określenie faktycznego poziomu

niezawodności istniejących wież telekomunikacyjnych jest także ważną kwestią, pozwala bowiem na uniknięcie wzmocnienia konstrukcji, co wiąże się, biorąc pod uwagę skalę zjawiska, z niemałymi oszczędnościami.

## 1.2. Cel i zakres pracy

**Celem niniejszej pracy jest przede wszystkim potwierdzenie zasadności stosowania analizy dynamicznej, w której obciążenie ma charakter stochastyczny, do rozpatrywania problemów niezawodności lekkich, smukłych konstrukcji inżynierskich.** Celem pracy jest także potwierdzenie słuszności stosowania uogólnionej metody perturbacji stochastycznej do analizy zagadnień nieliniowych o charakterze dynamicznym, jak również zaproponowanie algorytmu obliczeniowego służącego do szacowania niezawodności konstrukcji, przy uwzględnieniu oddziaływania zmiennego w czasie (w szczególności oddziaływania wiatru), który będzie możliwy do zastosowania w praktyce inżynierskiej. Za cel postawiono również gruntowne rozpoznanie aktualnego stanu wiedzy dotyczącego zagadnień zarówno dynamiki lekkich, smukłych konstrukcji, ich optymalizacji oraz niezawodności, jak również kwestii dotyczących szacowania oddziaływania wiatru, czego intencją była identyfikacja obszarów mało rozpoznanych. Jako zamierzenie niniejszej pracy wskazać można również zebranie i usystematyzowanie wiedzy z zakresu rozwiązań konstrukcyjnych kratowych wież telekomunikacyjnych, także pod kątem wymagań technologicznych, uwzględniającej spostrzeżenia wynikające z praktyki inżynierskiej, dotyczące projektowania, realizacji oraz wzmocnienia tego rodzaju konstrukcji.

Trzon niniejszej rozprawy stanowi, jak podkreślono powyżej, analiza niezawodności smukłych, stalowych konstrukcji inżynierskich. W niniejszej pracy, do przeprowadzenia analiz zdecydowano się wykorzystać stalowy komin oraz wieże telekomunikacyjne, jako obiekty wpisujące się w tytułową definicję. Rozważane są zarówno modele MES prętowe jak i powierzchniowe, co wskazywać ma na uniwersalność zaproponowanej metodologii obliczeniowej w odniesieniu do procesu projektowania oraz oceny konstrukcji istniejących. Rozpatrywane są różne warunki stanowiące o przekroczeniu wymaganego poziomu niezawodności konstrukcji, co podkreśla możliwość przełożenia zaprezentowanej w niniejszej rozprawie procedury obliczeniowej na szerokie spektrum problemów inżynierskich. Wykorzystana w obliczeniach funkcja wzbudzenia wiatru może zostać zastąpiona dowolną zależnością, w szczególności pochodzącą z pomiarów in situ dla lokalizacji analizowanej konstrukcji, co dowodzi uniwersalności procedury. Zaproponowana metodyka może zostać wykorzystana do wszelkiego rodzaju konstrukcji inżynierskich, w których wzbudzenie dynamiczne odgrywa istotną rolę.

Znaczącym elementem rozprawy są przeprowadzone badania w pełnej skali konstrukcji. Pokazano w jaki sposób można wykorzystać tego rodzaju eksperymenty do późniejszych analiz numerycznych. Zaproponowano kalibrację modeli komputerowych, uwzględniającą pomiary prowadzone podczas badań: imperfekcje geometryczne elementów wieży oraz pomiary przemieszczeń wybranych punktów

zlokalizowanych na jej kratowym trzonie, a także pomiary niwelacyjne podpór konstrukcji. W wieżowych konstrukcjach kratowych, z uwagi na smukłość ich elementów, problemem jest zwykle wyboczenie prętów. W eksperymentach numerycznych wykorzystano informacje dotyczące mechanizmu zniszczenia wieży uzyskane podczas badań pełnoskalowych, wskazujące na nośność wyboczeniową krawężnika jako decydującą o niezawodności konstrukcji.

Praca składa się z ośmiu rozdziałów.

**Rozdział 1** stanowi wprowadzenie w tematykę poruszaną w rozprawie doktorskiej. Przedstawiono tu przedmiot pracy, jej główne cele oraz zakres, który obejmuje.

Rozdział ten definiuje problem niepewności parametrów, które brane są pod uwagę w procesie projektowania, takich jak zmienność właściwości mechanicznych materiałów, losowość obciążeń czy niepewność wymiarów geometrycznych konstrukcji. Wskazuje się również metody gromadzenia i opracowywania danych, a także modele matematyczne jako źródła wspomnianych niepewności. Sygnalizuje się tutaj przewagę analizy uwzględniającej różnego rodzaju losowości, zauważając jednocześnie pewne trudności wynikające z tego rodzaju podejścia obliczeniowego.

Jako bezsprzecznie losowe oddziaływanie wskazuje się tutaj obciążenie wiatrem, które ma szczególnie istotny wpływ na konstrukcje lekkie i smukłe, takie jak kominy, kratowe wieże, maszty i budynki wysokie. Zwraca się tu uwagę na wieże telekomunikacyjne, które stanowią przykład obiektów na podstawie których rozważano problematykę dynamiki konstrukcji inżynierskich. Naświetlono tu pokrótce powody, dla których podjęto w rozprawie tematykę tych konstrukcji, wskazując m. in. na dynamiczny rozwój telekomunikacji, a co za tym idzie infrastruktury telekomunikacyjnej.

W drugiej części rozdziału nakreślono główne cele pracy oraz jej szczegółowy zakres. Tekst podzielono na części, z których każda opisuje poszczególne tematy przewodnie w odniesieniu do rozdziałów, w których zostały omówione.

Na końcu rozdziału znajduje się sformułowanie tez pracy.

**Rozdział 2** podejmuje tematykę projektowania, optymalizacji i niezawodności konstrukcji wieżowych w kontekście stacji bazowych telefonii komórkowych.

We wprowadzeniu do rozdziału zwraca się uwagę na różnice pomiędzy podejściem klasycznym do projektowania a podejściem probabilistycznym. Wskazuje się na powody, dla których projektowanie z uwzględnieniem analizy dynamicznej i ujęcia stochastycznego oddziaływań powinno być wprowadzone do praktyki inżynierskiej.

Pierwsza część rozdziału poświęcona została przeglądowi literatury. Podzielono ją na cztery podrozdziały, w których zamieszczono informacje na temat aktualnego stanu wiedzy oraz prowadzonych badań w zakresie eksperymentów pełnoskalowych i laboratoryjnych, szacowania oddziaływania wiatru, badań nad dynamiką konstrukcji inżynierskich oraz ich optymalizacją i niezawodnością.

Wskazano zalety badań pełnoskalowych konstrukcji oraz możliwości, jakie ze sobą niosą. Przedstawiono je jako znakomite źródło wiedzy o zachowaniu się konstrukcji pod obciążeniem (również niszcącym), a także podstawę do kalibracji modeli numerycznych. Przytoczono badania przede wszystkim wież transmisyjnych prowadzone w pełnej skali konstrukcji, a także omówiono pokrótce ich rezultaty. Wspomniano także o eksperymentach numerycznych, prowadzonych m. in. w celach porównawczych. Poza badaniami mającymi na celu identyfikację modeli zniszczenia i określenie nośności konstrukcji, przytoczono również te, które zgłębiały pracę połączeń, a także testowały wzmocnienia istniejących już konstrukcji. Zwrócono uwagę na potencjał tych ostatnich, z uwagi na dynamicznie rozwijającą się technologię i infrastrukturę telekomunikacyjną. Na podstawie przeprowadzonego przeglądu literatury dotyczącej badań konstrukcji wieżowych stwierdzono, że większość z nich to wieże transmisyjne, badania wież telekomunikacyjnych są wciąż rzadkością.

W podrozdziale dotyczącym zagadnień związanych z oddziaływaniem wiatru omówiono parametry, a także czynniki geograficzne i topograficzne, które należy uwzględnić przy szacowaniu tego obciążenia. Przedyskutowano tu sposoby określania obciążenia wiatrem na konstrukcje wieżowe, m. in. badania w tunelach aerodynamicznych, które są jednym z bardziej dokładnych źródeł informacji. Przytoczono tu źródła literaturowe opisujące tego rodzaju testy, zarówno w odniesieniu do całych, przeskalowanych konstrukcji, ich fragmentów, jak i standardowego wyposażenia wież telekomunikacyjnych. Zwrócono uwagę na trudności i wątpliwości pojawiające się przy określaniu oddziaływania wiatru na konstrukcje kratowe. Poza badaniami tunelowymi omówiono również literaturę dotyczącą pomiarów wiatru in situ oraz publikacje traktujące o rozwijaniu i udoskonalaniu procedur analitycznych.

Wskazano na zasadność uwzględniania w analizach obciążenia wiatrem jako oddziaływania o charakterze dynamicznym, a także odpowiednich charakterystyk dynamicznych konstrukcji. Przytoczono pozycje literaturowe podejmujące tematykę dynamiki i tłumienia konstrukcji.

Omówiono problematykę optymalizacji konstrukcji wieżowych przy jednoczesnym zapewnieniu odpowiedniego poziomu ich niezawodności. Przytoczono publikacje, w których autorzy starają się znaleźć odpowiedzi na pytania dotyczące najkorzystniejszego układu skratowania czy też najlepszych przekrojów elementów konstrukcyjnych, biorąc pod uwagę czynniki ekonomiczne i wydajność konstrukcji. Omówiono prace dotyczące poszukiwania optymalnej topologii konstrukcji wieżowych, a także te, w których badano pracę połączeń poszczególnych elementów. Podjęto tematykę modelowania niezawodności lekkich konstrukcji kratowych przy zastosowaniu różnego rodzaju technik numerycznych, w tym analizy probabilistycznej czy metody Monte Carlo.

Druga część rozdziału drugiego skupia się w całości na rozwiązaniach konstrukcyjnych wieżowych stacji bazowych. Pokazano na co należy zwracać uwagę przy projektowaniu tego rodzaju konstrukcji, również pod kątem technologicznym. Nakreślone są tu różnice pomiędzy konstrukcją wieżową a masztową, a także zaprezentowane ich wady i zalety pod kątem wyboru konstrukcji wsporczej pod urządzenia stacji bazowej. Omówiono geometrię wież kratowych, rodzaje wykratowania ścian, a także przekroje z jakich wykonywane są ich poszczególne elementy. Wskazano na wady i zalety

poszczególnych kształtowników, przy czym szczególną uwagę zwrócono na przekroje rurowe, które z uwagi na postęp technologiczny i prowadzone badania skutkujące poszerzeniem wiedzy w tematyce pracy tych profili, stały się elementami powszechnie stosowanymi w konstrukcjach typu wieżowego. Osobny podrozdział poświęcono połączeniom w konstrukcjach wieżowych. Zaprezentowano różnego rodzaju rozwiązania, które zilustrowano za pomocą obszernej dokumentacji fotograficznej. Połączenia poszczególnych segmentów (połączenia pomiędzy krawężnikami), połączenia krawężników ze skratowaniem wieży, a także połączenia z kotwami fundamentowymi zostały przeanalizowane przede wszystkim pod kątem wykonawczym. Omówiono różne rodzaje fundamentów stosowanych jako zakotwienie konstrukcji wieżowych w gruncie, w szczególności powszechnie stosowane fundamenty płytowe i stopowe. Poruszono także tematykę typizacji wież oraz problematykę zaprojektowania wieży uniwersalnej. W kontekście stacji bazowych zaprezentowano różnego rodzaju rozwiązania stosowane w praktyce, umożliwiające umieszczenie na wieżach urządzeń telekomunikacyjnych, takich jak anteny i moduły radiowe, wraz z niezbędnym okablowaniem. Pokazano realizacje zarówno konstrukcji wsporczych jak i galerii technicznych oraz drabin wjazdowych, umożliwiających swobodny, bezpieczny dostęp do urządzeń w celu obsługi stacji. Wskazano na co, poza względami wytrzymałościowymi, należy zwrócić uwagę przy projektowaniu wieży, tak aby spełnić wymagania stacji bazowej. Przytaczane przykłady opatrzone obszerną dokumentacją fotograficzną.

Ostatnia część niniejszego rozdziału dotyczy wzmocnienia konstrukcji wieżowych. Wskazano na zasadność zainteresowania projektantów tym tematem, a także zwrócono uwagę na prawidłową identyfikację elementów, których nośność po wykonaniu rozbudowy stacji bazowej będzie niewystarczająca. Przytoczono podstawowe wymagania, jakie należy spełnić przy projektowaniu wzmocnień konstrukcji wieżowych, a także aspekty wykonawcze, na które należy zwrócić szczególną uwagę, również w kontekście ekonomicznym. Zaprezentowano kilka najczęściej spotykanych na terenie Polski konstrukcji wieżowych wraz ze stosowanymi rozwiązaniami ich wzmocnienia.

**Rozdział 3** stanowi omówienie przeprowadzonego badania niszczącego konstrukcji wieżowej w jej naturalnej skali.

Jest to rezultat współpracy z dr. hab. inż. Jackiem Szafranem nad projektem badawczym jego autorstwa, zatytułowanym „*Networks Towers Reinforcement Cost Optimisation*”, który dotyczył badań połowych stalowych, kratowych wież telekomunikacyjnych, przeprowadzonych dla sześciu niezależnych obiektów. Prace badawcze trwały od czerwca 2014 r. do czerwca 2016 r., a ich rezultaty można znaleźć w opublikowanych wspólnie artykułach [Szafran i inni, 2015; Szafran i inni, 2016; Szafran i inni, 2017a; Szafran i inni, 2017b; Szafran i inni, 2018; Szafran i inni, 2019; Szafran i inni, 2020].

Rozdział rozpoczyna się krótkim wprowadzeniem dotyczącym badań niszczących w naturalnej skali, wraz z omówieniem celów przeprowadzonego testu, który stanowił część większego projektu, polegającego na kontrolowanym zniszczeniu sześciu konstrukcji wieżowych różnego typu. W niniejszej rozprawie szczegółowo opisano jeden ze wspomnianych eksperymentów.

Opisane zostały przygotowania do badań, w szczególności powody konieczności ich realizacji na utwardzonym placu o odpowiednich gabarytach. Omówiono szczegółowo konstrukcję badanej wieży, a także prefabrykowany fundament, zaprojektowany i wykonany na potrzeby testów. Uwagę zwrócono na imperfekcje geometryczne pomierzone przed badaniem, które później wykorzystano w celu kalibracji modeli obliczeniowych w eksperymentach numerycznych. Opisano szczegółowo przebieg eksperymentu, polegającego na zasymulowania zewnętrznego oddziaływania wiatru przy użyciu stalowej liny, zamocowanej na drugim końcu do holownika. Zreferowano sposób doboru wysokości, na której przyłożono podczas eksperymentu obciążenie. Omówiono rezultaty przeprowadzonego badania oraz informacje, które na jego podstawie uzyskano, tj. przede wszystkim mechanizm zniszczenia konstrukcji, a także siły przekrojowe w poszczególnych elementach wieży, które poznano dzięki umieszczonym na nich czujnikom elektrooporowych. Porównano nośność eksperymentalną (wartość siły, która wystąpiła w wyboczoną krawężniku wieży tuż przed utratą jego stateczności) z wartością teoretyczną nośności wyboczeniowej krawężnika, obliczoną na podstawie obowiązujących kodów projektowych. Przedstawiono tu także wyniki badań laboratoryjnych parametrów materiałowych stali określone w statycznej próbie rozciągania, a także ich podstawowe statystyki. Na koniec omówiono pomiary geodezyjne prowadzone przed i po badaniu, a także podczas jego trwania, dotyczące m. in. niwelacji kotew fundamentowych i pomiarów niwelacyjnych stóp wieży w trakcie doświadczenia, osiowego ustawienia urządzenia generującego obciążenie, pomiarów pionowości wieży przed doświadczeniem, czy wreszcie monitorowania wychyleń trzonu wieży w trakcie oraz po badaniu, w odniesieniu do wartości siły w linie. Rozdział kończy krótkie podsumowanie przeprowadzonego badania.

**Rozdział 4** jest rozdziałem teoretycznym, poświęconym w całości omówieniu dobrze znanych metod numerycznych, wskaźników oraz procedur obliczeniowych wykorzystanych w niniejszej rozprawie.

W pierwszej części tego rozdziału omówione zostały wybrane metody określania niezawodności konstrukcji inżynierskich. Nakreślono metodę symulacyjną Monte Carlo oraz metodę półanalityczną, które potraktowane są w niniejszej pracy jako procedury referencyjne, a także uogólnioną metodę perturbacji stochastycznej, która stanowi główną technikę wykorzystywaną w rozprawie. Przybliżono definicję wskaźnika niezawodności, który stosowany jest jako podstawowa miara niezawodności konstrukcji inżynierskich, przy czym zreferowano dwie różne jego koncepcje: wskaźnik liniowy Cornella i kwadratowy Hasofer-Linda.

W kolejnej części rozdziału zawarte zostało omówienie metody elementów skończonych w zagadnieniach dynamiki konstrukcji, przy czym szczególną uwagę poświęcono metodzie całkowania równań ruchu HHT- $\alpha$ . Rozdział kończy prezentacja zagadnienia aproksymacji funkcji odpowiedzi metodą najmniejszych kwadratów oraz analiza wrażliwości funkcji aproksymującej.

**Rozdział 5** jest w opinii autorki **najbardziej istotną częścią rozprawy**. Zawiera on opis przeprowadzonych obliczeń dotyczących szacowania niezawodności konstrukcji inżynierskich przy zastosowaniu analizy dynamicznej oraz obciążenia o charakterze stochastycznym. Podjęte badania

numeryczne mają na celu potwierdzenie tez rozprawy sformułowanych w rozdziale otwierającym pracę.

Wszystkie przeprowadzone w przykładach numerycznych obliczenia i analizy, a także obróbka danych wyjściowych zostały przeprowadzone przy użyciu komercyjnego oprogramowania Autodesk Robot Structural Analysis 2016, Idea Statica v. 9.0 oraz Maple v. 16.

W pierwszej części rozdziału analizowana jest konstrukcja stalowego komina o wysokości ok. 40,0 m. Rozpatrywane są dwa modele konstrukcji: prętowy, dla którego obciążenie wiatrem określono jako stałe w czasie (model statyczny), oraz powierzchniowy, gdzie oddziaływanie wiatru zaimplementowano za pomocą funkcji wzbudzenia, w której zmienną w czasie jest prędkość wiatru. W obu przypadkach średnia bazowa prędkość wiatru wynosiła 22,0 m/s. Omówiono oszacowanie oddziaływania wiatru na podstawie obowiązujących norm projektowych. Przedstawiono parametry całkowania równań ruchu, które zostały przyjęte do obliczeń. Określono podstawowe parametry statystyczne odpowiedzi konstrukcji w postaci przemieszczeń wierzchołka komina: wartości oczekiwane, współczynniki zmienności, skośność i kurtozę. Porównano podejście statyczne oraz dynamiczne, wykazano i omówiono różnice. Celem niniejszego przykładu było przede wszystkim wskazanie poprawności zaproponowanej procedury stochastycznej metody elementów skończonych do określenia podstawowych statystyk rozkładu, oraz zwrócenie uwagi na różnice pomiędzy wynikami otrzymanymi z analizy statycznej i dynamicznej.

W drugiej części rozdziału podjęto tematykę niezawodności kratowej wieży telekomunikacyjnej, określonej w oparciu o nośność wyboyczeniową krawężników. Analizowana w przykładzie numerycznym konstrukcja była identyczna jak ta, która została poddana testom w pełnej skali. Eksperyment numeryczny jest w pełni poświęcony analizie dynamicznej prowadzonej w zdefiniowanym przedziale czasu, a głównym jego celem jest określenie zależnych od czasu fluktuacji wskaźnika niezawodności przy dynamicznym wzbudzeniu wiatrem.

Omówiono zagadnienie kratowych wież telekomunikacyjnych w ujęciu stochastycznym oraz kwestie losowego wzbudzenia dynamicznego układów konstrukcyjnych. Zreferowano uwzględnione w analizie numerycznej założenia i parametry. Szczegółowo opisana została tu procedura szacowania obciążenia wiatrem konstrukcji wieży telekomunikacyjnej wraz z jej standardowym wyposażeniem, bazująca na obowiązujących normach projektowych. Istotną kwestią, której poświęcono uwagę w tej części rozdziału, jest budowa i kalibracja modelu MES analizowanej konstrukcji wieżowej. Rzetelnie omówiono imperfekcje geometryczne oraz podatność podpór, które wprowadzono do modelu, bazując na pomiarach rzeczywistej konstrukcji przed badaniem niszcącym oraz w trakcie badania. Zaprezentowano i omówiono wyniki przemieszczeń wybranych punktów pomiarowych zlokalizowanych na kratowym trzonie wieży w zestawieniu z ich odwzorowaniem w modelach MES, celem wyboru modelu najbardziej odpowiadającego zachowaniu konstrukcji rzeczywistej.

Opisano tu przeprowadzoną procedurę doboru odpowiedniego stopnia wielomianu aproksymującego, wykorzystywanego jako funkcja odpowiedzi konstrukcji. Jako warunki optymalizacji zastosowano maksymalizację korelacji oraz minimalizację błędu średniokwadratowego. Na podstawie



przeprowadzonej analizy stwierdzono, że dla zdecydowanej większości rozważanych punktów czasowych najbardziej odpowiedni jest wielomian dziewiątego stopnia.

Istotnym zagadnieniem poruszonym w tej części rozdziału było sprawdzenie, czy zaproponowana metoda perturbacji stochastycznej może być stosowana w analizie SMES nieliniowych problemów dynamicznych z losowym wzbudzeniem Gaussa. Jako metody referencyjne zaproponowano symulację Monte Carlo o liczbie prób losowych równej 100 tysięcy, oraz metodę półanalityczną. Szukając odpowiedzi porównano wartości oczekiwane, współczynniki zmienności, skośność i kurtozę rozkładu odpowiedzi konstrukcji - siły ściskającej w krawężniku wieży, w wybranym punkcie czasowym.

Obliczono statystyki rozkładu prawdopodobieństwa dla sił ściskających w dolnym krawężniku wieży oraz wskaźniki niezawodności Hasofera-Linda dla całego analizowanego spektrum. Na podstawie otrzymanych wyników sformułowano spostrzeżenia i wnioski.

Głównym celem przykładu numerycznego przedstawionego w tej części rozdziału jest obserwacja i analiza wskaźników niezawodności w wybranym przedziale czasu w odniesieniu do wartości zmiennej losowej (prędkości wiatru) oraz odpowiedzi konstrukcji (siły przekrojowej w krawężniku).

W trzeciej części rozdziału rozważa się niezawodność kratowej wieży telekomunikacyjnej określoną w oparciu o nośność jej rozciąganych węzłów.

Celem zadania jest przede wszystkim analiza wpływu fluktuacji funkcji wzbudzenia na odpowiedź konstrukcji oraz wartości wskaźników niezawodności w odpowiednich punktach czasowych.

Procedura obliczeniowa wykorzystana w niniejszym przykładzie numerycznym jest analogiczna jak w przypadku przykładu opisanego w drugiej części rozdziału, z tą różnicą, że warunkiem determinującym niezawodność konstrukcji jest tutaj nośność połączeń, a analizowany kierunek oddziaływania wiatru ma w związku z tym przeciwny zwrot.

Rozważa się tu dwa połączenia znajdujące się w dolnym segmencie wieży: połączenie kołnierzone pomiędzy krawężnikami segmentów oraz węzeł łączący skratowanie z krawężnikiem. Zasadniczą częścią niniejszego eksperymentu numerycznego jest analiza strukturalna połączeń wykonana za pomocą metody elementów skończonych bazującej na komponentach. Wykorzystano do tego celu modele powierzchniowe węzłów utworzone w programie Idea Statica v. 9.0 oraz analizę nieliniową sprężysto-plastyczną. Zbadano stan naprężeń występujący w połączeniach, wskazując połączenie kołnierzone jako element bardziej wrażliwy na działanie sił rozciągających. Omówiono szczegółowo naprężenia występujące w poszczególnych komponentach połączeń, zwracając uwagę na elementy o największym stopniu wykorzystania wytrzymałości.

Wykonuje się tu analizę wskaźników niezawodności w obserwowanym spektrum czasu w odniesieniu do współczynników zmienności prędkości wiatru oraz naprężeń występujących w węzłach. Kluczowa jest obserwacja parametrów statystycznych oraz wskaźników niezawodności dla wybranych punktów czasowych o tej samej wartości prędkości wiatru, w zestawieniu z punktem o jej maksymalnej wartości występującej w analizowanym przedziale czasu.

W czwartej części rozdziału poruszono tematykę niezawodności kratowej wieży telekomunikacyjnej w odniesieniu do jej stanu granicznego użytkowania. W przeprowadzonej analizie obserwuje się tym razem przemieszczenia wierzchołka konstrukcji.

Celem przykładu numerycznego jest obserwacja statystyk oraz wskaźników niezawodności w odniesieniu do przemieszczeń wierzchołka wieży, dla różnych wejściowych współczynników zmienności. Zastosowano algorytm obliczeniowy oraz parametry analizy analogiczne jak w eksperymentach numerycznych przedstawionych w drugiej i trzeciej części niniejszego rozdziału.

**Rozdział 6** zawiera opis analizy kilku smukłych konstrukcji stalowych: komina oraz trzech wież telekomunikacyjnych o podobnej strukturze, różniących się wysokością. Celem zadania jest kalibracja częściowych współczynników bezpieczeństwa, które stosowane są powszechnie w podejściu normowym do zapewnienia odpowiedniego poziomu bezpieczeństwa projektowanej konstrukcji, na podstawie wskaźników niezawodności. Procedura ta ma na celu ułatwienie projektowania konstrukcji o określonym poziomie niezawodności za pomocą analizy dynamicznej, w sposób inżynierski.

Stosuje się uproszczoną procedurę kalibracji częściowych współczynników bezpieczeństwa dla przykładu numerycznego dotyczącego komina, która ma na celu weryfikację poprawności metody. Rozbudowana wersja algorytmu zaaplikowana została do przykładów dotyczących konstrukcji wieżowych. Rozważania podzielone zostały na dwie części. W pierwszej zakłada się, że znane są wymagane poziomy niezawodności konstrukcji określone za pomocą wskaźników niezawodności, dla których wyznacza się odpowiadające im częściowe współczynniki bezpieczeństwa, w zależności od współczynnika zmienności prędkości wiatru. W drugiej części analizy częściowe współczynniki bezpieczeństwa zostały oszacowane dla wskaźników niezawodności zależnych bezpośrednio od wskaźników wariancji, w wyniku czego wszystkie obserwowane parametry zadania są od siebie zależne.

Dokonuje się dokładnej analizy uzyskanych wyników, oraz formułuje się wnioski.

**Rozdział 7** zawiera spostrzeżenia, jakie poczyniono na podstawie przeprowadzonych eksperymentów numerycznych zaprezentowanych w rozprawie, oraz wnioski wyciągnięte z podjętych badań.

Potwierdzono tu również słuszność wszystkich tez postawionych w rozdziale pierwszym.

**Rozdział 8** jest zbiorem literatury z jakiej korzystano przy sporządzaniu niniejszej pracy, a także norm projektowych, które przywołuje w swojej treści rozprawa.

### 1.3. Tezy pracy

Na podstawie przeprowadzonych analiz rozpoznawczych aktualnego stanu wiedzy, dotyczącego zagadnień poruszanych w niniejszej dysertacji, formułuje się następujące **tezy rozprawy**:

1. **Zasadne jest szacowanie niezawodności lekkich, smukłych konstrukcji inżynierskich, w szczególności kratowych wież telekomunikacyjnych, przy wykorzystaniu analizy dynamicznej, w której obciążenie ma charakter stochastyczny.**
2. Uogólniona metoda perturbacji stochastycznej może być z powodzeniem i zadowalającą dokładnością stosowana w analizie nieliniowych problemów dynamicznych z losowym wzbudzeniem Gaussa, w odniesieniu do szacowania niezawodności stalowych, kratowych konstrukcji wieżowych.
3. W jaki sposób kalibracja modeli obliczeniowych z wykorzystaniem informacji pozyskanych z badań konstrukcji w pełnej skali, w szczególności implementacja podatności podpór konstrukcji oraz imperfekcji geometrycznych do modelu MES, wpływa na wyniki analizy?
4. W jaki sposób dobór odpowiedniego stopnia wielomianu funkcji aproksymującej zestaw danych wejściowych wpływa na wyniki analizy?
5. Połączenie metody perturbacji stochastycznej, stosowanej w celu wyznaczenia wskaźników niezawodności, i procedury kalibracji współczynników bezpieczeństwa może stanowić algorytm służący do projektowania konstrukcji o odpowiednim poziomie niezawodności, przy uwzględnieniu oddziaływań dynamicznych o charakterze stochastycznym.

W kolejnych rozdziałach pracy zawarte jest udowodnienie wyżej sformułowanych tez. Przedstawiono algorytmy procedur szacowania niezawodności konstrukcji, w odniesieniu do jej wytrzymałości oraz warunków stawianych bezawaryjnemu użytkowaniu. Zaproponowano wykorzystanie częściowych współczynników bezpieczeństwa do określenia poziomu obciążeń, odpowiadającemu wymaganemu dla danej konstrukcji poziomowi niezawodności. Omówiono przeprowadzone analizy oraz ich wyniki, a także zaproponowane na ich podstawie wnioski końcowe.

---

## Rozdział 2

### Projektowanie, optymalizacja i niezawodność konstrukcji wieżowych w kontekście stacji bazowych telefonii komórkowych

---

Dążenie do optymalizacji konstrukcji inżynierskich, ich efektywnego i ekonomicznego projektowania jest dziś nie tyle pożądane, co biorąc pod uwagę wymogi rynku - konieczne. Optymalizacja geometrii, kształtu i wymiarów elementów oraz parametrów fizycznych i wytrzymałościowych z uwagi na minimum kosztów i maksimum nośności jest powszechnie stosowana w procesie projektowania [Stocki, 1999]. Konstrukcja optymalna musi jednocześnie być zdolna do przenoszenia obciążeń wynikających z jej przeznaczenia przez cały projektowany czas jej pracy, oraz bezwzględnie spełniać wymogi bezpieczeństwa, zapewniając określony poziom niezawodności. W codziennej praktyce projektowej powyższe kryteria spełnia się zwykle poprzez stosowanie obowiązujących w danym kraju standardów projektowych. Parametry materiałowe i geometryczne konstrukcji są w rzeczywistości w pewnym zakresie zmienne – obarczone tolerancjami lub niepewnościami, które mogą wynikać m. in. z niedokładności produkcyjnych, defektów strukturalnych czy degradacji materiału. Obciążenia działające na konstrukcje są często oddziaływaniami dynamicznymi, które nierzadko mają losowy, chaotyczny charakter. Normy zawierają zestaw wytycznych, pozwalających na wprowadzenie zbioru współczynników, zastępujących wiedzę o określonym stopniu losowości lub zmienności w czasie wspomnianych cech [Winkelmann, 2013]. Takie podejście nie zawsze jest jednak wystarczające. Z jednej strony możliwe jest wystąpienie większej zmienności parametrów niż ta, która była brana pod uwagę w procesie projektowania zgodnie ze specyfikacjami, powodując mimo należytego zastosowania się do procedur normowych awarię obiektu [Vrouwenvelder, 2002]. Z drugiej strony natomiast, podejście to może dla szczególnego przypadku powodować przeszacowanie obciążeń czy też niedoszacowanie nośności konstrukcji, nie gwarantując tym samym wykorzystania w pełni jej możliwości. Szukając rozwiązań pozwalających uzyskać bardziej precyzyjne informacje na temat odpowiedzi konstrukcji, lepiej dostosowane do konkretnego jej rodzaju oraz faktycznie działających na nią obciążeń, rozwija się obecnie nowe techniki projektowania, optymalizacji i szacowania niezawodności konstrukcji. Należą do nich przede wszystkim wciąż udoskonalane teorie i modele probabilistyczne, pozwalające na modelowanie wspomnianych niepewności za pomocą odpowiednio dobranych zmiennych losowych bądź pól losowych. Wprowadza się także analizy dynamiczne, uwzględniające niestałość poszczególnych parametrów w czasie, a także modele bazujące na informacjach pozyskanych z rzeczywistych, pełnoskalowych konstrukcji i ich zachowania w środowisku, dla którego zostały przeznaczone. Informacje te pozyskuje się badając i rzetelnie

analizując istniejące konstrukcje, w szczególności te, które uległy awarii, a także przeprowadzając kontrolowane eksperymenty i badania niszczące. Te ostatnie, z przyczyn oczywistych, stanowią z punktu widzenia projektowania najcenniejsze źródło wiedzy.

Konstrukcje należy kształtować w taki sposób, aby przy jak największej nośności koszty ich wytworzenia, utrzymania i eksploatacji były jak najniższe, oraz aby jednocześnie zapewnić odpowiedni pułap bezpieczeństwa. Jest to złożony proces, który wiąże się zwykle ze znacznymi nakładami czasu oraz niemałymi kosztami. Nie zawsze jest on ekonomicznie opłacalny. Istnieją jednak konstrukcje nietypowe, o dużym stopniu skomplikowania, gdzie minimalizacja kosztów budowy i jednocześnie gwarancja bezpieczeństwa ich użytkowników jest bardzo istotna, jak również obiekty powtarzalne, wznoszone na dużą skalę w tej samej formie, której optymalizacja powoduje w zakresie globalnym duże oszczędności. Do tych drugich z całą pewnością można zaliczyć obiekty infrastruktury telekomunikacyjnej, takie jak maszty czy wieże. W przypadku tego typu konstrukcji, mała oszczędność dla pojedynczej realizacji pozwala na znaczne korzyści ekonomiczne dla całości przedsięwzięcia. Wynika to wprost z jego skali, np. tysiąc takich samych konstrukcji wchodzących w skład sprawnie działającej sieci telekomunikacyjnej.

## 2.1. Przegląd literatury

### 2.1.1. Badania niszczące

Prace badawczo-rozwojowe prowadzone w zakresie obiektów infrastruktury telekomunikacyjnej koncentrują się na kilku obszarach: optymalizacji produkcji, wytwarzaniu i prefabrykacji konstrukcji, modyfikacji opisów analitycznych dotyczących ich zachowania pod wpływem obciążenia, opracowaniu złożonych analiz numerycznych oraz badaniach eksperymentalnych realizowanych na modelach w warunkach laboratoryjnych lub - co jest szczególnie ważne - w pełnej skali. Różnorodność problemów napotykaną przy projektowaniu i analizowaniu wież telekomunikacyjnych została opisana w pracy pt. „*The past 20 years of telecommunication structures in Portugal*” [Travanca i inni, 2013]. Istotną trudnością dotyczącą nowoczesnej praktyki inżynierskiej jest porównanie różnych standardów projektowych, których zapisy mają niepodważalny wpływ na ocenę nośności. Eksperymenty wykonywane na konstrukcjach w ich naturalnej skali są znakomitym źródłem wiedzy, zwłaszcza jeśli chodzi o ich zachowanie się pod obciążeniem niszczącym bądź jemu bliskim. Jest to szczególnie ważne w przypadku konstrukcji inżynierskich budowanych na dużą skalę, a także lekkich, prętowych konstrukcji stalowych, gdzie pojawiają się liczne imperfekcje geometryczne i materiałowe nieliniowości. Badania eksperymentalne w przeciwieństwie do symulacji komputerowych mogą stanowić podstawę do kalibracji modeli numerycznych oraz doskonalenia procedur analitycznych. Pozwalają one uwzględnić specyficzne parametry rozpatrywanego obiektu bądź jego części, tj. złożoną geometrię, interakcję pomiędzy elementami itp. Badania takie, choć drogie i trudne do przeprowadzenia, pozwalają na uzyskanie wyników niedostępnych w inny sposób.

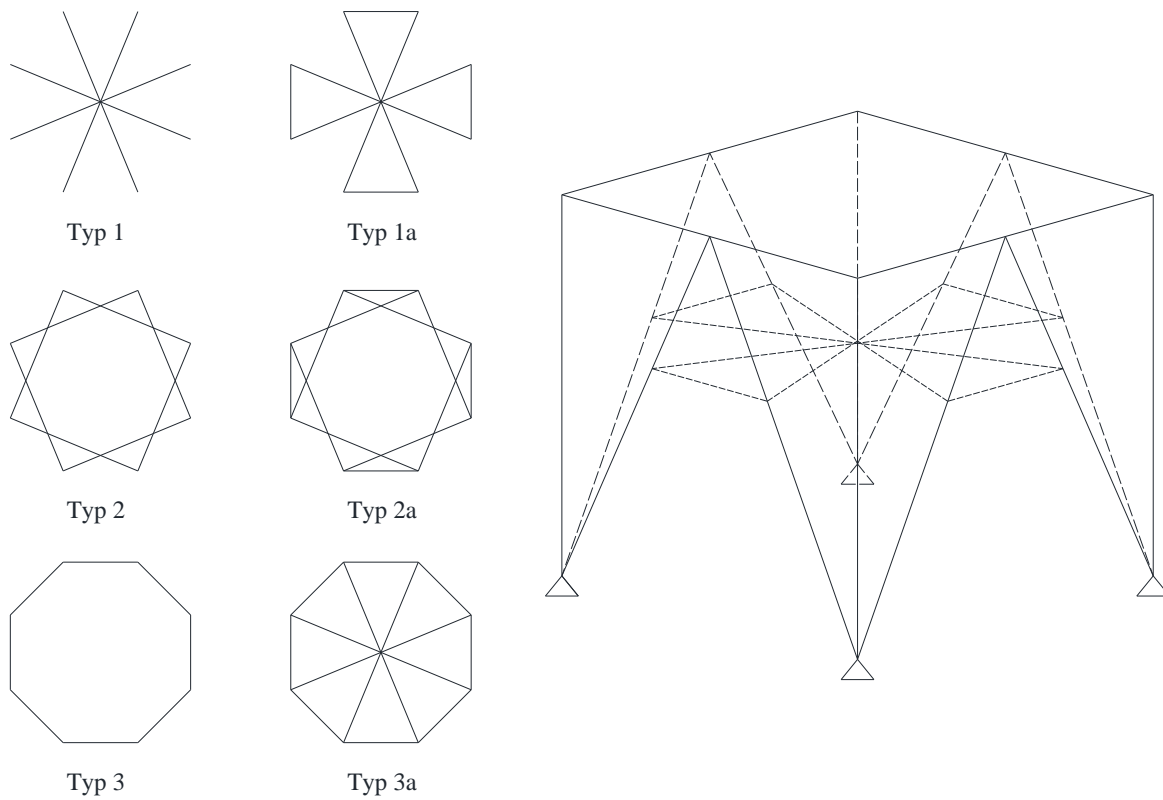
W zakresie lekkich, smukłych konstrukcji inżynierskich stają się one coraz bardziej popularne, mimo to w odniesieniu do wież telekomunikacyjnych wciąż są raczej rzadkością.

Istnieje natomiast wiele udokumentowanych przykładów badań niszczących prowadzonych na konstrukcjach wsporczych linii transmisyjnych, które swoją budową, rodzajem wykorzystywanych elementów konstrukcyjnych oraz typów połączeń są zbliżone do wież telekomunikacyjnych, różnią się natomiast znacznie jeśli chodzi o obciążenia, do których przeniesienia są przeznaczone. Tego rodzaju badania są zwykle porównywane z analizami komputerowymi, często wykorzystującymi Metodę Elementów Skończonych, a także formułami analitycznymi. Poznanie modeli zniszczenia i rzeczywistej nośności wież jest niezwykle istotne z punktu widzenia dokładnej oceny ich niezawodności oraz projektowania skutecznych metod ograniczania awarii. Testy w pełnej skali przeprowadzone na wieżach transmisyjnych, uwzględniające wpływ mimośrodowego obciążenia elementów, a także wpływ poślizgu w połączeniach zakładkowych, zostały wykonane i opisane przez Jianga [Jiang i inni, 2011]. Obliczenia dotyczące znacznej części wież kratowych prowadzone są przy zastosowaniu liniowej analizy sprężystej, natomiast liczne mimośrodowe konstrukcyjne, nieliniowości geometryczne oraz różnorodność i charakter stosowanych w tych konstrukcjach połączeń sprawiają, że analiza taka nie jest właściwa, co potwierdziły wyniki wskazanych powyżej badań. Ukazały one duże różnice w nośnościach konstrukcji oraz modelach ich zniszczenia w porównaniu z rezultatami otrzymanymi z klasycznej analizy liniowej. Poślizg w złączach radykalnie zwiększa odkształcenia wież kratowych oraz wpływa na ich nośność, co jest trudne do uwzględnienia w tradycyjnej analizie. Do podobnych wniosków doszli Ramalingam i Jayachandran opracowując procedurę analityczną uwzględniającą dodatkowe przemieszczenia wierzchołka konstrukcji, spowodowane poślizgiem śrub oraz deformacjami blach węzłowych [Ramalingam i Jayachandran, 2016]. Badania eksperymentalne dotyczące śrubowych połączeń krawężników wież transmisyjnych są również tematem pracy „*Experimental and numerical analysis of a bolted connection in steel transmission towers*” [Baran i inni, 2016]. W artykule opisano rezultaty testów prowadzonych na rozciąganych złączach pomiędzy elementami o różnym przekroju poprzecznym, w różnych konfiguracjach, porównując wyniki z analizą numeryczną bazującą na MES. Autorzy szczególną uwagę zwrócili na te połączenia krawężników wież, w których łączone elementy różnią się geometrią, czego wynikiem jest niewspółosiowość w przekazywaniu sił. W swoich rozważaniach autorzy wzięli również pod uwagę poślizg śrub, którego uwzględnienie w modelu obliczeniowym daje rezultaty bardziej zbliżone do tych otrzymanych drogą eksperymentalną. W pracach autorstwa Prasada i Asgariana udokumentowane zostały pełnoskalowe badania wież transmisyjnych, podczas których obserwowano modele zniszczenia oraz zachowanie się konstrukcji pod obciążeniem [Prasad i inni, 2010; Prasad i inni, 2012; Asgarian i inni, 2016]. Z uwagi na charakterystykę tych konstrukcji – przestrzenne kratownice wykonane ze smukłych elementów, najczęściej w postaci kątowników, ich zniszczenie następuje poprzez wyboczenie jednego z nich, co zwykle pociąga za sobą deformacje sąsiednich prętów. Dla testowanych przypadków wykonano modele komputerowe, które po odpowiedniej kalibracji są pomocne w ocenie nośności i niezawodności oraz identyfikacji najsłabszego ogniwa przy projektowaniu konstrukcji tego typu bądź podobnych. Zbliżone badania prowadził Prasad Rao ze

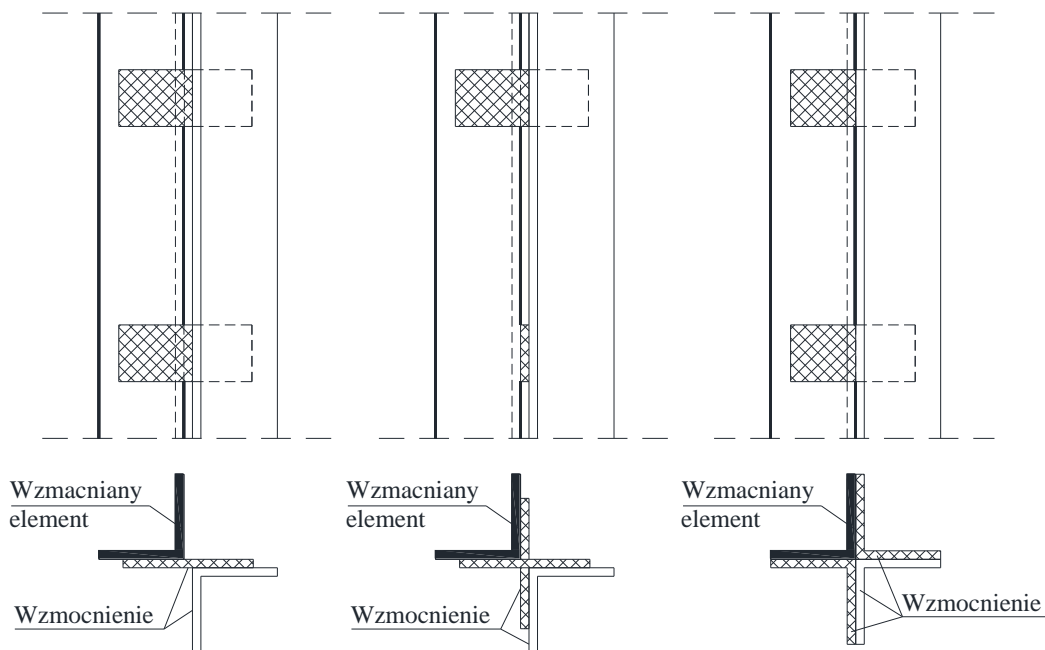
współpracownikami, testując wieżę telekomunikacyjną o wysokości 24,0 m, wykonaną z polimeru wzmocnionego włóknem szklanym (*Glass Fiber Reinforced Polymer – GFRP*). Jest to materiał odporny na korozję i lżejszy od stali o ok. 75%. Dzięki jego wykorzystaniu możliwe jest wykonanie wieży o trójkątnym przekroju poprzecznym bez użycia blach węzłowych, z uwagi na możliwość wykonania i zastosowania w konstrukcji kątowników o kącie rozwarcia nie 90° a 60° [Prasad i inni, 2017]. Pełnowymiarowa konstrukcja została także wykorzystana do badań, gdzie obserwowano zachowanie się kratowej wieży stanowiącej podporę dla niedużej turbiny wiatrowej [Muscat i inni, 2017]. Autorzy wykonali również model MES, na podstawie którego analizowali prawdopodobne modele zniszczenia wieży pod rozpatrywanym obciążeniem, podkreślając znaczenie stosowania analizy nieliniowej przy rozwiązywaniu tego rodzaju zagadnień.

Wciąż rozwijająca się inżynieria transmisyjna i telekomunikacyjna, nieustannie unowocześniane systemy i technologie niosą ze sobą również konieczność ciągłej modernizacji istniejącej infrastruktury. Rozbudowa systemów antenowych, pociągająca za sobą np. wzrost ilości anten, ich pola powierzchni nawiętrzej lub modyfikację współczynnika oporu aerodynamicznego, prowadzi do zwiększenia oddziaływań na konstrukcje, a co z tym idzie konieczność modyfikacji nośności konstrukcji jako całości, bądź też nośności jej poszczególnych elementów. Istotnym zagadnieniem, jeśli chodzi o konstrukcje wieżowe, jest zatem ich ewentualny potencjał w zakresie wzmocnienia na późniejszym etapie ich użytkowania [Szafran i inni, 2018]. Z uwagi na rosnące wymagania dotyczące usług telekomunikacyjnych, od istniejących wież wymaga się, aby przenosiły dodatkowe obciążenia, często znacznie przewyższające poziom obciążeń, do przeniesienia których zostały zaprojektowane. Rozważania na temat efektywności rozwiązań stosowanych wzmocnień są jednak wciąż dość rzadkie. Badaniem na które warto zwrócić uwagę są laboratoryjne testy, mające na celu znalezienie efektywnego rozwiązania wzmocnienia wież transmisyjnych [Albermani i inni, 2004; Millis i inni, 2012; Lu i inni, 2015; Zhuge i inni, 2012]. Badano m. in. stosowanie systemu poziomych przepon różnych kształtów [Albermani i inni, 2004], mających skracać długości wyboczeniowe elementów oraz usztywniać ustrój (rys. 2.1), a także zwiększanie przekroju poprzecznego krawężników poprzez zastosowanie elementów dwugałęziowych, łączonych za pomocą przewiązek [Millis i inni, 2012; Lu i inni, 2015]. Millis wraz z zespołem w swoich badaniach rozważali także wpływ rodzaju zastosowanych przewiązek na efektywność wzmocnienia (rys. 2.2).

Autorzy wspomnianych powyżej opracowań przeprowadzili testy w pełnej skali wież o krawężnikach wykonanych z kątowników, opracowując następnie model obliczeniowy dla testowanego systemu wzmocnienia. W celu sprawdzenia skuteczności metody zwiększenia nośności krawężników przebadano modele bez wzmocnienia oraz ze wzmocnieniem - z obciążeniem wstępnym i bez. Wyniki analizy pokazują, że obciążenia osiowe są skutecznie przekazywane pomiędzy istniejącymi elementami a dodatkowymi kątownikami wzmocnienia za pośrednictwem zastosowanego systemu przekładek i połączeń śrubowych. Wstępne obciążenie ma wpływ na przekazywanie sił pomiędzy elementami wieży a wzmocnieniem jedynie w pierwszej fazie obciążania i nie zmienia znacząco ostatecznej nośności konstrukcji.



Rys. 2.1. Rodzaje testowanych przepon oraz szkic modelu konstrukcji (z przeponą typu 1a) poddanej badaniom [Albermani i inni, 2004]

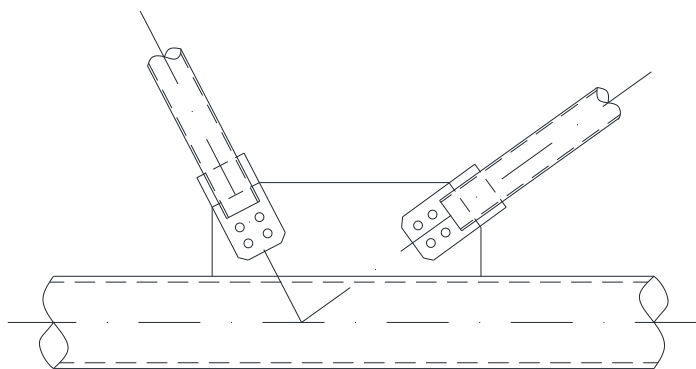


Rys. 2.2. Typy testowanych przewiązek służących do połączenia istniejącego krawężnika z krawężnikiem wzmocniającym [Millis i inni, 2012]



Lu i jego współpracownicy opisują rezultaty przeprowadzonych przez siebie testów laboratoryjnych i analiz wykorzystujących MES, badających zachowanie się wzmocnionych krawężników wież transmisyjnych pod obciążeniem dynamicznym, symulującym rzeczywiste oddziaływanie wiatru [Lu i inni, 2018]. Na podstawie przeprowadzonych doświadczeń stwierdzili, że wraz ze wzrostem cykli i wielkości obciążenia siła sprężająca śruby maleje, zmniejszając sztywność ustroju oraz jego nośność.

Z uwagi na wysokie koszty, długi czas przygotowywania oraz przeprowadzania eksperymentów w skali naturalnej, a także ich znaczną pracochłonność często wykonuje się badania w skali pomniejszonej, bądź też laboratoryjne testy fragmentów konstrukcji, czy też jej poszczególnych elementów. Mohan wraz z zespołem przeprowadzili analizę komputerową opartą na Metodzie Elementów Skończonych, obserwując zachowanie się zimnogiętych kątowników, stosowanych przy budowie wież transmisyjnych, w sprężystym i plastycznym zakresie obciążenia [Mohan i inni, 2006]. Brano pod uwagę ściskanie osiowe i mimośrodowe, porównując następnie wyniki z rezultatami otrzymanymi z badań niszczących. Testom poddano zarówno pojedyncze elementy, jak i cały, pełnowymiarowy segment wieży. Kolejne badania nad elementami stosowanymi w konstrukcjach wież kratowych, na które warto zwrócić uwagę, traktują o połączeniach rurowych typu K wykonanych ze stali wysokiej wytrzymałości [Qu i inni, 2018] (rys. 2.3). Autorzy poza badaniami niszczącymi mającymi na celu obserwację mechanizmu zniszczenia węzłów o różnych kątach nachylenia krzyżulców względem krawężnika, stworzyli model obliczeniowy wykorzystujący Metodę Elementów Skończonych skorelowany z eksperymentami, a także zaproponowali formułę obliczeniową pozwalającą określić nośność połączeń. Badania dotyczące nośności kształtowników rurowych w przestrzennych ustrojach kratowych wież transmisyjnych opisane zostały również w pracy autorstwa Deng i Huang [Deng i Huang, 2018].



Rys. 2.3. Schemat połączenia rurowego typu K, będącego przedmiotem badań [Qu i inni, 2018]

Cenne informacje na temat odpowiedzi konstrukcji na rzeczywiste oddziaływania, w tym mechanizm zniszczenia, uzyskuje się również prowadząc obserwacje i szczegółowe analizy wież, które uległy awarii. Dane te można wykorzystać do kalibracji modeli numerycznych, a także udoskonalania analitycznych i komputerowych procedur obliczeniowych oraz identyfikacji słabych elementów konstrukcji w celu przeciwdziałania awariom w przyszłości. W jednym z opracowań naukowych

opisano zniszczenie szeregu wież transmisyjnych w Chinach na skutek działania tajfunu [An i inni, 2018]. W wyniku ekstremalnie dużych oddziaływań wiatru nastąpiło wyboczenie jednego z krawężników wieży, co pociągnęło za sobą katastrofę pozostałych konstrukcji połączonych ze sobą za pośrednictwem kabli energetycznych (awaria kaskadowa). Autorzy wykorzystali zdobyte informacje do rozwinięcia procedury komputerowej służącej do określania nośności konstrukcji, uwzględniającej turbulентne działanie silnego wiatru. Analiza wieży telekomunikacyjnej, która została zniszczona podczas burzy jest tematem kolejnej pracy naukowej [Ogunniyi i inni, 2018]. Celem pracy było rozpoznanie przyczyny awarii, którą autorzy na podstawie przeprowadzonych badań mikrostrukturalnych identyfikują jako degradację materiału w wyniku korozji.

Powyższe przykłady pokazują, że testy na konstrukcjach wsporczych pod linie transmisyjne są obecnie prowadzone właściwie na całym świecie [Paiva i inni, 2013]. W przypadku wież telekomunikacyjnych praktyka ta jest wciąż rzadkością, pomimo, że zagadnienia dotyczące określania nośności stalowych wież wykorzystywanych jako konstrukcje wsporcze pod stacje bazowe telefonii komórkowych są istotne z punktu widzenia rozwoju branży telekomunikacyjnej. Wniosek ten można rozszerzyć również o szeroko rozumiane bezpieczeństwo kraju, biorąc pod uwagę fakt, jak wiele elementów działalności państw opartych jest o łączność bezprzewodową.

### 2.1.2. Oddziaływanie wiatru na konstrukcje wieżowe

Kluczowym zagadnieniem przy analizie tematu stalowych wież kratowych jest oddziaływanie wiatru, na które, biorąc pod uwagę charakter tych konstrukcji – lekkość, smukłość, znaczną wysokość, są one szczególnie wrażliwe. W naukowej literaturze światowej od dawna przedstawiane są prace na temat wpływu obciążenia wiatrem na ten typ konstrukcji, a prawidłowe określenie tych obciążeń jest jednym z głównych zagadnień w obszarze którego prowadzi się badania, oraz gdzie wciąż poszukuje się odpowiedzi.

Istnieje szereg parametrów, a także czynników klimatycznych i topograficznych, które należy wziąć pod uwagę. Przede wszystkim trzeba przeanalizować lokalizację obiektu pod kątem charakterystyki wiatru, który na danym obszarze występuje. Prędkość, kierunek, czy parametry turbulентnego przepływu wiatru są właściwościami, których cechą charakterystyczną jest losowy charakter oraz duża zmienność w czasie. Istotne znaczenie mają również cechy terenu otaczającego analizowaną konstrukcję, takie jak znajdujące się w sąsiedztwie drzewa czy budynki, stanowiące przeszkodę dla niezakłóconego przepływu (chropowatość terenu). Obciążenie uzależnione jest również od charakterystyki konstrukcji, jej kształtu, wysokości, rodzaju elementów z których jest zbudowana oraz ich wzajemnego przesłaniania się. Wszystko to wpływa bezpośrednio na opór aerodynamiczny. Poza samą konstrukcją wsporczą ważne jest również prawidłowe określenie oddziaływań wiatru na elementy wyposażenia wchodzące w skład stacji bazowej.

Sposobem pozwalającym zbadać szczytowe ciśnienie prędkości wiatru działające na elementy konstrukcji wieżowych, którego parametry mogą być ściśle kontrolowane, jak również odpowiedź tych konstrukcji, są testy w tunelach aerodynamicznych. Jest to rozwiązanie stosunkowo kosztowne,

w porównaniu do szacunkowych obliczeń wykonywanych na podstawie norm projektowych, wydaje się jednak być również tym, na podstawie którego otrzymane rezultaty są w największym stopniu zbliżone do rzeczywistości. Podobnie jak w przypadku badań niszczących, wiele przeprowadzonych i opisanych w literaturze eksperymentów dotyczy konstrukcji wież transmisyjnych. Deng wraz z zespołem przeprowadzili badania w tunelu aerodynamicznym wykorzystując modele kratowych wież zbudowane w skali 1:80, obserwując odpowiedź konstrukcji, w szczególności na wiatr wiejący pod kątem w stosunku do ścian modelu. Otrzymane wyniki autorzy skonfrontowali z podejściem numerycznym [Deng i inni, 2016]. Podobne badania można znaleźć w pracach autorstwa Liang i Yang. Pierwsza z nich opisuje badania tunelowe pod kątem obserwacji przemieszczeń i przyspieszeń modeli wież transmisyjnych, przy różnych prędkościach wiatru [Liang i inni, 2015]. Autorzy określili również maksymalne prędkości wiatru, przy których nośność konstrukcji jest zachowana, a także doprowadzili do uszkodzenia modelu, w celu określenia mechanizmu zniszczenia konstrukcji. Yang wraz z zespołem opisują efekty testów tunelowych modelu wieży transmisyjnej o przekroju trójkątnym, zbudowanej z kątowników [Yang i inni, 2016]. Celem badań było wyznaczenie współczynnika aerodynamicznego dla całości konstrukcji oraz jej poszczególnych segmentów. Wykonano 9 testów, które porównano z analizą CFD (*Computational Fluid Dynamics*) jednego z segmentów wieży.

W przypadku wież telekomunikacyjnych dodatkową trudnością w określaniu oddziaływania wiatru na konstrukcje jest jej wyposażenie, którego konfiguracja jest w zasadzie w przypadku każdej stacji bazowej inna. Zarówno anteny jak i konstrukcje wsporcze oraz dodatkowy sprzęt umieszczane na wieży powodują modyfikacje w przepływie wiatru wokół obiektu. Problematyczne jest m. in. uwzględnianie ich wzajemnego przesłaniania się. Pytania: kiedy należy uwzględnić, że obiekt znajdujący się z przodu przesłania ten z tyłu oraz jaka musi być pomiędzy nimi minimalna odległość, aby należało wziąć pod uwagę oba elementy, wciąż pozostają bez odpowiedzi. Trudne jest również wskazanie, który kierunek oddziaływania wiatru jest najbardziej niekorzystny w odniesieniu do analizowanej konfiguracji urządzeń i konstrukcji wsporczych oraz czy powinien być on skorelowany z kierunkiem wiatru działającym na trzon konstrukcji. Kontrowersyjne jest określenie ilości przypadków oddziaływania wiatru, różniących się pomiędzy sobą kierunkiem rozważanego obciążenia, które należy wziąć pod uwagę oraz ustalenie, czym się kierować przy ich wyborze. Niejednoznaczne jest również to, jak należy uwzględniać oddziaływanie wiatru na drabinę włączającą i kablową oraz znajdujące się na niej okablowanie. Zasadne jest także pytanie, czy współczynnik oporu aerodynamicznego należy określać osobno dla konstrukcji trzonu i poszczególnych elementów wyposażenia, czy też może powinno się określić jeden współczynnik dla rozpatrywanego segmentu konstrukcji. Jeśli osobno, niełatwe jest zdefiniowanie tego współczynnika dla poszczególnych elementów wyposażenia. Wspomniane powyżej kwestie są istotne i mają w efekcie duży wpływ na siły przekrojowe obliczone w elementach wieży. Urządzenia telekomunikacyjne i konstrukcje wsporcze, a w szczególności anteny posiadają zwykle dużą powierzchnię, przez co generują znaczne obciążenie. Badania w tunelu aerodynamicznym wykorzystane zostały przez naukowców z Kuby i Brazylii do określenia wpływu anten radioliniowych na współczynnik oporu aerodynamicznego

wieży telekomunikacyjnej o przekroju kwadratowym [Martin i inni, 2016]. W swojej pracy autorzy przedstawili wyniki uzyskane na podstawie przeprowadzonych testów, sprawdzając różne konfiguracje anten (wykorzystano jedną bądź dwie anteny w różnych ustawieniach w stosunku do kierunku wiatru). Zbadano również wartości współczynników oporu aerodynamicznego dla sekcji bez anten, które okazały się zbliżone do obowiązujących standardów projektowych. Podobne badania prowadził Carril wraz z zespołem. Zbudowano modele do testów tunelowych bazujące na wieżach telekomunikacyjnych wzniesionych w Brazylii. Zwykle siły wiatru na kratowy trzon wieży oraz oddziaływanie na anteny i dodatkowy sprzęt rozpatruje się osobno. W swojej pracy autorzy starają się odpowiedzieć na pytanie, czy jest to prawidłowe podejście, oraz określić wpływ anten radioliniowych na całkowite obciążenie wiatrem konstrukcji. Analizowano kąt natarcia wiatru, współczynnik wypełnienia ścian wieży, efekt przesłaniania oraz wpływ turbulencji wiatru na współczynnik aerodynamiczny. Otrzymane rezultaty porównano z normami obowiązującymi w różnych krajach: Kanadzie, Ameryce, Australii i Nowej Zelandii, Wielkiej Brytanii, a także ze standardami europejskimi (Eurokodami) [Carril i inni, 2003]. Prud'homme wraz z zespołem wykorzystali badania tunelowe do rozwinięcia metody empirycznej służącej do obliczania oddziaływania wiatru na wieże kratowe [Prud'homme i inni, 2018]. Procedura bazuje na siłach działających na poszczególne elementy konstrukcji oraz uwzględnia efekt przesłaniania. Badania w tunelu wykorzystano zarówno do określenia profilu prędkości wiatru i współczynników aerodynamicznych, jak również w celach porównawczych. Przebadano 5 modeli kratownic zbudowanych z elementów o okrągłym przekroju poprzecznym. Zaproponowana metoda pozwala na obliczanie oddziaływania wiatru pod różnymi kątami natarcia na złożone konstrukcje kratowe.

Poza badaniami prowadzi się również pomiary i obserwacje na rzeczywistych obiektach, których zamierzeniem jest m. in. identyfikacja obciążeń działających na konstrukcję, a w szczególności oddziaływania wiatru. Jest to przede wszystkim istotne w przypadku wież w formie pełnościennych słupów, które z uwagi na swoją budowę są niezwykle wrażliwe na dynamiczne oddziaływania w postaci wzbudzenia wirowego. Żywotność tego rodzaju obiektów jest często zdeterminowana przez ich wytrzymałość zmęczeniową, a krytyczne obciążenie nie występuje przy prędkości wiatru maksymalnej, ale takiej, dla której częstotliwość drgań wymuszonych jest bliska częstotliwości drgań własnych konstrukcji. Tego rodzaju obserwacje zostały przeprowadzone m. in. przez Battistę i jego zespół [Battista i inni, 2007]. Były podstawą do zaprojektowania i wdrożenia systemu mającego na celu tłumienie drgań wieży w celu wydłużenia okresu jej bezawaryjnego użytkowania. Metody zbierania i przetwarzania informacji dotyczących parametrów wiatru na dane statystyczne, w celu ich wykorzystania do analiz probabilistycznych omówiono także w wielu innych publikacjach [Glanville i Kwok, 1997; Lalas i Ratto, 1996]. Prace pomiarowe przeprowadzone przez Glanville'a dotyczyły wież kratowych oraz przemieszczeń poszczególnych punktów konstrukcji pod wpływem oddziaływania wiatru. Pomiary prowadzono na dwóch wieżach o wysokościach 67,0 m i 233,0 m, gdzie za pomocą akcelerometrów i laserów helowo-neonowych dokonano pomiarów średnich, chwilowych i rezonansowych odchylenia konstrukcji od pionu. Porównanie konstrukcji wsporczych kratowych i powłokowych o różnych wysokościach pod kątem ich nośności, doznawanych

przemieszczeń oraz zużycia materiału, przy różnych prędkościach wiejącego wiatru przedstawiono w pracy autorstwa Kumara [Kumar i inni, 2017].

Analizowane, rozwijane i udoskonalane są również procedury analityczne pozwalające na szacowanie oddziaływania wiatru na wieżowe konstrukcje wsporcze. Jednym z tematów badań inżynierii wiatrowej są równoważne oddziaływania statyczne, których celem jest satysfakcjonujące przybliżenie dynamicznego charakteru wiatru. Repetto i Solari opisują w swojej pracy dwie główne metody – pierwszą, określaną jako *gust factor technique* (GF), definiującą siły oddziaływania wiatru jako unikalny rozkład obciążenia skalowany poprzez współczynnik bezwymiarowy, zależny od rozważanego efektu, oraz drugą, *load combination technique* (LC), definiującą siły wiatru jako kombinację trzech odrębnych rozkładów obciążeń, związanych ze statyczną, quasi-statyczną i rezonansową odpowiedzią konstrukcji [Repetto i Solari, 2004]. Autorzy prezentują uogólnienie powyższych metod w odniesieniu do smukłych, pionowych konstrukcji wspornikowych oraz proponują nową procedurę, określaną jako *global loading technique*, gdzie równoważne statyczne oddziaływanie wiatru jest opisane jako rozkład obciążeń niezależny od rozważanego efektu. Analiza odpowiedzi konstrukcji wież kratowych na oddziaływanie wiatru została opisana przez Calotescu i Solari [Calotescu i Solari, 2016]. Wykorzystali oni funkcje wpływu przemieszczeń, sił tnących, momentów gnących oraz sił osiowych w krawężnikach wieży, które były kalibrowane i walidowane dla najbardziej typowych rodzajów konstrukcji. Rezultaty porównano z tradycyjnym podejściem obliczeniowym traktującym konstrukcję jako belkę wspornikową oraz analizą MES. Analizę i porównanie procedur normowych odnośnie określania obciążenia wiatrem na konstrukcje wieżowe przeprowadzili Tapia-Hernandez i Carvantes-Castillo [Tapia-Hernandez i Cervantes-Castillo, 2018]. Rozpatrzono konstrukcje o przekrojach poprzecznych trójkątnym i kwadratowym, zbudowane z elementów płaskościennych (kątowników) oraz okrągłych (rur), ze szczególnym uwzględnieniem wpływu współczynnika aerodynamicznego na wyniki obliczeń. Podobną problematykę podjął w swojej publikacji Szafran w odniesieniu do norm europejskich, rozważając różne podejścia do szacowania współczynnika oporu aerodynamicznego [Szafran, 2015a].

### 2.1.3. Zagadnienia dynamiczne kratowych konstrukcji wieżowych

Postęp technologiczny, nowe materiały o lepszych właściwościach wytrzymałościowych, rozwój teorii konstrukcji oraz łatwy dostęp do technik i metod komputerowych umożliwiają projektowanie i budowę konstrukcji, w tym również kratowych wież telekomunikacyjnych, smuklejszych, mniej sztywnych i lżejszych, ale tym samym bardziej wrażliwych na działanie obciążeń dynamicznych [Lewandowski, 2006]. Projektowanie wieżowych i masztowych konstrukcji kratowych jest zwykle zdeterminowane przez oddziaływania dynamiczne takie jak wiatr, trzęsienia ziemi, czy drgania spowodowane awariami elementów, m. in. odciągów czy przewodów elektrycznych. Obciążenia te mogą w skrajnych przypadkach zagrażać bezpieczeństwu i trwałości konstrukcji [Lewandowski, 2006]. Do rzetelnej analizy i prawidłowego uwzględnienia obciążeń zmiennych w czasie konieczne jest zaimplementowanie odpowiedniego modelu konstrukcji oraz zastosowanie stosownej procedury

obliczeniowej. Rozważania dotyczące zagadnień statycznych przestają być wystarczające. Przez wiele lat drgania konstrukcji rozpatrywano w kategoriach deterministycznych, jednakże rzeczywiste obciążenia, a co za tym idzie wywołane przez nie drgania, mają charakter przypadkowy i nieregularny. Należy zatem rozpatrywać tego rodzaju obciążenia w kategoriach probabilistycznych, a więc wykorzystując aparat matematyczny z zakresu rachunku prawdopodobieństwa i procesów stochastycznych [Śniady, 2000].

Współczesna mechanika budowli rozwinęła wyrafinowane narzędzia badawcze, takie jak Metoda Elementów Skończonych i Metoda Elementów Brzegowych, które pozwalają na lepsze zrozumienie zachowania się złożonych konstrukcji, ich optymalizację i ocenę stanów niebezpiecznych. Badania eksperymentalne w połączeniu z metodami identyfikacji dają podstawy rozwoju i weryfikacji przyjmowanych modeli obliczeniowych konstrukcji [Chmielewski i Zembaty, 1998]. Przykładem pracy, w której wykorzystano badania eksperymentalne w naturalnej skali konstrukcji do skalibrowania parametru tłumienia w modelu numerycznym jest opracowanie autorstwa Augusto de Souza Pippi [De Souza Pippi i inni, 2017]. Tłumienie to jeden z podstawowych parametrów, który może w znaczący sposób wpływać na odpowiedź konstrukcji. W przypadku rozważanej stalowej, kratowej wieży transmisyjnej, uwzględniono je proporcjonalnie do masy budowli. Wieża transmisyjna i ocena jej wrażliwości dynamicznej jest również tematem pracy pt. „*Probabilistic seismic demand model and fragility analysis of transmission tower subjected to near-field ground motions.*” [Tian i inni, 2019]. Posłużono się tu modelem probabilistycznym do opracowania krzywych wrażliwości typowej konstrukcji tego rodzaju, poddanej ruchom tektonicznym. Zastosowano przyrostową analizę dynamiczną, w której wykorzystano zestaw danych sejsmicznych, aby w rezultacie uzyskać sejsmiczną podatność wieży.

Aby uwzględnić obciążenia dynamiczne wież kratowych konieczna jest budowa odpowiedniego modelu konstrukcji, w którym należy przyjąć m. in. odpowiednie założenia dotyczące jej tłumienia i sztywności. Taillon wraz z zespołem w swojej publikacji dostarczają praktycznych informacji oraz wytycznych dotyczących prawidłowego modelowania konstrukcji kratowych, które mogą być użyteczne przy ich projektowaniu [Taillon i inni, 2012]. Posłużyli się oni 8-metrowym modelem kratownicy (segmentem wieży transmisyjnej) w celu określenia zależności pomiędzy sztywnością i tłumieniem konstrukcji, a poziomem jej obciążenia. Wyniki badań zostały porównane z analizą numeryczną.

Metodę analityczną, pozwalającą na określenie dynamicznej odpowiedzi konstrukcji kratowej wieży telewizyjnej zastosował Qu [Qu i inni, 2001]. Analizowana konstrukcja miała wysokość 339,0 m i posiadała system tłumików, którego efektywność badano wykorzystując modele 2D i 3D.

Badania i analizy dynamiczne prowadzone są również, choć wciąż stosunkowo rzadko, w odniesieniu do kratowych wież telekomunikacyjnych. Rezultaty tego rodzaju rozważań można znaleźć m. in. w opracowaniach autorstwa Greco i Pelca [Greco i inni, 2010; Pelc i Kolator, 2014]. W pierwszym z nich autorzy przeprowadzili geometrycznie nieliniową analizę dynamiczną w poszukiwaniu odpowiedzi konstrukcji w postaci przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń.

Nieliniowość geometryczna została tu zdefiniowana przy użyciu równań równowagi dyskretyzowanych w czasie, za pomocą algorytmów integracji czasowej – jawnego i ukrytego. W drugim opracowaniu rozwinięto model dynamiczny kratowej wieży oraz zaproponowano lepkosprężysty tłumik, w celu redukcji drgań konstrukcji spowodowanych wiatrem. Jego parametry określono przy pomocy modelu 3D wykorzystującego Metodę Elementów Skończonych, tak aby osiągnąć jak największą efektywność – redukcję amplitudy drgań i tym samym redukcję sił w najbardziej wyczerpanych elementach konstrukcji.

Metodę współczynnika losowego (*Random Factor Method – RFM*) wykorzystali Gao i Kessissoglou do określenia charakterystyk dynamicznych i odpowiedzi konstrukcji kratowej na niestacjonarne wzbudzenie. Autorzy rozważali fizyczne i geometryczne parametry konstrukcji jako zmienne losowe, bazując na założeniu, że losowość każdego elementu jest taka sama. Rezultatem był wpływ losowości parametrów konstrukcji na charakterystyki dynamiczne, przemieszczenia i naprężenia [Gao i Kessissoglou, 2007].

#### **2.1.4. Optymalizacja i niezawodność**

Jednym z częstych kierunków badań, jakie prowadzone są w obszarze smukłych, stalowych wież kratowych jest poszukiwanie konstrukcji, które jednocześnie spełniają wymagania dotyczące nośności, zużycia materiału oraz kosztów ich wytworzenia. Celem jest znalezienie stosunkowo prostego, możliwego do wykorzystania w codziennej praktyce inżynierskiej sposobu projektowania takich budowli. Temat ten podjął w swojej pracy Rotr wraz z zespołem, proponując narzędzie optymalizacyjne do automatycznego projektowania stalowych wież transmisyjnych [Rotr i inni, 2017]. Program optymalizuje konstrukcję stosując się do warunku minimalnej masy, przy czym zmiennymi projektowymi są tu rozmiar i układ elementów. Metodologia optymalizacji trójwymiarowych konstrukcji kratowych oraz jej zastosowanie do projektowania wież transmisyjnych została opisana w pracy autorstwa Couceiro i zespołu [Couceiro i inni, 2016]. Autorzy opracowali zmodyfikowaną wersję algorytmu SA. Aby uniknąć charakterystycznej dla niego dużej liczby wykonywanych analiz, generującej tym samym znaczny koszt obliczeniowy, a także w celu poprawy jego wydajności, zaimplementowano analizę wrażliwości pierwszego rzędu. Nowa procedura została przetestowana na dwóch klasycznych przykładach obliczeniowych, a następnie z powodzeniem wykorzystana do rozwiązania rzeczywistego problemu projektowego.

Zagadnieniami projektowania optymalnego konstrukcji narażonych na oddziaływanie wiatru zajęli się naukowcy z Chin i Australii - Fu wraz z zespołem [Fu i inni, 2018]. Analizy oparto na zmodyfikowanym algorytmie kryterium optymalności OC (*Optimality Criterion*). Autorzy zaproponowali metodę optymalizacji bazującą na analizie dynamicznej kratowej konstrukcji i jej odpowiedzi spowodowanej oddziaływaniem wiatru. Opracowano ją poprzez połączenie właściwego rozkładu ortogonalnego POD (*Proper Orthogonal Decomposition*) i metody wektorowej zależnej od obciążenia Ritza LDR (*Load Dependent Ritz Vector Method*) z harmoniczną metodą wzbudzenia

HEM (*Harmonic Excitation Method*) oraz metodą korelacji odpowiedzi obciążenia LCR (*Load Response Correlation*).

W tematyce badań dotyczących wież telekomunikacyjnych można znaleźć takie, w których sprawdza się mechanizmy zniszczenia konstrukcji [Szafran, 2015b], bądź też próbuje odpowiedzieć na pytanie, jaki jest najlepszy rodzaj skratowania [Szafran i Rykaluk, 2016; Tah i inni, 2017; Pathrikar i Kalurkar, 2017; Czepiżak i Biegus, 2016; Kumar i inni, 2016; Moon i inni, 2008; Ramaji i Mofid, 2012; Klasson i inni, 2016], czy najkorzystniejsze przekroje elementów konstrukcyjnych, biorąc pod uwagę czynnik ekonomiczny i wydajność konstrukcji. Poszukiwane są sposoby na poprawę ich nośności oraz sztywności, a także zwiększenie walorów estetycznych, przy jednoczesnym zachowaniu istotnych cech, pozwalających wieżom spełniać swoje funkcje. W pracy autorstwa Nicolaou opisano projekt badawczy, którego celem było znalezienie optymalnej topologii konstrukcji kratowej wieży telekomunikacyjnej [Nicolaou, 2016]. Badano jak kształt konstrukcji, rodzaj przekroju poprzecznego i skratowania wpływają na zachowanie się wieży, analizowano również wpływ wiatru i oblodzenia. Wykorzystując *Conceptual Topology Optimization Layouts* opracowano konstrukcję egzoszkieletu wieży kratowej. Procedurę optymalizacyjną kratowej wieży telekomunikacyjnej o przekroju kwadratowym zaprezentowali w swojej pracy Jasim i Galeb [Jasim i Galeb, 2002]. Rozpatrzono oddziaływania wiatrowe oraz ciężar własny i wyposażenia wieży, stosując jako kryterium optymalizacyjne minimalną masę konstrukcji. Zmiennymi projektowymi były przekroje poprzeczne elementów oraz współrzędne węzłów, które przeanalizowano jako dwie zależne od siebie przestrzenie projektowe. Optymalna konstrukcja spełnia warunki nośności przekroju elementów, warunki nośności wyboczeniowej, a także warunek stanu granicznego użyteczności, rozumiany jako nieprzekroczenie dopuszczalnych przemieszczeń jej wierzchołka.

Poszukiwaniem optymalnej topologii wieży telekomunikacyjnej zajęli się Duhovnik i Tomsic [Duhovnik i Tomsic, 2012]. Porównali oni sześć konstrukcji wieżowych o przekroju kwadratowym, elementach wykonanych z kątowników i jednakowych wymiarach podstawowych: wysokościach i wymiarach przekrojów poprzecznych. Wieże różniły się między sobą układem skratowania. Obserwowano wpływ różnego rodzaju oddziaływań na konstrukcje: obciążeń stałych, wiatrowych oraz oblodzenia. Wyboru optymalnej konstrukcji dokonano na podstawie czterech kryteriów: warunku stanu granicznego nośności, użyteczności, warunku minimalnej masy oraz kryterium ekonomicznego, uwzględniającego koszt materiału, produkcji, transportu oraz montażu.

Niewielkie ryzyko awarii budowli jest nieuniknione, a podstawowe zmienne uwzględniane w procesie projektowania konstrukcji są w różnym stopniu niepewne. Na parametry zaprojektowanej konstrukcji mają wpływ niepewności związane z przyjętymi modelami konstrukcji i obciążeń oraz metodami i procedurami obliczeń, a także czynniki świadomie bądź nieświadomie pominięte. Zagadnienie optymalnego wyboru akceptowalnego prawdopodobieństwa zniszczenia i uszkodzenia konstrukcji, również lekkich, kratownicowych konstrukcji wieżowych, jest wciąż przedmiotem badań i nie znalazło dotąd zadowalającego rozwiązania [Woliński i Wróbel, 2001]. Osobną kwestią jest prawidłowe określenie poziomu niezawodności istniejącej budowli, a także zaprojektowanie obiektu



posiadającego wymagany stopień bezpieczeństwa. Zagadnienia te są wciąż rozwijane i w dalszym ciągu poszukuje się odpowiedzi na postawione w tej dziedzinie pytania.

Tematykę modelowania niezawodności lekkich konstrukcji kratowych podejmuje w swojej pracy naukowej Winkelmann [Winkelmann i Oziębło, 2015; Winkelmann i inni, 2017; Winkelmann i inni, 2015; Winkelmann, 2018]. Obejmuje ona rozważania dotyczące m. in. szacowania niezawodności konstrukcji kratowych metodami Monte Carlo, PEM (*Point Estimate Method*) i Metodą Powierzchni Odpowiedzi [Winkelmann i Oziębło, 2015]. Winkelmann przeprowadza analizę bazującą na obciążeniu krytycznym, w celu porównania numerycznej efektywności i zgodności proponowanych metod, w odniesieniu do metody Monte Carlo. Kolejne opracowania traktują o szacowaniu niezawodności kratowych konstrukcji wież transmisyjnych [Winkelmann i inni, 2017; Winkelmann i inni, 2015]. W pierwszym z nich omówiono analizę konstrukcji poddanej obciążeniom sejsmicznym, przy czym amplituda i okres drgań są losowe, a ich zmienność opisana została za pomocą rozkładu Weibulla. Do określenia niezawodności zastosowano Metodę Powierzchni Odpowiedzi, do oceny bezpieczeństwa konstrukcji natomiast wykorzystano wskaźnik niezawodności  $\beta_{HLRF}$  (*Hasofer Lind Rackwitz Fiessler reliability index*). Praca z 2015 r. zawiera porównanie metody Monte Carlo i Metody Powierzchni Odpowiedzi, wykorzystanych do szacowania niezawodności wieży transmisyjnej poddanej oddziaływaniom atmosferycznym wiatru i oblodzenia.

Zastosowanie metodologii inżynierii wiatrowej bazującej na wydajności (*Performance-based Wind Engineering Methodology*) do analizy probabilistycznej wież stalowych proponuje Tessari z zespołem [Tessari i inni, 2017]. Jest to nowatorska filozofia projektowa, której celem jest identyfikacja i ilościowa ocena niepewności związanych z projektowaniem konstrukcji, aby zapewnić przewidywany poziom wydajności. Autorzy badają niepewności związane z oddziaływaniem wiatru (charakterystykę pola wiatru) i wytrzymałością konstrukcji. W opracowaniu opisano także studium przypadku dotyczące oceny niezawodności wieży telekomunikacyjnej.

Poza zagadnieniami przedstawionymi powyżej, m. in. modelowaniem obciążeń wiatrowych, wyznaczaniem nośności metodami eksperymentalnymi, optymalizacją czy szacowaniem niezawodności konstrukcji wieżowych, w literaturze i opracowaniach naukowych podejmowane są również inne zagadnienia, związane z szeroko pojętym projektowaniem i utrzymaniem kratowych konstrukcji wieżowych [Kitipornchai i Albermani, 1993; Chan i Cho, 2008; Lee i McClure, 2007].

Da Silva wraz z zespołem porównuje w swojej pracy trzy metody projektowania konstrukcji kratowych: przy założeniu struktury kratownicowej, gdzie wszystkie połączenia są przegubami, rozpatrując konstrukcję jako belkową, trójwymiarową i rozważając wszystkie momenty i siły występujące w węzłach pomiędzy tymi elementami, oraz metodę wykorzystującą przestrzenne belkowe elementy skończone [Da Silva i inni, 2005]. Porównanie opiera się na badaniu parametrycznym geometrii wieży, w celu uzyskania informacji o stanach granicznych nośności i użyteczności.

Analizy porównujące pracę podobnych konstrukcji, różniących się między sobą wysokością bądź topologią przeprowadzili w swoich badaniach Sharma i Mahbob [Sharma i inni, 2015; Mahbob i inni, 2013]. W pierwszej z nich rozważaniom poddano wieże telekomunikacyjne o wysokościach od 25,0 m do 45,0 m, różniące się dodatkowo rodzajem wykratowania ścian. Pod uwagę wzięto obciążenia wiatrowe oraz sejsmiczne, właściwe dla różnych stref występowania tego rodzaju oddziaływań. Wykorzystano metodę GF (*Gust Factor Method*) do analizy obciążeniowej i modalnej, oraz analizę spektrum odpowiedzi (*Response Spectrum Analysis*) dla obciążeń sejsmicznych. Monitorowano przemieszczenia wierzchołka konstrukcji i naprężenia w dolnym krawężniku wieży. W opracowaniu autorstwa Mahboba i jego zespołu przedstawiona została analiza dwóch typów masztów telekomunikacyjnych zlokalizowanych na dachach budynków, przeprowadzona z uwzględnieniem oddziaływań stałych oraz wiatrowych, w której porównywano przemieszczenia ich wierzchołków oraz naprężenia w elementach konstrukcji.

Ji-Yang proponuje nowe podejście do analizy wrażliwości konstrukcji kratowej poddanej oddziaływaniu wiatru [Ji-Yang i inni, 2018], Gao i Wang natomiast zbadali prawdopodobieństwo awarii i wpływ uszkodzenia pojedynczego elementu na katastrofę całej konstrukcji wieży telekomunikacyjnej, przeprowadzając nieliniową analizę dynamiczną dwóch 50,0 m konstrukcji kratowych o różnych przekrojach poprzecznych: trójkątnym i kwadratowym [Gao i Wang, 2018].

Jednym z bloków tematycznych w obrębie którego prowadzone są badania na szeroką skalę, są połączenia w konstrukcjach kratowych, określanie ich sztywności oraz ich wpływ na pracę całej konstrukcji [Jiang i inni, 2011; Leń i Ślęczka, 2017; Bučmys i Daniūnas, 2017; Hou i Han, 2017; Zhao i inni, 2016; Lu i inni, 2017; Luyt i inni, 2017; Cao i Bell, 1996; Schaumann i Seidel, 2000; Heinisuo i inni, 2014]. Badaniami nad śrubowymi połączeniami kołnierzowymi pomiędzy krawężnikami wież kratowych zajęli się Błachowski i Gutkowski. W jednej ze swoich prac opisują rezultaty nieliniowej analizy MES, przeprowadzonej w celu znalezienia sztywności połączeń [Błachowski i Gutkowski, 2016]. Rozpatrzono dwa przypadki: pierwszy, gdzie wszystkie śruby w analizowanym połączeniu są w pełni sprawne oraz drugi, gdzie jedna lub więcej śrub uległo uszkodzeniu (zerwaniu). Zaobserwowano, że śruby w rozciągającym złączu poza działaniem sił osiowych poddane są również działaniu momentów, co jest spowodowane efektem dźwigni. Wielkości tych momentów zależą zatem od grubości kołnierzy i wstępnego sprężenia śrub.

Cheng i Ge zaproponowali innowacyjny system monitorowania stanu konstrukcji (*Structural Health Monitoring System - SHM*) dla dużych wież transmisyjnych, które są poddane działaniu silnych wiatrów. System opiera się na strategii wykorzystującej równania równowagi sił statycznych do obliczania rozkładu naprężeń całej struktury w czasie rzeczywistym, stosując system GPS (*Global Positioning System*) [Cheng i Ge, 2018].

Przytoczone powyżej przykłady z literatury zarówno polskiej jak i światowej, również z ostatnich lat, świadczą o dużym zainteresowaniu tematyką lekkich, smukłych konstrukcji kratowych, w tym także wież telekomunikacyjnych. Pomimo tak bogatego i różnorodnego tematycznie naukowego dorobku w tym obszarze, wciąż brak jest odpowiedzi na niektóre istotne, z punktu widzenia projektantów oraz

osób odpowiedzialnych za bezpieczeństwo i trwałość tych konstrukcji, pytania. Dotyczą one m. in. szacowania niezawodności, tworzenia prawidłowych modeli numerycznych, czy też odpowiedzi dynamicznej konstrukcji.

## 2.2. Wieżowe stacje bazowe – rozwiązania konstrukcyjne

Konstrukcje telekomunikacyjne takie jak maszty czy wieże są dziś wszystkim dobrze znane. To powszechnie występujące obiekty, wpisujące się zarówno w otwarty krajobraz terenów podmiejskich i wsi, jak również występujące w centrach naszych miast. Na całym świecie można zaobserwować ogromną różnorodność form konstrukcji wsporczych, w tym również kratowych wież, służących celom telekomunikacji. Mają one jedną cechę wspólną - muszą być zaprojektowane w taki sposób, aby łączyć bezpieczeństwo i trwałość użytkowania z zapewnieniem możliwości montażu anten i urządzeń teletechnicznych w sposób ekonomiczny i efektywny. Biorąc pod uwagę rozwój nowych technologii istotna jest również możliwość szybkiej i ekonomicznie opłacalnej zmiany zastosowanych rozwiązań na takie, które będą odpowiadały nowym wymaganiom. Projektowanie konstrukcji wsporczych musi zatem być prowadzone interdyscyplinarnie, przy uwzględnieniu wymogów zarówno konstrukcyjnych, jak i technologicznych. Znajomość projektowanej konfiguracji urządzeń, ich gabarytów oraz ciężarów, wymaganej separacji pomiędzy poszczególnymi elementami, a także sposobu ich montażu i obsługi jest konieczna, aby prawidłowo oszacować oddziaływania na konstrukcję wsporczą oraz zaprojektować w odpowiedni sposób jej wyposażenie techniczne, takie jak np. galerie czy konstrukcje służące do montażu anten. Wybór konstrukcji, która będzie stanowiła podporę dla urządzeń telekomunikacyjnych jest podyktowany w dużej mierze wymaganiami czysto technicznymi, ale pod uwagę należy wziąć również aspekty środowiskowe, w szczególności w przypadku obiektów zlokalizowanych na obszarach, gdzie wpływ obciążeń środowiskowych jest znaczny [Smith, 2007].

Samonośne, stalowe wieże kratowe stanowią ekonomiczne rozwiązanie, stosowane w przemyśle telekomunikacyjnym od wielu lat. Te wysokie budowle są z punktu widzenia statyki wspornikami sztywno zamocowanymi w podstawie (fundamencie) [Rykaluk, 2005]. Do ich głównych zalet należą duża sztywność trzonu (w szczególności na skręcanie) oraz stosunkowo niewielki teren potrzebny pod budowę tego typu konstrukcji, w porównaniu z równorzędnymi masztami (fot. 2.1.). Pozwala to na lokalizację wież na terenach o zwartej zabudowie, a także jest istotnym czynnikiem ekonomicznym – tereny pod budowę stacji bazowych są zazwyczaj dzierżawione, w związku z czym koszty dzierżawy uzależnione od powierzchni wynajmowanego terenu są ponoszone co miesiąc. Cięższe i sztywniejsze, zwykle są także bardziej odpowiednie do montażu anten radioliniowych (*microwave antennas*), które wymagają stosownych gabarytów przekroju poprzecznego konstrukcji i jej dużej odporności na przemieszczenia poziome oraz skrętne trzonu w miejscu mocowania anten. Również problemy projektowe są w porównaniu do masztów stosunkowo proste do identyfikacji i rozwiązania. Zużycie materiału na wykonanie konstrukcji wieżowej (wspornikowej) jest większe niż w przypadku

konstrukcji wieloprzęsłowej jaką jest maszt. Biorąc jednak pod uwagę znacznie mniejsze koszty montażu, eksploatacji oraz wynajmu bądź ewentualnie kupna terenu pod budowę wieży, stają się one konkurencyjne [Nielsen i Støttrup-Andersen, 2006; Nielsen, 2009]. Budowa masztu wydaje się zasadna i ekonomicznie opłacalna w przypadku, gdy jego wysokość sięga kilkuset metrów (maszty 200-300 metrowe). Do prawidłowej pracy anten i urządzeń telekomunikacyjnych wystarczy natomiast konstrukcja o wysokości kilkudziesięciu metrów. Należy również pamiętać, że w przypadku masztów niezbędna jest regularna okresowa kontrola naciągu lin, co biorąc pod uwagę ilość istniejących i planowanych stacji bazowych stanowiłoby dodatkowe utrudnienie i generowało koszty w zakresie utrzymania.



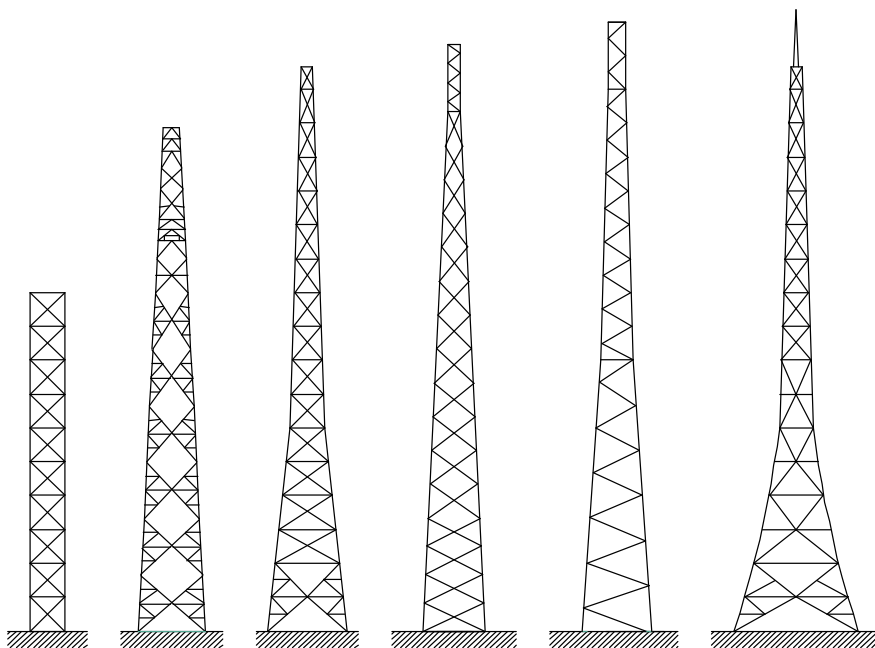
Fot. 2.1. Wieża kratowa (po lewo) i maszt (po prawo) – widoczne różnice w schemacie statycznym trzonu i w powierzchni zabudowy

### 2.2.1. Geometria konstrukcji wieżowych

Kratowe wieże różnią się pomiędzy sobą wysokością, geometrią, systemem skratowania oraz elementami z których są wykonane. Wybór tych parametrów zależy od wielu czynników, m. in. wymagań technologicznych (np. wysokości nad poziomem terenu, na której mocowane będą urządzenia, wymaganej sztywności trzonu), a także od obciążeń, które będą oddziaływały na

konstrukcję. Wysokość typowych wież telekomunikacyjnych waha się od ok. 40,0 m do 100,0 m. Zwykle nadaje im się liniową zbieżność ku górze, przy czym górną część projektuje się jako niezbieżną. Występują również konstrukcje o więcej niż jednej zbieżności, rzadziej o zbieżności hiperbolicznej czy parabolicznej (wieże bardzo wysokie) [Łubiński i Żółtowski, 2004]. W wieżach niższych można stosować krawężniki równoległe (rys. 2.4).

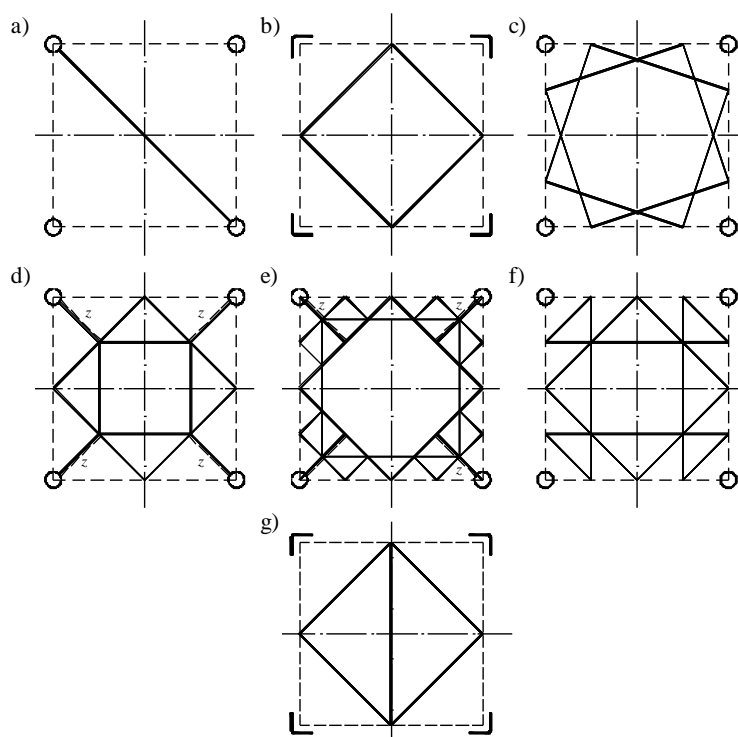
Bardzo istotny jest odpowiedni dobór rozstawu krawężników – wpływa on bezpośrednio na sztywność poziomą wieży (szczególnie ważną z punktu widzenia przydatności wieży jako konstrukcji wsporczej pod urządzenia telekomunikacyjne, gdzie przemieszczenia wierzchołka powinny być minimalne) oraz objętość fundamentów. Podstawowymi elementami kratowych wież są krawężniki (pręty krawędziowe będące głównymi elementami nośnymi konstrukcji) oraz pręty tworzące skratowanie wieży (główne i drugorzędne, zapewniające sztywność przestrzenną konstrukcji, przenoszące poza krawężnikami obciążenia na nią działające oraz skracające długości wybocheniowe elementów głównych). W celu ułatwienia produkcji i montażu konstrukcję dzieli się na odpowiednią ilość segmentów, o jednakowej bądź podobnej wysokości.



Rys. 2.4. Przykłady geometrii typowych konstrukcji wieżowych

Jednym z podstawowych parametrów dotyczących konstrukcji wieżowych jest ich przekrój poprzeczny. Wśród konstrukcji telekomunikacyjnych do najpowszechniejszych należą przekroje foremne: trójkątny i kwadratowy, znacznie rzadziej spotyka się wieże o przekrojach złożonych z większej liczby boków, jak np. wieże sześcioboczne czy ośmioboczne. Zaletą wież trójpasowych jest geometryczna niezmiennosc ich przekroju poprzecznego. W przypadku wież czteropasowych (oraz o większej liczbie pasów), aby ją zapewnić stosuje się dodatkowe elementy poziome wewnątrz trzonu, tzw. przepony, których elementy można jednocześnie wykorzystać jako belki nośne pomostów technicznych (rys. 2.5). Przepony należy projektować w miejscach załomów pasów oraz

w odległościach nie większych niż 10,0 – 15,0 m. Najprostszą przeponę stanowi pojedynczy pręt przekątni (rys. 2.5a). Jest on wystarczający pod warunkiem, że jego sztywność w kierunku poprzecznym pozwala na przenoszenie sił ściskających [Rykaluk, 2005]. Przy większych długościach boku, gdy zwiększy się pole przekroju poprzecznego ze względu na wymaganą smukłość, bardziej racjonalnym rozwiązaniem jest zastosowanie układu większej liczby prętów o mniejszych długościach i przynajmniej jednego ściągu z regulacją naciągu wstępnego (rys. 2.5b, 2.5c, 2.5g). Duża długość boku kwadratu wiąże się z konstruowaniem przepony w postaci wielu prętów, tworzących poziomą kratę obwodową (rys. 2.5d-f). Maleją wtedy długości wybozeniowe prętów przepony, ale konieczne może okazać się zastosowanie ukośnych zastrzałów, biegnących do sąsiednich, niższych węzłów krawężników. Wieże o przekroju kwadratowym ułatwiają zastosowanie kątowników jako elementów krawężnikowych bez konieczności wykonywania dodatkowych blach węzłowych do połączenia z krzyżulcami (rys. 2.7a), w niektórych przypadkach ułatwiają również montaż anten zorientowanych na odpowiedni azymut. Charakteryzują się jednak wyższym w stosunku do wież trójpasowych oporem aerodynamicznym, należy się również liczyć z większą masą a tym samym kosztem, spowodowanym dodatkowymi elementami [Smith, 2007].



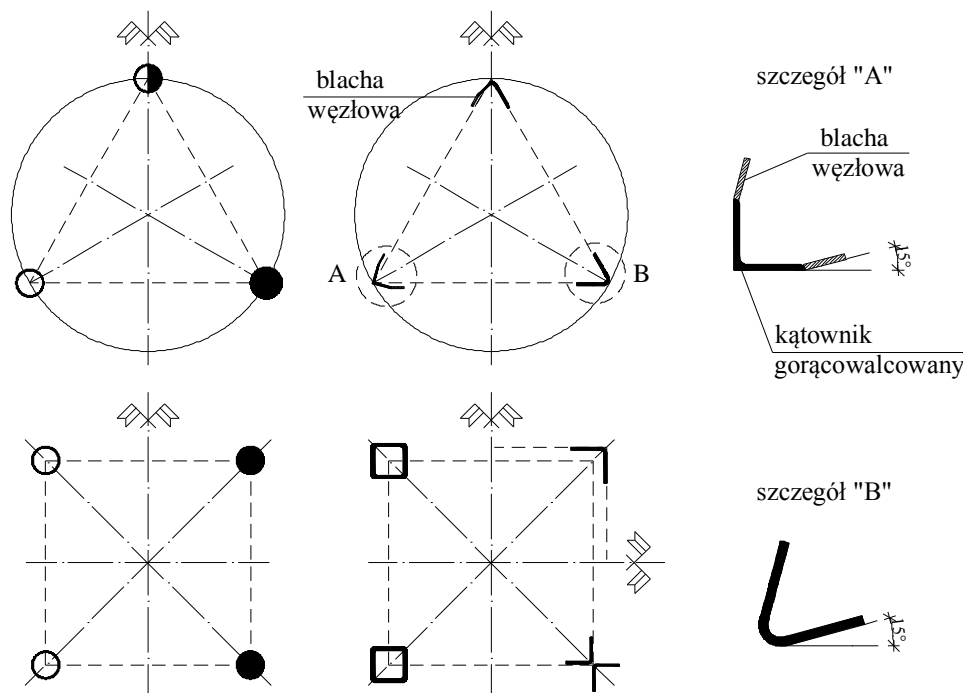
Rys. 2.5. Przepony w wieżach kwadratowych

Wybór elementów konstrukcyjnych stosowanych do budowy wież często wiąże się z dostępnością i ceną materiału oraz odpowiedniego rodzaju kształtowników. Krawężniki wież projektuje się najczęściej z kątowników, rur okrągłych, bądź prętów pełnych. Można spotkać także konstrukcje, w których elementy te wykonane są z rur kwadratowych czy przekrojów złożonych, w postaci np. dwóch kątowników ułożonych krzyżowo, łączonych za pomocą przekładek (rys. 2.6). Krzyżulce

oraz pręty przepon wież wykonuje się najczęściej z pojedynczych kątowników, prętów pełnych, rur czy ceowników. Kątowniki były często stosowane w przeszłości, kiedy popularne były maszyny pozwalające na produkcję tego rodzaju elementów w rozsądnej cenie. Spowodowało to wzrost ich wykorzystania w konstrukcjach i powszechne stosowanie kątowników na przestrzeni kilku dekad. Dziś elementy te stosuje się rzadziej. Mogą być wykorzystywane zarówno w wieżach o przekroju poprzecznym kwadratowym, jak i trójkątnym, przy czym w drugim przypadku konieczne jest zastosowanie dodatkowych elementów w postaci blach węzłowych albo kątowników giętych na zimno do kąta  $60^\circ$ , w celu uzyskania odpowiedniej geometrii konstrukcji (rys. 2.6).

Przed wprowadzeniem technologii spawania w latach dwudziestych XX wieku, kształtowniki rurowe nie były często wykorzystywane w stalowych konstrukcjach budowlanych, a i po jej rozpowszechnieniu, ze względu na swoją cenę, koszty produkcji, a także niedostateczną wiedzę w zakresie projektowania i obliczania połączeń oraz węzłów, przez wiele lat nie znalazły zastosowania przy konstruowaniu elementów nośnych. Obecnie stosowanie przekrojów rurowych w elementach konstrukcji budowlanych i inżynierskich należy do codzienności. Stało się to za sprawą rozwoju nauki i techniki – powstały urządzenia ułatwiające trasowanie, cięcie i inne prace warsztatowe, umożliwiające produkcję wysokiej jakości drążonych elementów, co spowodowało wyrównanie się kosztów wytworzenia elementów rurowych i innych kształtowników stalowych, takich jak ceowniki czy dwuteowniki. Zwiększono asortyment profili z rur, wprowadzając przekroje prostokątne i kwadratowe, których płaskie ścianki dodatkowo zwiększają wachlarz możliwości konstruowania połączeń. Liczne badania eksperymentalne i teoretyczne przyczyniły się do wyklarowania niejasności dotyczących zagadnień wytrzymałościowych oraz opracowania wytycznych projektowania węzłów z kształtowników zamkniętych. Dodatkowo do stosowania tego typu elementów zachęca fakt zmniejszenia zużycia stali, zarówno w samych elementach jak i węzłach, co obniża ciężar konstrukcji oraz koszty jej wykonania [Bródka i Broniewicz, 2001]. Wykorzystanie kształtowników zamkniętych w przestrzennych konstrukcjach kratowych wzrosło i obecnie to okrągłe rury są przekrojami spotykanymi w projektowanych wieżach najczęściej. Powodem jest również fakt, iż rozwiązania konstrukcyjne z zastosowaniem prętów okrągłych są najkorzystniejsze, zarówno ze względów wytrzymałościowych, zabezpieczenia przed korozją, jak również stosunkowo małego, w porównaniu do wyrobów o innych przekrojach, oporu aerodynamicznego przy przepływie wiatru [Smith, 2007; Rykaluk, 2005; Łubiński i Żółtowski, 2004]. Kwestia parcia wiatru jest w przypadku obiektów bezpośrednio narażonych na jego działanie, takich jak wieże, szczególnie istotna. Powierzchnia zewnętrzna rur jest o ok. 30 – 50% mniejsza od powierzchni np. kątowników, a jej obły kształt pozbawiony wgłębień i szczelin sprawiają, że jej zabezpieczenie przed korozją jest dużo łatwiejsze, wymaga mniejszych nakładów pracy i mniejszej ilości materiałów (powłok antykorozyjnych), co powoduje zmniejszenie kosztów. Elementy z rur są również najmniej podatne na czynniki korozyjne, między innymi dzięki ułatwionemu swobodnemu odpływowi wody. Kolejnymi zaletami, które można wymienić są łatwy transport i montaż elementów wykonanych z rur, co wynika z ich stateczności. Niewątpliwą zaletą stosowania profili rurowych jest zmniejszenie zużycia stali o około 30 - 50% w stosunku do innych kształtowników walcowanych na gorąco o podobnych gabarytach. Wynika to

bezpośrednio z ich korzystnych charakterystyk wytrzymałościowych. Dostępny jest także duży asortyment tych elementów, zarówno o przekrojach kołowych, kwadratowych jak i prostokątnych, przy czym wyroby o takiej samej średnicy czy wymiarach boków mogą mieć różne grubości ścianek, co pozwala na różnicowanie poszczególnych elementów ze względów wytrzymałościowych – odpowiednie ich dopasowanie do sił, które będą w nich występowały, zachowując przy tym gabarytowe wymiary elementów. Rury są przekrojami bardzo efektywnymi w przypadku dominujących w elementach sił ściskających, mają dużą sztywność w odniesieniu do pola przekroju poprzecznego, co pozwala na zminimalizowanie liczby elementów w wieży. Biorąc pod uwagę wspomniane wyżej możliwości kształtowania wież, najbardziej ekonomiczną z punktu widzenia zużycia materiału jest konstrukcja o przekroju trójkątnym i krawężnikach wykonanych z rur okrągłych, które posiadają największy promień bezwładności przekroju przy porównywalnej powierzchni, w stosunku do elementów o innym kształcie. Wytwarzanie, montaż, optymalny kształt i forma konstrukcji, a także jej utrzymanie i możliwości ewentualnego wzmocnienia to czynniki, które należy rozważyć przy wyborze konstrukcji. Wymagania operatorów telefonii komórkowych (*Mobile Network Operator* – MNO) w kwestiach takich jak żywotność wieży, koszt jej budowy, estetyka czy możliwość rozbudowy w przyszłości często ten wybór determinują.



Rys. 2.6. Kształtowniki stosowane jako krawężniki konstrukcji wieżowych

Poza wyborem przekroju poprzecznego wieży oraz kształtowników, które zostaną zastosowane do jej produkcji, istotny jest również wybór skratowania jej ścian. Do najbardziej popularnych zaliczamy następujące typy skratowań [Rykaluk, 2005]:

- krzyżulcowe,



- trójkątne,
- krzyżowe,
- rombowe,
- półkrzyżulcowe,
- trójkątne z rozpórkami drugorzędnymi,
- krzyżulcowe z rozpórkami drugorzędnymi,
- rombowe z rozpórkami drugorzędnymi,
- półkrzyżulcowe z wykratowaniem drugorzędnym.

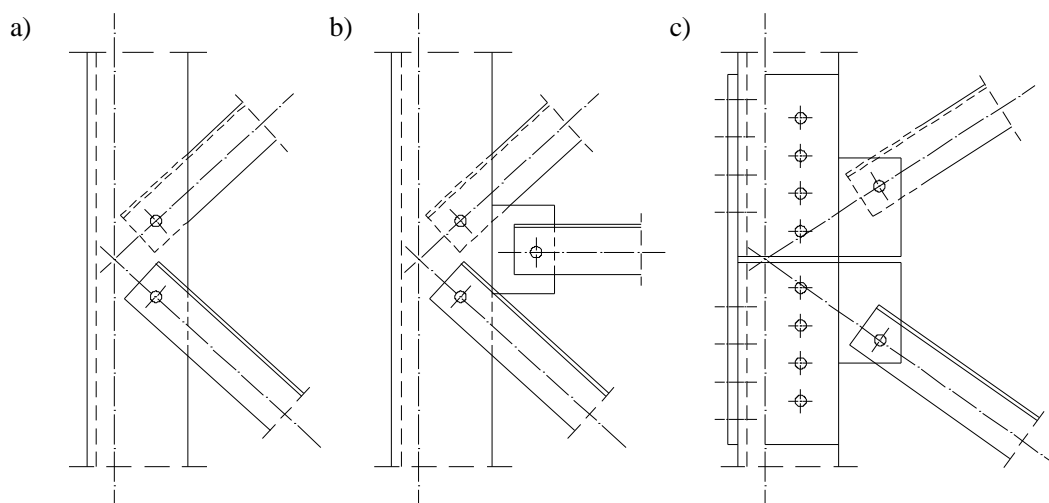
W wykratowaniach typu krzyżulcowego, trójkątnego lub trójkątnego z rozpórkami drugorzędnymi, które nie są symetryczne względem osi podłużnej ściany, rozróżniamy wariant przesunięty bądź nieprzesunięty, przy czym wariant przesunięty ze względu na powtarzalność węzłów w każdej ścianie jest łatwiejszy do wykonania.

Układ skratowania powinien być tak dobrany, aby generował jak najmniejsze obciążenie wiatrem przy jednoczesnym zapewnieniu stateczności i odpowiedniej sztywności konstrukcji.

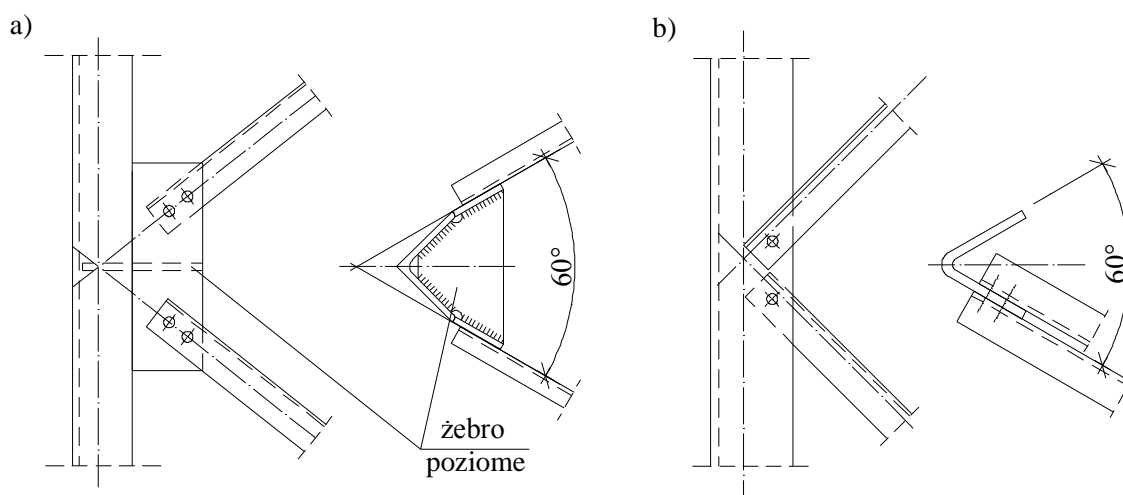
### 2.2.2. Węzły

Bardzo istotnym zagadnieniem, dotyczącym zarówno projektowania jak i wykonawstwa są połączenia pomiędzy poszczególnymi elementami wież. W przypadku wieży, której główne elementy są wykonane z pojedynczych kątowników, krzyżulce mogą być łączone z krawężnikami za pomocą spoin bądź śrub. Jeśli w węźle schodzą się jedynie krzyżulce, to przy ich naprzemiennym ułożeniu (na przemian po zewnętrznej i wewnętrznej stronie półki pasa) można uniknąć blachy węzłowej (rys. 2.7a). Jeśli w węźle dodatkowo występuje element poziomy (rozpórka), to zwykle blacha węzłowa jest konieczna (rys. 2.7b). Jeżeli w tym samym węźle projektowane jest połączenie montażowe krawężników, to krzyżulce łączy się z pasem za pomocą blach węzłowych, przyspawanych doczołowo do ramion kątowników (rys. 2.7c).

Połączenie krawężników w przypadku elementów wykonanych z kątowników zwykle projektuje się za pomocą dwóch nakładek mocowanych po zewnętrznej stronie półek, które łączy się z pasami na śruby. Węzły wieży trójkątnej, w której krawężniki są wykonane z pojedynczych kątowników walcowanych, muszą zawierać blachy węzłowe oraz przepony łączące blachy węzłowe ze sobą i z krawężnikiem (rys. 2.8a). W przypadku elementów giętych na zimno, krawężniki wykonuje się z kątowników giętych do kąta  $60^\circ$ , krzyżulce mogą być wtedy łączone bezpośrednio z krawężnikiem na śruby (rys. 2.8b). W zależności od proporcji między szerokościami półek kątowników, krzyżulce mogą być ułożone po stronie zewnętrznej płaszczyzny ściany lub naprzemianlegle – po stronie zewnętrznej i wewnętrznej półki pasa [Rykaluk, 2005]. Na fot. 2.2 zaprezentowano opisane powyżej rozwiązania połączenia pomiędzy krawężnikami oraz węzła pośredniego wieży kratowej wykonanej z kątowników.



Rys. 2.7. Węzeł pośredni wieży wykonanej z kątowników, łączący: a) dwa krzyżulce z krawężnikiem, b) dwa krzyżulce i rozpórkę z krawężnikiem, c) dwa krzyżulce w miejscu połączenia montażowego krawężnika



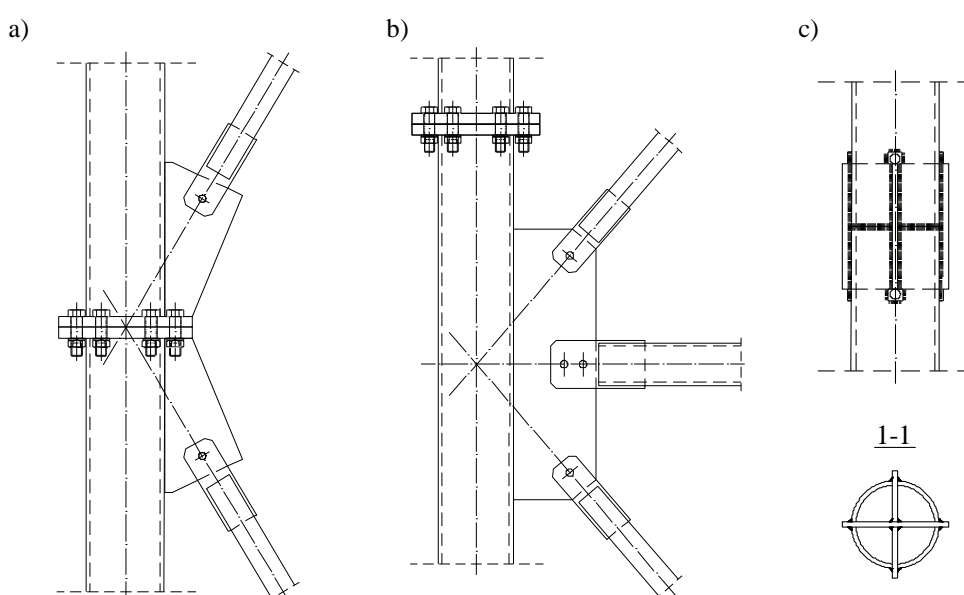
Rys. 2.8. Węzeł pośredni wieży wykonanej z kątowników: a) kątowniki walcowane, b) kątowniki gięte na zimno

Trudności w kształtowaniu połączeń elementów wykonanych z rur, ze względu na brak płaskich powierzchni przyłgowych spowodowany kształtem, niedostateczne grubości ich ścianek, aby były zdolne do przeniesienia siły docisku i ścinania w złączach śrubowych, oraz niewypełnioną wewnętrzną przestrzeń wpływająca na podatność połączenia, były przyczyną braku zainteresowania tymi profilami przy projektowaniu konstrukcji budowlanych. Upowszechnienie spawania oraz wprowadzenie standaryzowanych rozwiązań, odpowiednich zarówno dla przekrojów kołowych, prostokątnych i kwadratowych, stworzonych na podstawie badań eksperymentalnych, wpłynęły na wzrost popularności przekrojów zamkniętych. Stosowanie elementów tego typu wymaga jednak od projektantów zwiększonej wiedzy i umiejętności przy ocenie ich bezpieczeństwa. Węzły konstrukcji należy projektować biorąc pod uwagę siły przekrojowe oraz naprężenia występujące w łączonych elementach, a także poziom ich skomplikowania z uwagi na względy wykonawcze.



Fot. 2.2. Połączenie pomiędzy krawężnikami z zastosowaniem nakładek (po lewo) oraz połączenia krzyżulców z krawężnikiem za pomocą blach węzłowych i żeber poziomych (po prawo); krawężniki i krzyżulce wieży wykonane z kątowników gorącowałcowanych

Krawężniki wieży wykonane z rur okrągłych (bądź prętów pełnych) łączą się ze sobą najczęściej za pomocą styków kołnierzowych. Odpowiedniej grubości kołnierz spawany jest na końcu każdego z krawężników, a następnie oba elementy łączone są ze sobą za pomocą śrub (rys. 2.9, fot. 2.3). Styk tego typu może być wykonany w obrębie węzła (rys. 2.9a), bądź poza węzłem (rys. 2.9b). Oprócz styku montażowego typu poprzecznego (kołnierzowego) możliwy jest również styk typu podłużnego (nakładkowego). Na końcach stykających się rur wstawiane są elementy o przekroju krzyżowym na tzw. „widelec” (rys. 2.9c).



Rys. 2.9. Rozwiązania połączeń pomiędzy krawężnikami wykonanymi z okrągłych prętów pełnych bądź rur

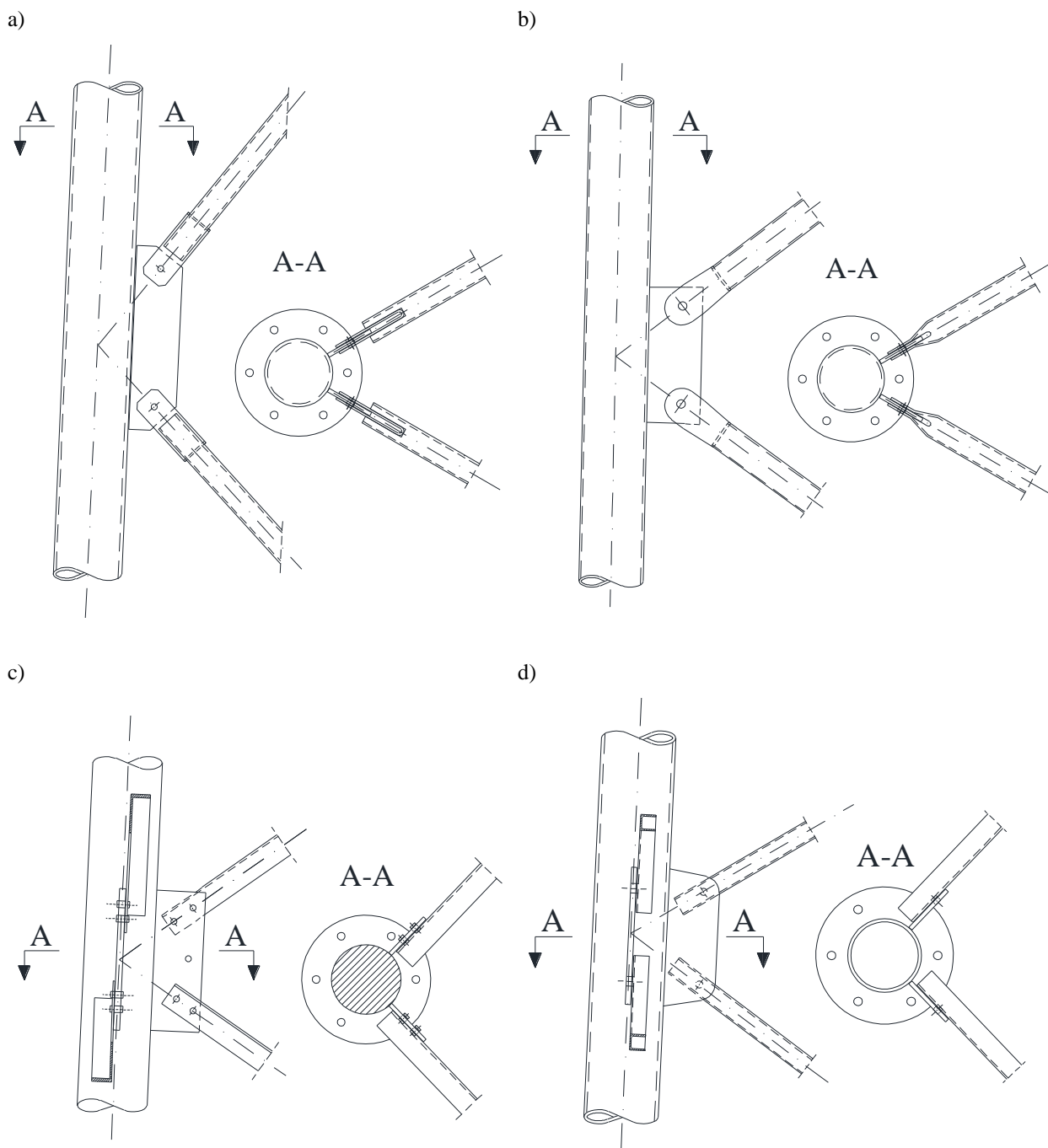


Fot. 2.3. Styki kólnierzowe pomiędzy krawężnikami wykonanymi z okrągłych prętów pełnych (po lewo) oraz rur (pośrodku i po prawo)

Elementy skratowania również wykonuje się z profili okrągłych. Łączy się je z krawężnikami za pośrednictwem blach węzłowych, wykorzystując połączenie na „widelec” z zastosowaniem spawanych blach giętych pod kątem  $180^\circ$  (rys. 2.10a, fot. 2.4a) bądź stosując rozwiązanie polegające na spłaszczeniu końców rur (rys. 2.10b, fot. 2.4b). W przypadku łączenia krawężników wykonanych z rur bądź okrągłych prętów pełnych oraz krzyżulców w postaci kątowników bądź ceowników, najlepszym rozwiązaniem jest przyspawanie do krawężnika wyprofilowanej blachy węzłowej z nawierconymi pod odpowiednim kątem otworami i wykonanie połączenia na śruby (rys. 2.10c-d, fot. 2.4c-d). Rozwiązania z zastosowaniem kątowników jako elementów skratowania są stosunkowo łatwe do wykonania, jednak elementy łączone są mimośrodowo, co oznacza wprowadzenie do układu dodatkowych momentów zginających. Można tego uniknąć, stosując łączone osiowo krzyżulce wykonane z rur, jednak rozwiązanie to wymaga wykonania nieco bardziej złożonych połączeń.

Istotne jest również rozwiązanie węzła na osi podłużnej ściany, czyli punktu połączenia ze sobą przecinających się krzyżulców. Aby skratowanie pracowało jako krzyżowe, połączenie to musi zostać prawidłowo zrealizowane. W przypadku krzyżulców wykonanych z pojedynczych kątowników mocowanych po przeciwnych stronach pasa bądź blachy węzłowej, realizacja połączenia jest prosta: wystarczy jedynie zastosowanie przekładki likwidującej prześwit pomiędzy elementami, spawanej bądź łączonej za pomocą śruby razem z krzyżulcami (rys. 2.11a, fot. 2.5a). Podobnie wygląda sytuacja, gdy do węzła dochodzi dodatkowo element poziomy, rozwiązanie wymaga zastosowania jedynie większej blachy węzłowej (rys. 2.11b, fot. 2.5b). Trudniejsze jest wykonanie połączenia, gdy mamy do czynienia z krzyżulcami wykonanymi z rur okrągłych, które przecinają się w jednej płaszczyźnie. Zwykle stosuje się rozwiązanie polegające na wykonaniu jednego z krzyżulców jako elementu ciągłego, drugiego natomiast złożonego z dwóch części łączonych ze sobą za pomocą blachy węzłowej, która jednocześnie przechodzi przez otwór wykonany w elemencie ciągłym (rys. 2.11c, fot. 2.5c). Połączenie w osi pionowej ściany w przypadku, gdy krzyżulce wykonane są z rur można

również zrealizować z wykorzystaniem obu krzyżulców nieciągłych - zbudowanych z dwóch części, łączonych ze sobą za pośrednictwem blach węzłowych, które następnie skręcone są ze sobą za pomocą śruby (rys. 2.11d, fot. 2.5d). Stosując rozwiązania z krzyżulcami nieciągłymi należy wziąć pod uwagę obniżenie sztywności tych elementów w miejscu występowania blachy.



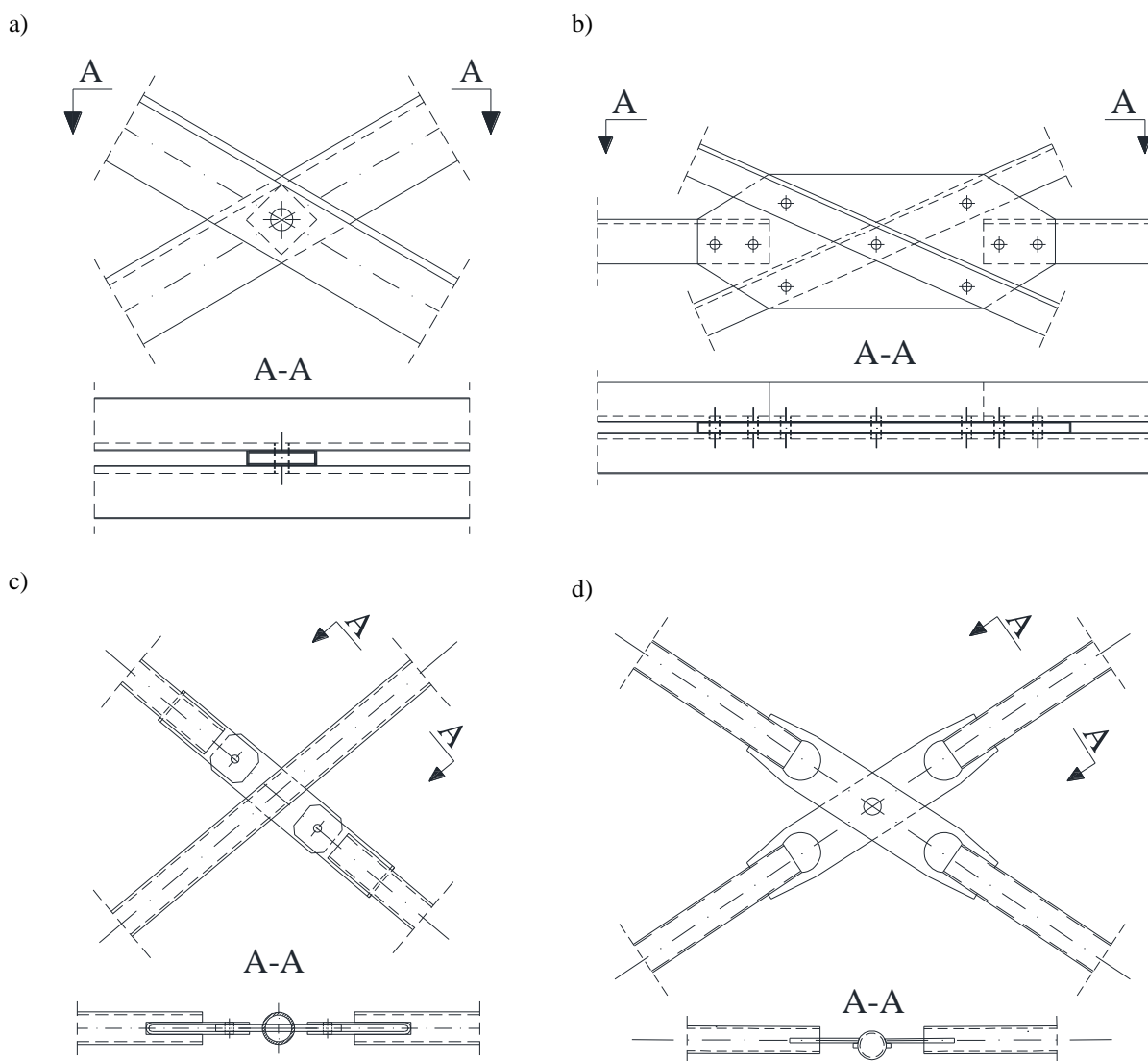
Rys. 2.10. Wybrane rozwiązania połączeń skratowania wieży z krawężnikami wykonanymi z rur bądź prętów pełnych (opis w tekście)



Fot. 2.4. Wybrane rozwiązania połączeń skratowania wieży z krawężnikami wykonanymi z rur bądź prętów pełnych (opis w tekście)

Przy projektowaniu i realizacji poszczególnych segmentów montażowych stosowane są również rozwiązania polegające na spawaniu wszystkich elementów w obrębie całego segmentu (fot. 2.6), wymagają one jednak dużej precyzji i fachowości osób wykonujących prace spawalnicze, a także zwiększają koszt konstrukcji, w związku z tym wykorzystywane są rzadko. Na nośność węzłów spawanych z kształtowników zamkniętych mają wpływ, poza wzajemnymi stosunkami średnic i grubości ścianek poszczególnych elementów węzła, przede wszystkim typ rozwiązania

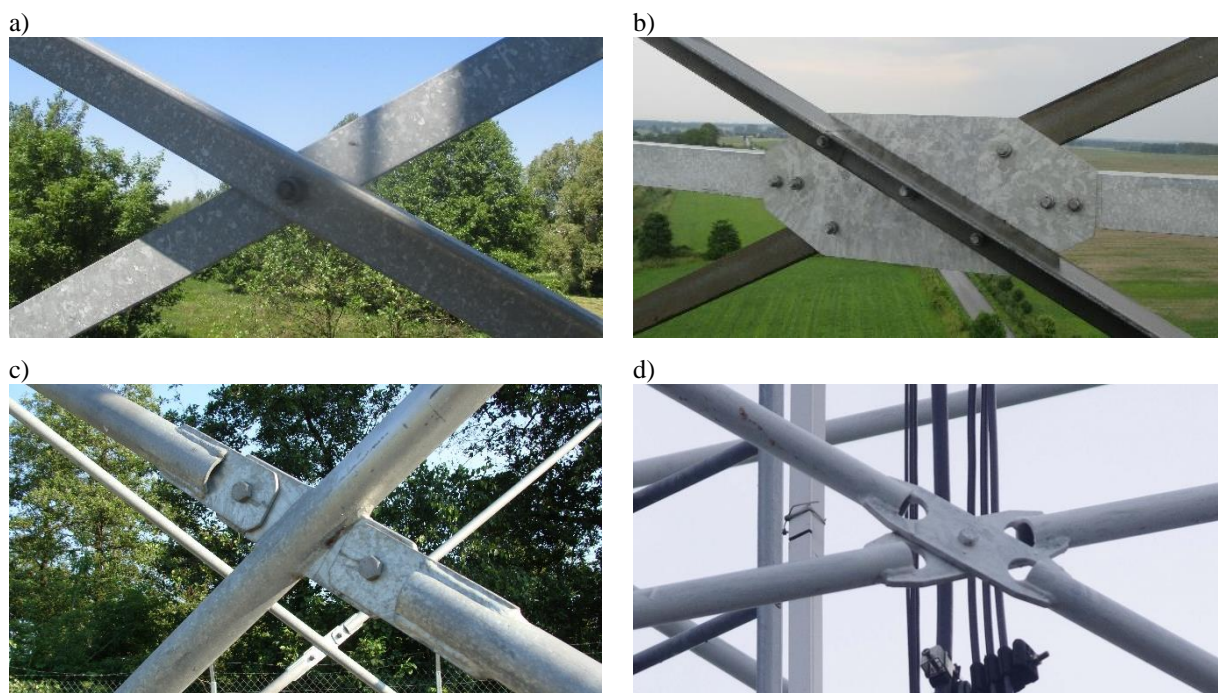
konstrukcyjnego – zastosowanie dodatkowych części takich jak przepony, usztywnienia, stoliki, oraz wartości kątów pomiędzy łączonymi prętami. Dodatkowe elementy często jednak nie prowadzą do wzrostu nośności, a powodują powstanie niekorzystnych naprężeń spawalniczych i ograniczenie zdolności węzłów do odkształceń, wykonywane są więc zazwyczaj jedynie w celu uproszczenia geometrii węzła [Bródka i Broniewicz, 2001].



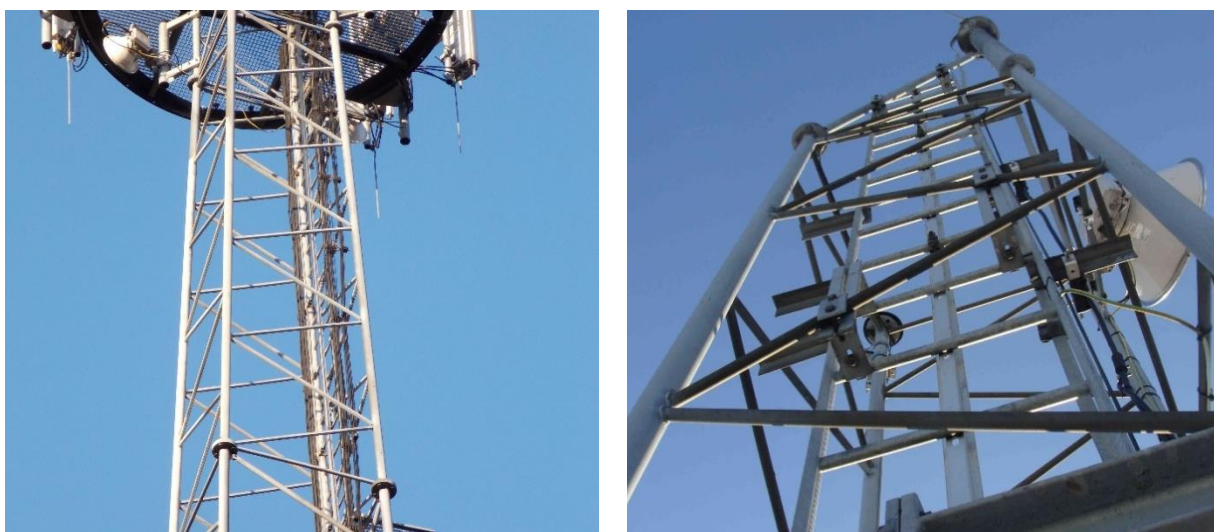
Rys. 2.11. Wybrane rozwiązania węzła na osi podłużnej ściany (punktu łączenia ze sobą krzyżulców; opis w tekście)

Projektując konstrukcję wieżową, uwagę należy zwrócić również na aspekty wykonawcze i użytkowe. Przede wszystkim należy unikać, jeśli to możliwe, prac spawalniczych na montażu, szczególnie na wysokości. W związku z tym konstrukcje projektuje się tak, aby można było zrealizować montaż jedynie za pomocą połączeń śrubowych. Wszystkie elementy powinny być zaprojektowane w taki sposób, aby wykorzystać w jak największym stopniu ich powtarzalność, a także powtarzalność węzłów. Jednocześnie należy unikać wymiarów bardzo zbliżonych, co mogłoby doprowadzić do pomyłki i zamiany elementów podczas montażu. Uwagę należy zwrócić na odpowiedni rozmiar

projektowanych elementów bądź całych segmentów (w przypadku segmentów w całości spawanych), które będą przewidziane do cynkowania ogniowego, tak aby ich gabaryty nie przekroczyły rozmiaru wanny cynkowniczej. Elementy rurowe powinny zostać zasklepione z uwagi na dźwięki, jakie może wydawać konstrukcja w przypadku pozostawienia rur otwartych – pełnią one rolę podobną do piszczałek, co może być dokuczliwe w przypadku wież zlokalizowanych w pobliżu terenów mieszkalnych. W rurach przeznaczonych do cynkowania zanurzeniowego należy jednak zostawić otwory technologiczne, tak aby nie doszło do rozerwania elementu spowodowanego zwiększonym ciśnieniem wewnątrz zamkniętej rury.



Fot. 2.5. Wybrane rozwiązania węzła na osi podłużnej ściany (punktu łączenia ze sobą krzyżulców; opis w tekście)



Fot. 2.6. Krzyżulce mocowane do krawężników za pomocą spawania



Z punktu widzenia pracy konstrukcji bardzo ważne są węzły podporowe, w których zbiegają się krawężnik i krzyżulce z dwóch sąsiednich ścian. Siły w prętach dochodzących do węzła podporowego zmieniają się co do znaku i wartości w zależności od kierunku i prędkości wiatru. Siła ściskająca przekazywana jest bezpośrednio poprzez docisk na fundament, siłę wyrywającą natomiast przejmują śruby kotwiące, zwykle typu fajkowego lub młotkowego, bądź kotwy wykonane z kształtowników (fot. 2.7). Elementy te usytuowane są wewnątrz trzonu stopy fundamentowej, otoczone zbrojeniem i stabilizowane przed betonowaniem za pomocą specjalnych szablonów, określających ich dokładne położenie (fot. 2.8).



Fot. 2.7. Kotwy fundamentowe wykonane z kształtowników umieszczone w zbrojeniu fundamentu stopowego (na górze po lewo) oraz płytowego (na górze po prawo); wystające części kotew po zabetonowaniu fundamentów (na dole)

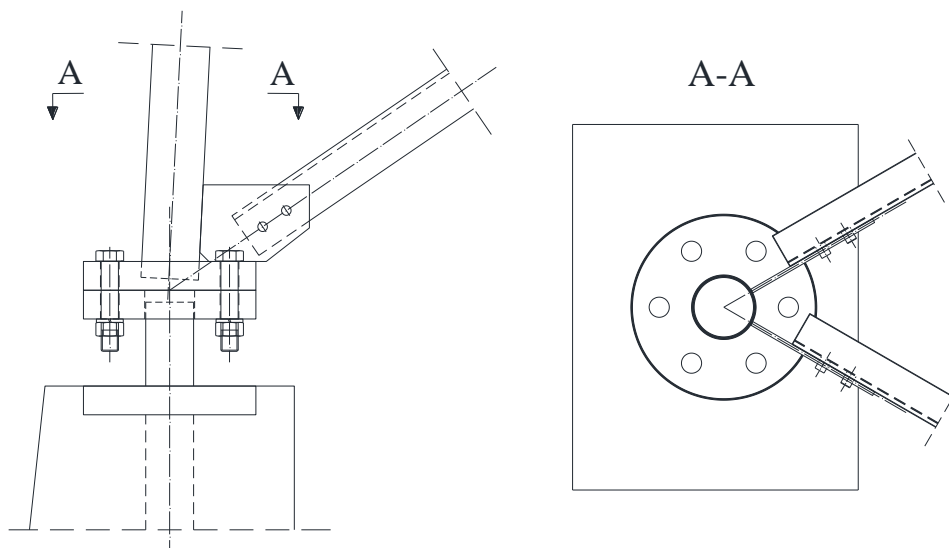


Fot. 2.8. Kotwy fundamentowe w fundamentach stopowych (po lewo) i fundamencie płytowym (po prawo) stabilizowane na czas betonowania za pomocą specjalnego szablону

Najprostszym przykładem jest węzeł, w którym krzyżulec i krawężnik łączone są za pomocą blachy węzłowej (fot. 2.9, rys. 2.12), która jest jednocześnie żebrzem usztywniającym połączenie kołnierzowe. Połączenie z kotwą, która zabetonowana jest w fundamencie, jest w tym przypadku wyniesione nieco ponad poziom fundamentu, kołnierz krawężnika i kotwy łączone są ze sobą za pomocą sześciu śrub. Podobne połączenie pokazano na fot. 2.10 oraz rys. 2.13. Fot. 2.11 i rys. 2.14 przedstawiają węzeł podporowy w wieży o przekroju kwadratowym, przy czym w tym wypadku zamiast pojedynczej kotwy wykonanej z kształtowników zastosowane zostały cztery śruby kotwiące, do których mocowana jest blacha podstawy. Krawężnik wraz z blachą kołnierzową mocowany jest do podstawy za pomocą wkręcanych w nią śrub. W przypadku wież wykonanych z pojedynczych kątowników można stosować połączenia analogiczne (z zastosowaniem dodatkowych żeber usztywniających). Najczęściej jednak kotew fundamentową wykonuje się również z kątownika i wyprowadza ponad poziom fundamentu, a następnie łączy z krawężnikiem dolnego segmentu za pomocą połączenia zakładkowego (fot. 2.12, rys. 2.15).



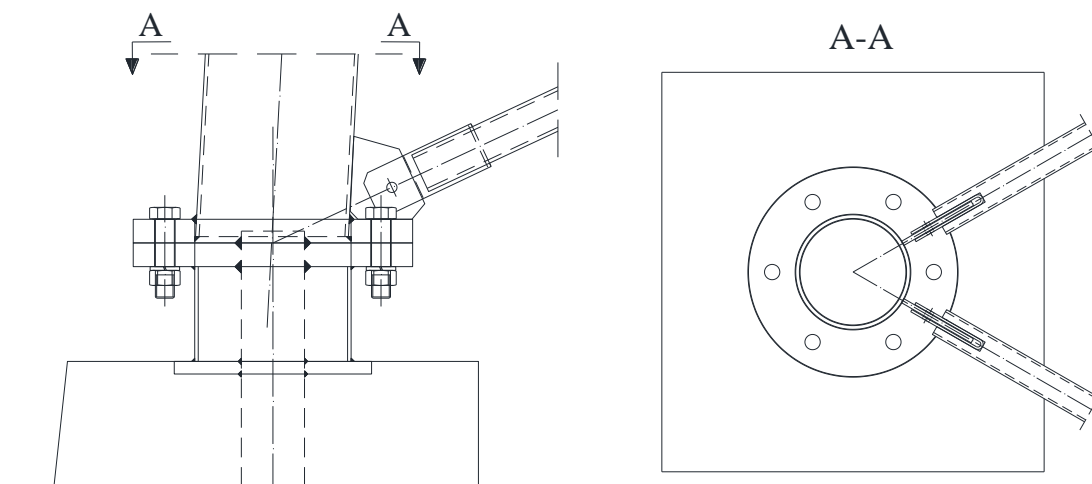
Fot. 2.9. Połączenie podporowe kołnierzowe wyniesione ponad powierzchnię fundamentu; kotew wykonana z pręta pełnego



Rys. 2.12. Połączenie podporowe kołnierzowe wyniesione ponad powierzchnię fundamentu; kotew wykonana z pręta pełnego



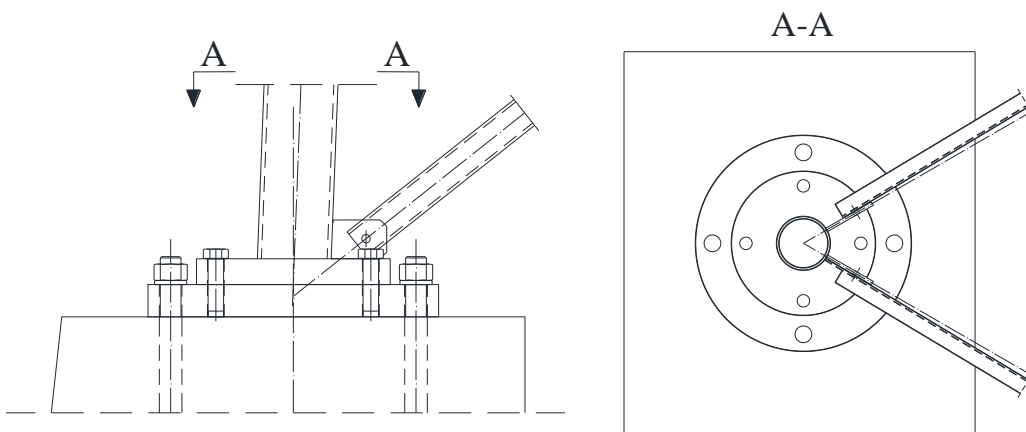
Fot. 2.10. Połączenie podporowe kołnierzowe wyniesione ponad powierzchnię fundamentu; kotew wykonana z pręta pełnego usztywniona rurą



Rys. 2.13. Połączenie podporowe kołnierzowe wyniesione ponad powierzchnię fundamentu; kotew wykonana z pręta pełnego usztywniona rurą



Fot. 2.11. Połączenie podporowe: blacha podstawy zamocowana do fundamentu za pomocą śrub kotwiących



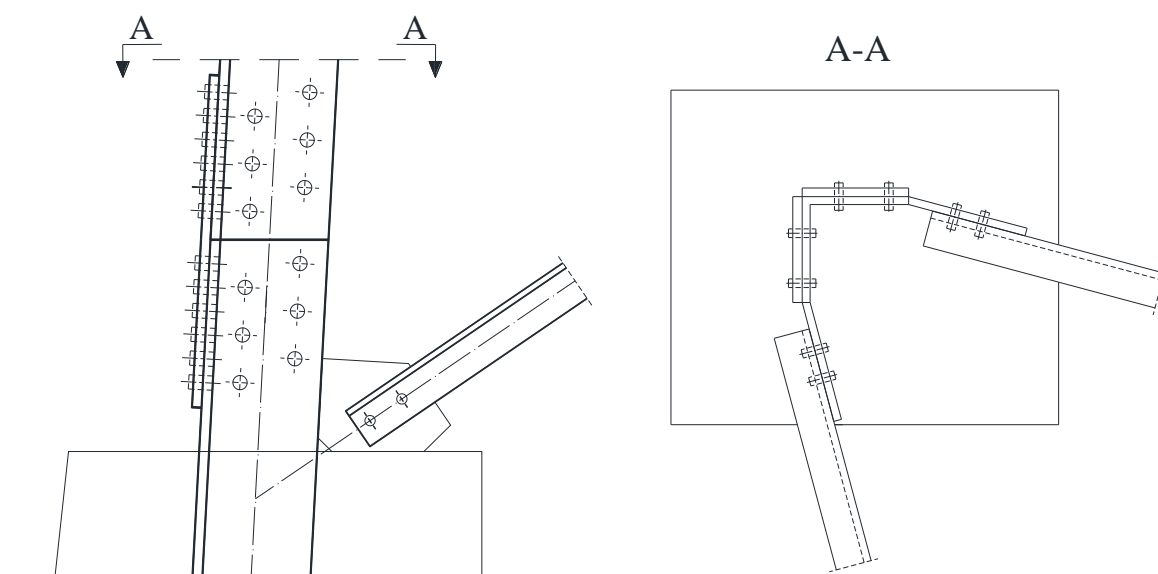
Rys. 2.14 Połączenie podporowe: blacha podstawy zamocowana do fundamentu za pomocą śrub kotwiących



Fot. 2.12a. Połączenie podporowe zakładkowe: kotwa i krawężniki wykonane z kątowników



Fot. 2.12b. Połączenie podporowe zakładkowe: kotwa i krawężniki wykonane z kątowników

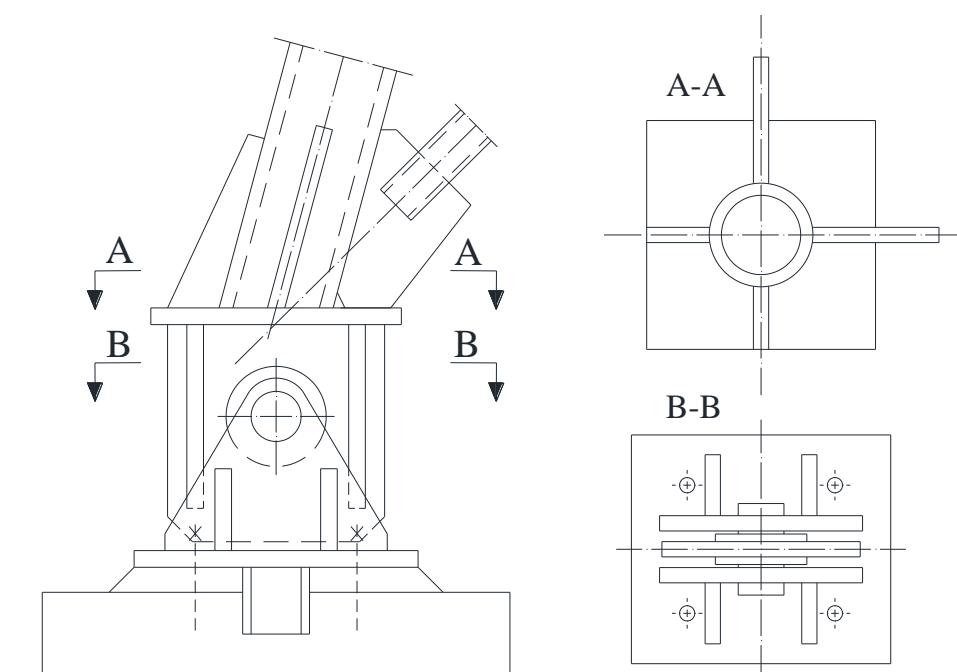


Rys. 2.15. Połączenie podporowe zakładkowe: kotwa i krawężniki wykonane z kątowników

Jedną z wersji węzła podporowego jest rozwiązanie stosowane, gdy przewiduje się montaż dolnej części bądź całej wieży przez obrót, albo gdy przewiduje się ułożenie wieży w pozycji poziomej na czas prowadzenia okresowych prac zabezpieczających przed korozją (fot. 2.13, rys. 2.16). Teoretyczny poziom podparcia jest tu wyniesiony ponad fundament, do osi sworznia. W fundamencie zakotwiona jest na śruby część dolna węzła (podstawa), składająca się z płyty oporowej i dwóch pionowych blach, usztywnionych w kierunku bocznym żebrami jednostronnymi. Do krawężnika wieży jest przyspawana nasada, złożona z pionowej blachy, usztywnionej w kierunku bocznym żebrami. W miejscu sworznia blacha jest pogrubiona poprzez wspawanie pierścieni.



Fot. 2.13. Połączenie podporowe wieży, której montaż przeprowadzany jest przez obrót trzonu w węzle



Rys. 2.16. Połączenie podporowe wieży, której montaż przeprowadzany jest przez obrót trzonu w węzle

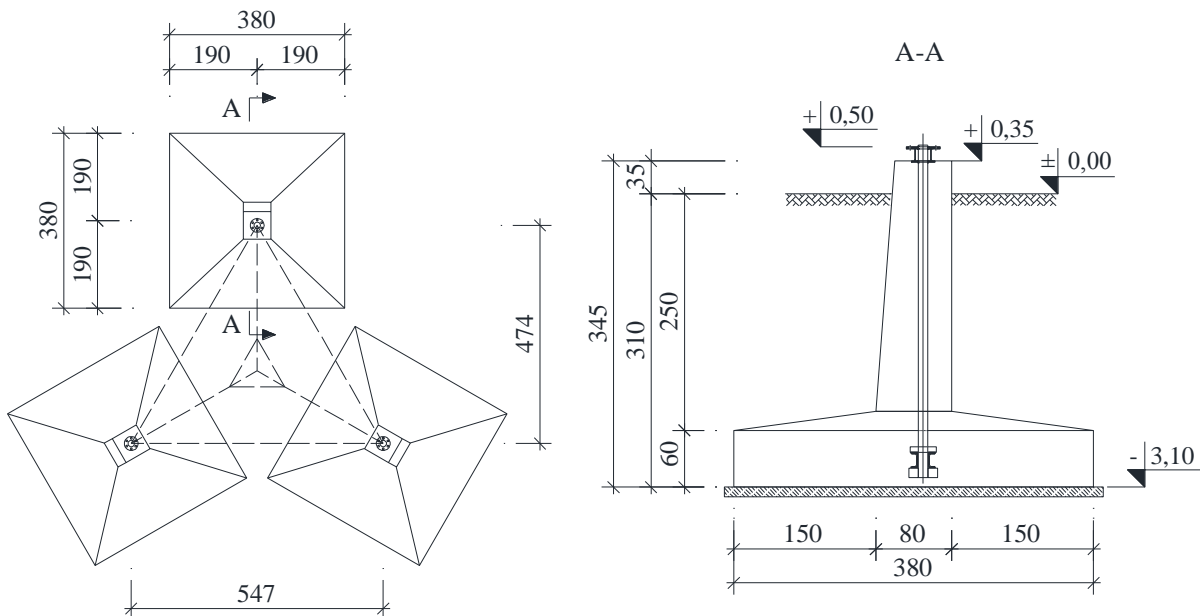
### 2.2.3. Fundamenty

Projektowanie fundamentów konstrukcji telekomunikacyjnych wymaga równie starannego rozważenia co analiza projektowa samych ustrojów wiezowych, wszelkie niedociągnięcia mogą bowiem pociągnąć za sobą poważne zakłócenia w pracy tych konstrukcji [Kozłowski, 1965]. Ciężar stalowych, kratowych konstrukcji wiezowych jest stosunkowo nieduży w porównaniu z innymi smukłymi obiektami, takimi jak np. budynki wysokie czy murowane bądź żelbetowe konstrukcje kominów. Dominującym oddziaływaniem jest tutaj wiatr, który w najmniej korzystnym (w odniesieniu do fundamentu) przypadku generuje znaczne siły wrywające pod jednym z krawężników wieży. Projektowanie fundamentów pod tego typu konstrukcje z uwzględnieniem działających na nie obciążeń, sztywności poszczególnych elementów wieży oraz stateczności całego ustroju jest tematem, który w literaturze poruszany jest rzadko.



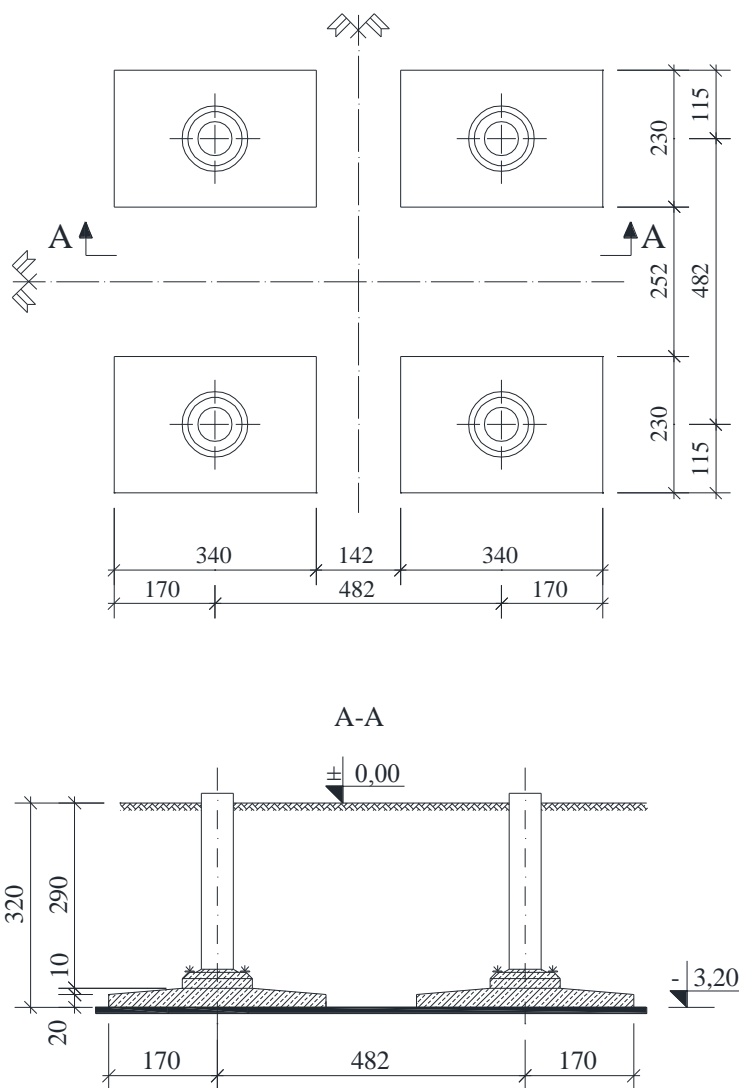
Fot. 2.14. Etapy wykonywania fundamentów stopowo-płytowych

Do posadowienia konstrukcji wieżowych stosuje się najczęściej fundamenty rozczłonkowane (wielostopowe), tj. niezależną stopę fundamentową pod każdym z krawężników wieży. Wymiary i poziom posadowienia, a także wybór rodzaju fundamentów zależą przede wszystkim od reakcji wieży na podłoże, parametrów fizycznych i mechanicznych gruntów występujących w obrębie posadowienia obiektu oraz poziomu wód gruntowych. Na fot. 2.14 przedstawiono fundamenty płytowo-słupowe zaprojektowane pod wieżę o przekroju trójkątnym i wysokości 52,0 m, na poszczególnych etapach ich wykonywania. W tym przypadku podstawa stóp miała wymiary w rzucie 3,8 x 3,8 m i wysokość od 0,6 m przy krawędzi do 0,8 m w części centralnej. Trzon stopy wykonany został w postaci ściętego ostrosłupa, o wymiarach przy podeszwie 0,8 x 0,6 m i 0,6 x 0,6 m w części górnej oraz wysokości 2,65 m. Posadowienie fundamentu zaprojektowano na głębokości 3,1 m p.p.t. Szkic opisanego rozwiązania przedstawia rys. 2.17. Jako fundamenty rozczłonkowane stosuje się również prefabrykowane stopy fundamentowe, składające się z płyty podstawy oraz trzonu, skręcanych ze sobą za pomocą śrub. Rozwiązanie tego typu zaprezentowano na rys. 2.18. Z tego rodzaju fundamentów korzysta się w przypadku wież generujących stosunkowo nieduże siły podporowe na podłoże, z uwagi na ich niewielką masę, która w przypadku większych wartości obciążeń może być niewystarczająca aby zachować stateczność konstrukcji. Można również spotkać stopy fundamentowe, w których prefabrykowana jest jedynie ich dolna część – płyta. Podeszwy wykonywane są w zakładzie prefabrykacji i dostarczane na budowę, a następnie po usytuowaniu ich na dnie wykopu i odpowiednim rozmieszczeniu wykonywane są szalunki i zbrojenie części górnej – trzonu. Po umieszczeniu w trzonach i wypoziomowaniu kotew układany jest beton.



Rys. 2.17. Przykładowe prefabrykowane stopy fundamentowe stosowane w wieżach o przekroju kwadratowym





Rys. 2.18. Przykładowe prefabrykowane stopy fundamentowe stosowane w wieżach o przekroju kwadratowym

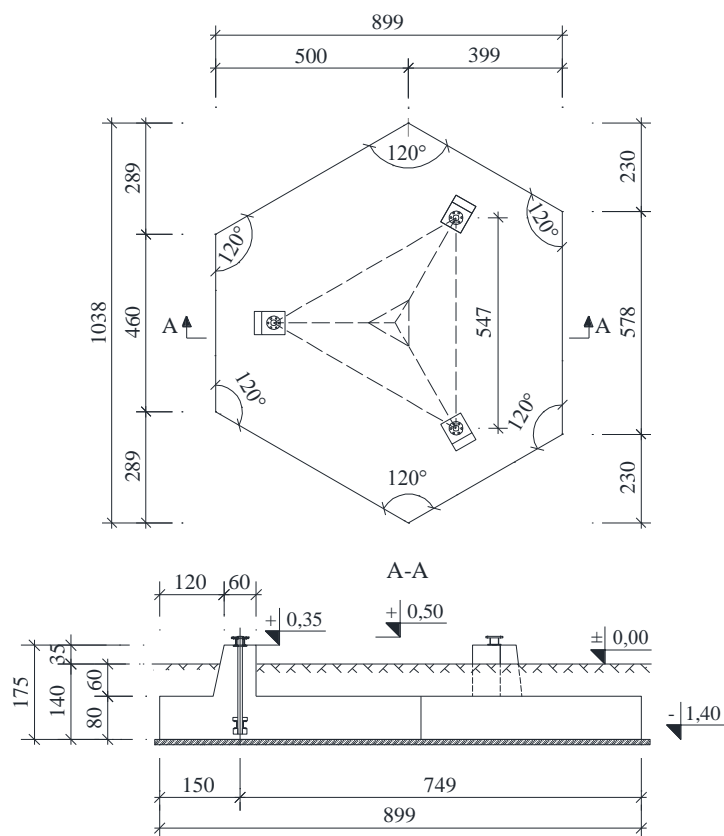
Poza fundamentami w postaci stóp fundamentowych wykorzystuje się do posadowienia wież także fundamenty blokowe, w postaci płyt fundamentowych z osadzonymi w nich trzonami pod każdy z krawężników (fot. 2.15-2.16, rys. 2.19-2.20). Płyty posadawia się płycej niż stopy, co pozwala często uniknąć wykonywania fundamentów w nawodnionych gruntach. Zaletą tego rodzaju rozwiązania, pomimo większego zużycia betonu, jest mniejsza objętość wykopu, mniejsza pracochłonność przy wykonywaniu szalunków oraz większa sztywność fundamentu, a także ograniczenie problemów wykonawczych związanych z odprowadzeniem wody z wykopu. Fundament zaprezentowany na rys. 2.19 zaprojektowany został pod wieżę o wysokości 52,0 m i posadowiony na głębokości 1,4 m p.p.t. Płyta ma wymiary w rzucie 10,38 x 8,99 m i wysokość 0,8 m. Całkowita wysokość fundamentu wraz z trzonami to 1,75 m.



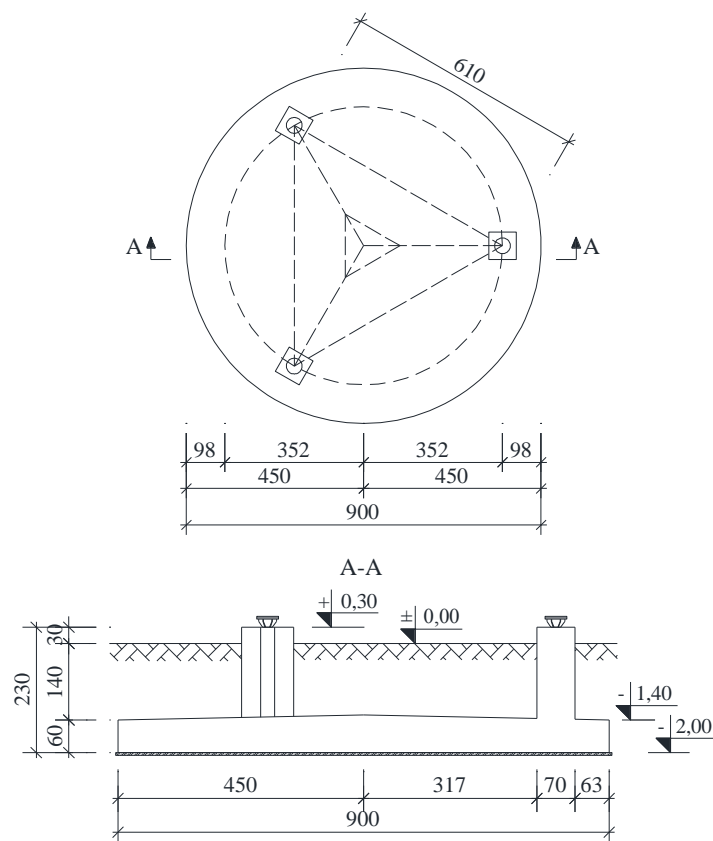
Fot. 2.15 Płyta fundamentowa w kształcie trójkąta ze ściętymi narożnikami



Fot. 2.16. Płyta fundamentowa okrągła



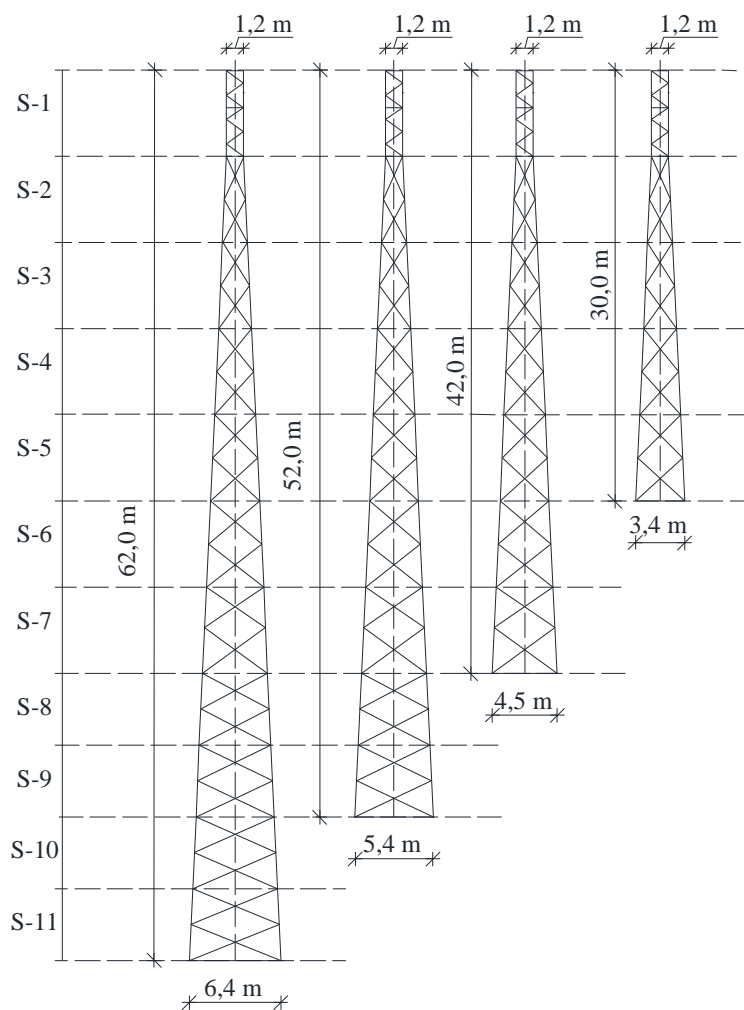
Rys. 2.19. Przykładowa płyta fundamentowa w kształcie trójkąta ze ściętymi narożnikami



Rys. 2.20. Przykładowa płyta fundamentowa okrągła

## 2.2.4. Typoszeregi wież

Intensywny rozwój telekomunikacji powoduje konieczność powstawania coraz większej liczby stacji bazowych w krótkim czasie, przy czym dużą ich część lokalizuje się na konstrukcjach typu wieżowego. Od dawna istnieje problem zaprojektowania wieży uniwersalnej, która składałaby się z prefabrykatów i każdorazowe dostosowanie jej do indywidualnych obciążeń polegałoby na odpowiednim ich doborze i zestawieniu. Znalezienie takiego rozwiązania jest trudne, przede wszystkim z uwagi na różnice w oddziaływaniach środowiskowych (wiatr, oblodzenie) w zależności od lokalizacji konstrukcji. Wpływają na nie m. in. bazowe ciśnienie prędkości wiatru występujące na danym obszarze, a także chropowatość otaczającego wieżę terenu. Problemem są także różnice w przyjmowanej klasie niezawodności poszczególnych konstrukcji, która również wpływa na wymaganą nośność wieży. Pewnego rodzaju ujednoczeniem jest tworzenie tzw. typoszeregów wież, w których kolejne konstrukcje powstają na skutek usunięcia dolnych segmentów wieży (rys. 2.21).



Rys. 2.21. Przykładowy typoszereg wież

Dzięki takiemu zabiegowi powstaje szereg konstrukcji różniących się od siebie wysokością. Przy założeniu jednakowych warunków środowiskowych i jednakowej klasy niezawodności, wieża po

usunięciu jednego bądź kilku segmentów jest w stanie przenieść obciążenia takie same bądź większe niż te, na które została zaprojektowana pierwsza (najwyższa) konstrukcja. Operatorzy telefonii komórkowych kupują kompletne rozwiązanie w postaci typoszeregu wież danej konstrukcji, a przygotowanie projektu wieży dla konkretnej lokalizacji sprowadza się do jego adaptacji, przede wszystkim w zakresie dostosowania fundamentów do panujących warunków gruntowych. Sposób ten znacznie upraszcza i przyspiesza zarówno projektowanie, jak i wytwarzanie oraz wznoszenie konstrukcji wieżowych. Powoduje również obniżenie kosztów na każdym etapie inwestycji.

### **2.2.5. Stacje bazowe zlokalizowane na wieżach**

Poza względami konstrukcyjnymi i użytkowymi, takimi jak odpowiednia nośność wieży, łatwość jej montażu i późniejszego utrzymania, projekt konstrukcji powinien uwzględniać również wymagania technologiczne, związane z jej przeznaczeniem jako konstrukcji wsporczej pod urządzenia stacji bazowej. Na fot. 2.17a i 2.17b pokazano stacje bazowe zlokalizowane na różnych typach konstrukcji wieżowych. Jednym z ważniejszych aspektów, które należy wziąć pod uwagę przy projektowaniu stacji bazowej jest montaż i obsługa anten oraz urządzeń telekomunikacyjnych zlokalizowanych na wieży. Urządzenia te muszą być umieszczone na odpowiedniej wysokości (zwykle na wierzchołku konstrukcji wieżowej), tak aby zapewnić łączność pomiędzy sąsiednimi komórkami sieci, jak również odpowiednie rozsyłanie sygnału do odbiorców. Konstrukcja wieży musi to umożliwiać – w większości wież najwyższy segment projektowany jest jako niezbieżny, co ułatwia montaż konstrukcji wsporczych pod wyposażenie stacji i ich usytuowanie na odpowiednim azymucie. Same konstrukcje wsporcze pod urządzenia i anteny również powinny być zaprojektowane w sposób jak najbardziej uniwersalny, tak aby można było je wykorzystywać przy budowie wielu stacji bazowych, stosując jedynie niewielkie modyfikacje. Muszą one jednocześnie zapewniać wymaganą separację pomiędzy antenami czy modułami radiowymi, tak aby nie zakłócać ich pracy oraz umożliwić ich obsługę. Powinny być one jak najlżejsze i posiadać jak najmniejszą powierzchnię nawietrzną, aby nie zwiększać znacząco obciążeń działających na wieżę. Bardzo istotne jest zagadnienie dotyczące bezpiecznej obsługi urządzeń telekomunikacyjnych znajdujących się na wieży. Stosowane są różnego rodzaju rozwiązania w zakresie pomostów obsługowych, poczynając od galerii w postaci platform usytuowanych poniżej poziomu mocowania anten, po zewnętrzną stronę trzonu wieży, gwarantujących wygodny dostęp do wszystkich urządzeń (fot. 2.18), poprzez pomosty techniczne znajdujące się wewnątrz trzonu wieży (fot. 2.19), po rozwiązania polegające na alpinistycznym dostępie do urządzeń (fot. 2.20). Galerie projektowane są zwykle na planie koła bądź foremnego wielokąta, a ich zaletą jest zapewnienie stosunkowo wygodnej i bezpiecznej obsługi urządzeń, w porównaniu do pozostałych rozwiązań. Z uwagi na swoje gabaryty generują one jednak dość znaczne dodatkowe obciążenie. Pomosty zlokalizowane wewnątrz trzonu wieży, zwykle na belkach będących jednocześnie częścią skratowania ścian, są rozwiązaniem pośrednim – dodatkowe obciążenie nie jest tak duże jak w przypadku galerii, prace związane z utrzymaniem i modernizacją stacji wykonywane z ich użyciem nie są jednak tak komfortowe. Obsługa alpinistyczna nie wymaga stosowania dodatkowych elementów mocowanych do konstrukcji, poza prętami bądź uchwytami

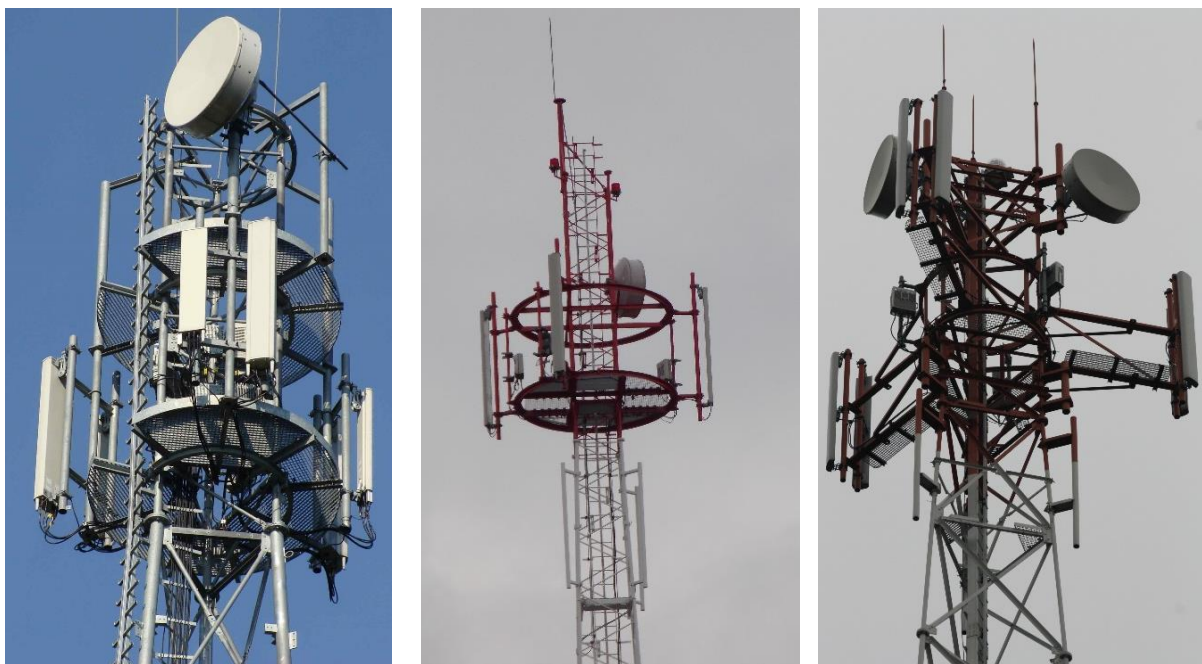
asekuracyjnymi. Te jednak powinny być stosowane zawsze, aby zapewnić osobom wchodzącym na wieżę możliwość przypięcia się do konstrukcji i asekurację. Jest to jednak rozwiązanie zapewniające niewątpliwie najmniejszy poziom bezpieczeństwa i wygody podczas obsługi stacji bazowej.



Fot. 2.17a. Stacje bazowe zlokalizowane na różnych typach konstrukcji wieżowych



Fot. 2.17b. Stacje bazowe zlokalizowane na różnych typach konstrukcji wieżowych c.d.



Fot. 2.18. Rozwiązania galerii umożliwiające wygodny dostęp do urządzeń stacji bazowych zlokalizowanych na wieżach



Fot. 2.19. Pomosty techniczne zlokalizowane wewnątrz trzonu wieży



Fot. 2.20. Urządzenia stacji bazowej z dostępem alpinistycznym



Kolejnym aspektem, który należy wziąć pod uwagę jest doprowadzenie kabli zasilających, światłowodowych, fiderów (kabli koncentrycznych przenoszących sygnał radiowy z nadajnika do anteny lub z anteny do odbiornika, występujących coraz rzadziej), czy kabli służących do podłączenia oznakowania świetlnego wieży na poszczególne poziomy antenowe. Projektuje się w tym celu drabiny bądź wsporniki kablone, zamocowane do trzonu wieży albo usytuowane na samodzielnym fundamencie (fot. 2.21). Należy również przewidzieć montaż drabiny włazowej, gwarantującej bezpieczne wejście na wieżę i dostęp do wszystkich znajdujących się na niej galerii. Ważne jest, aby była ona stabilna i posiadała, zwłaszcza w przypadku wież o dużych wysokościach, spoczniki, pozwalające na chwilowe zatrzymanie się i odpoczynek podczas wchodzenia. Powszechne są rozwiązania polegające na zastosowaniu drabiny włazowo-kablowej (fot. 2.22), która łączy obie funkcje. Drabiny mogą być zlokalizowane na ścianie (fot. 2.21 na dole), w środku trzonu (fot. 2.21 na górze) bądź na krawężniku wieży (fot. 2.23), przy czym w każdym przypadku należy dążyć do zminimalizowania powierzchni zewnętrznej, wykorzystując m. in. przesłanianie się elementów.



Fot. 2.21. Drabiny włazowe: z samodzielnym fundamentem (na górze), zamocowana na ścianie wieży (na dole)



Fot. 2.22. Drabiny włazowo-kablowe: stopnie włazowe zlokalizowane za wspornikami kablowymi, po przeciwnych stronach prowadnic (po lewo); wsporniki kablowe mocowane do prowadnic, po obu stronach drabiny włazowej (po prawo)



Fot. 2.23. Zlokalizowane na krawężniku wieży drabina włazowa (po stronie zewnętrznej) i wsporniki kablowe (wewnątrz trzonu)

W zależności od wyboru rozwiązania technicznego umożliwiającego montaż i obsługę stacji bazowej na wieży, konieczne jest zaprojektowanie konstrukcji wieżowej w taki sposób, aby realizacja wybranego rozwiązania była możliwa. Należy również pamiętać, aby zapewnić możliwość rozbudowy stacji bazowej w przyszłości. Już na etapie projektowania należy przewidzieć możliwość montażu dodatkowych galerii, pomostów, wsporników antenowych, czy ewentualnych dodatkowych dróg kablowych.

### 2.2.6. Wzmacnianie konstrukcji wieżowych

W związku z szybkim tempem rozwoju telekomunikacji istotne jest zapewnienie już na etapie projektowania konstrukcji wieżowej możliwości jej wzmocnienia w przyszłości, na skutek rozbudowy antenowych systemów nadawczych i nadawczo-odbiorczych. Często jest to jeden z wymogów operatorów telefonii komórkowych. Prawidłowo wzmocnione konstrukcje są w stanie bezpiecznie

przeniesie zwiększone w wyniku rozbudowy stacji bazowej obciążenia [Zamorowski i Gremza, 2016; Szafran i inni, 2018]. Za każdym razem jest to jednak zmiana warunków pracy takich konstrukcji, ze względu na zmianę wartości i układów obciążeń (wymiana lub montaż nowych anten, urządzeń i kabli oraz pomostów zapewniających do nich dostęp), a co za tym idzie charakterystyk dynamicznych. Czynniki determinującymi potrzebę wzmocnienia konstrukcji mogą być również zużycie eksploatacyjne konstrukcji oraz spadek jej nośności ze względu na np. korozję.

Pierwszym i najważniejszym krokiem przy projektowaniu wzmocnienia konstrukcji jest prawidłowa identyfikacja elementów, których nośność po wykonaniu rozbudowy stacji bazowej (a tym samym zwiększeniu obciążeń) będzie niewystarczająca – tzw. „najsłabsze ogniwo”. Najczęściej wzmocnienia wymagają krawężniki wieży, jako główne elementy nośne, ale zdarza się również, że niewystarczającą nośność wykazują elementy skratowania bądź połączenia. Czasami wzmocnienie jest wymagane z uwagi na niespełnienie stanu granicznego użyteczności, tzn. przekroczenie dopuszczalnych przemieszczeń bądź obrotów trzonu wieży w miejscu mocowania anten, albo na jej wierzchołku, co jest bezpośrednio związane z wymogami technologicznymi (zapewnienie ciągłej, bezawaryjnej łączności z sąsiednimi komórkami sieci). Każdy z wymienionych wyżej powodów wymaga zastosowania odmiennego podejścia.

Opracowanie projektu wzmocnienia jest zwykle o wiele trudniejsze niż zaprojektowanie nowej konstrukcji. Kolejność działań musi zostać szczegółowo przeanalizowana, należy ocenić maksymalne możliwe odciążenie wzmocnianych elementów podczas prac modernizacyjnych, przewidzieć rozwiązania umożliwiające tymczasowe przeniesienie obciążeń z elementów wzmocnianych na inne, oraz zaplanować, jeśli to konieczne, wprowadzenie do układu dodatkowych podpór bądź skratowania [Małowski i Spizewska, 2002]. Istnieją dwie hipotezy dotyczące obliczania wzmocnienia konstrukcji. W pierwszej zakłada się, że dodatkowe (wzmocniające) elementy poddane są tylko siłom pochodzącym od obciążenia dodanego po wykonaniu wzmocnienia (obliczenia dotyczą zakresu sprężystego). Druga hipoteza natomiast przyjmuje założenie, że gdy element pierwotny (podlegający wzmocnieniu) osiągnie stan plastyczny, naprężenia są rozdzielane pomiędzy przekrój podstawowy i dodany, który włączany jest do współpracy (obliczenia dotyczą zakresu plastycznego) [Małowski i Spizewska, 2002].

Zaleca się, aby przy projektowaniu wzmocnień konstrukcji wież kratowych były spełnione ogólne wymagania, jak zachowanie osiowości w węzłach kratownicy oraz takie rozmieszczenie dodatkowych elementów (przy wzmocnianiu przekroju), aby lokalizacja środka ciężkości przekroju poprzecznego elementu wzmocnianego przed jego wzmocnieniem i po nie uległa zmianie, a jeśli nie jest to możliwe, weryfikacja tych elementów z uwzględnieniem dodatkowych naprężeń powstałych w wyniku momentów zginających, pojawiających się na skutek mimośrodowego połączenia elementów. Należy również mieć na uwadze, że poza efektywnym zwiększeniem nośności konstrukcji, wzmocnienie powinno spełniać także szereg innych warunków, biorąc pod uwagę następujące aspekty:

- realizację wzmocnienia – powinno być ono relatywnie łatwe w montażu, nie może kolidować z elementami istniejącej konstrukcji; w miarę możliwości należy unikać cięcia, wiercenia

i spawania elementów na montażu (zwłaszcza na wysokości); spoiny łączące elementy wzmacniające z elementami wzmacnianymi oraz węzłami powinny być zlokalizowane w miejscach łatwo dostępnych, tak aby możliwe było ich wygodne wykonanie, oraz aby było możliwe przeprowadzenie kontroli ich jakości, jak również późniejszych przeglądów w ramach utrzymania obiektu; rozmieszczenie śrub i zakotwień powinno umożliwiać swobodne dokręcenie nakrętek,

- aspekty ekonomiczne wzmocnienia - związane są bezpośrednio z warunkami wykonania; dodatkowe elementy powinny mieć możliwie najmniejszą wagę i być łatwe w montażu (cena jest tym wyższa, im większa jest pracochłonność realizacji wzmocnienia, im trudniejsze jest jego wykonanie i im więcej dodatkowego sprzętu jest do tego celu potrzebne),
- stateczność i sposób łączenia elementów – wzmocnienie powinno być trwale przymocowane do istniejącej konstrukcji, aby zagwarantować przeniesienie sił wewnętrznych na dodatkowe elementy i współpracę z istniejącą konstrukcją.

Jeśli chodzi o kratowe wieże telekomunikacyjne wzmocnienia wymagają w zdecydowanej większości przypadków elementy ściskane. W zależności od tego, czy konieczność wzmocnienia wynika ze zbyt dużej smukłości elementu (zbyt mała nośność na wyboczenie), czy też ze zbyt małej nośności plastycznej przekroju, a także biorąc pod uwagę fizyczne możliwości wykonania wzmocnienia obiektu oraz opisane powyżej warunki, wyróżnia się trzy podstawowe sposoby wzmacniania elementów ściskanych:

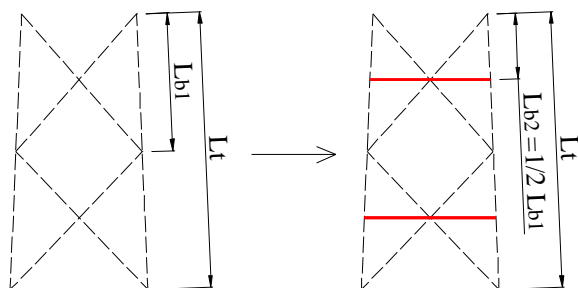
- (1) zmniejszenie długości wyboczeniowej elementów, skutkujące usztywnieniem konstrukcji (w przypadku smukłych prętów, których nośność jest zdeterminowana poprzez stateczność elementu),
- (2) dodanie elementów wzmacniających zwiększających pole przekroju poprzecznego pręta ściskanego, a jednocześnie nie zmieniających znacząco smukłości elementu,
- (3) jednoczesne zwiększenie sztywności konstrukcji (redukcja długości wyboczeniowej i smukłości elementu) oraz przekroju poprzecznego elementów [Małowski i Spizewska, 2002].

Ze względu na charakterystyki elementów składowych wież kratowych – ich znaczną smukłość oraz przeważające w nich siły osiowe, w większości przypadków ich nośność określa warunek stateczności. W przypadku wież kratowych, których elementy nie wymagają zwiększenia przekroju poprzecznego, wzmocnienie polegające na zmianie schematu statycznego poprzez dołożenie dodatkowego skratowania stanowiącego podpory pośrednie, a tym samym skracającego długości wyboczeniowe elementów, jest rozwiązaniem ekonomicznym i stanowi zwykle najlepszą opcję.

Jednym z typów wież, które występują bardzo licznie na terenie Polski jest typoszereg konstrukcji o przekroju poprzecznym w kształcie trójkąta i rombowym układzie skratowania (w kształcie litery „X”) (z wyjątkiem segmentu górnego, o pojedynczym skratowaniu). Krawężniki tych wież wykonane są z okrągłych prętów pełnych, skratowanie natomiast z gorącowalcowanych kątowników

(szczegółowy opis tych konstrukcji można znaleźć w publikacji Szafrana [Szafran i inni, 2015]). Fot. 2.24 przedstawia wzmocnienie krawężników wieży tego typu z uwagi na niedostateczną nośność wyboczeniową. Zastosowano tu dodatkowe skratowanie poziome, wykonane z kątowników gorącowałowanych, łączone do krawężników za pomocą obejm oraz w miejscach przecięcia się krzyżulców za pomocą blach węzłowych (wymieniając przekładkę dystansową na blachę węzłową, umożliwiającą przymocowanie dodatkowych elementów za pomocą śrub), które ma za zadanie zmniejszyć długość wyboczeniową głównych elementów nośnych wieży (rys. 2.22). Uwagę należy zwrócić na poprawne zaprojektowanie wzmocnienia - dodatkowe elementy powinny mieć odpowiednią smukłość, powinny być połączone w miejscu przecięcia się istniejącego skratowania, aby zapewnić współpracę układu, powinno się je łączyć w węźle za pomocą minimum dwóch śrub co najmniej z jednej strony, blokując tym samym możliwość obrotu i usztywniając układ.

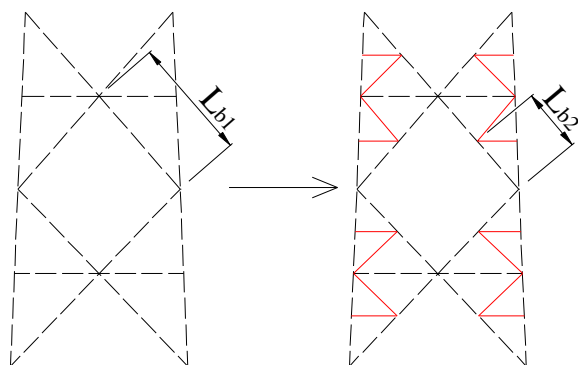
Na podobnej zasadzie zaprojektowane zostało wzmocnienie krawężników zaprezentowane na rys. 2.23 i fot. 2.25. Zastosowano tu skratowanie drugorzędne połączone z krawężnikami i istniejącym skratowaniem za pomocą obejm. Dodatkowe elementy stanowią również wzmocnienie krzyżulców wieży, przy wyboczeniu w płaszczyźnie ściany.



Rys. 2.22. Zmiana schematu statycznego konstrukcji - skrócenie długości wyboczeniowej krawężników przy skratowaniu rombowym (typu „X”) - schemat



Fot. 2.24. Istniejące wzmocnienie konstrukcji wieżowej poprzez skrócenie długości wyboczeniowych jej krawężników

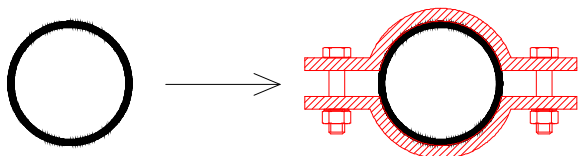


Rys. 2.23. Zmiana schematu statycznego konstrukcji - skrócenie długości wyboczeniowej krzyżulców przy skratowaniu krzyżulcowym z rozpórkami drugorzędnymi - schemat



Fot. 2.25. Istniejące wzmocnienie krawężników (i krzyżulców) poprzez skrócenie ich długości wyboczeniowej

Bywa, że skrócenie długości wybozeniowej jest niewystarczające i konieczne jest wykonanie wzmocnienia poprzez zwiększenie przekroju poprzecznego elementów, których nośność plastyczna jest zbyt mała. Taki zabieg zwykle zwiększa również sztywność elementu poprzez zmniejszenie jego smukłości. Jest to rozwiązanie trudniejsze zarówno projektowo, jak i wykonawczo, często wymaga spawania elementów na placu budowy. Samo wzmocnienie jest z reguły cięższe, co w połączeniu z pracochłonnością jest opcją droższą niż zmiana schematu statycznego. Przykład takiego wzmocnienia zaprezentowano na rys. 2.24 i fot. 2.26. Wieża to konstrukcja o przekroju kwadratowym, której krawężniki wykonane są z okrągłych rur, skratowanie natomiast z rur i kątowników gorącowałcowanych. Konieczne było wzmocnienie przekroju prętów krawężnikowych, które zrealizowano za pomocą obejm wykonanych z połówek rur o odpowiednio dobranej średnicy (takiej, aby wewnętrzna strona obejmki dolegała ściśle do wzmacnianej rury), mocowanych ze sobą za pomocą śrub o odpowiednim rozstawie, oraz spawanych do krawężników w miejscach ich styku z kołnierzami obejmki. Aby zapewnić ciągłość wzmocnienia oraz prawidłowe przekazywanie obciążeń na elementy wzmacniające, w miejscu węzłów dospawane zostały żebra.

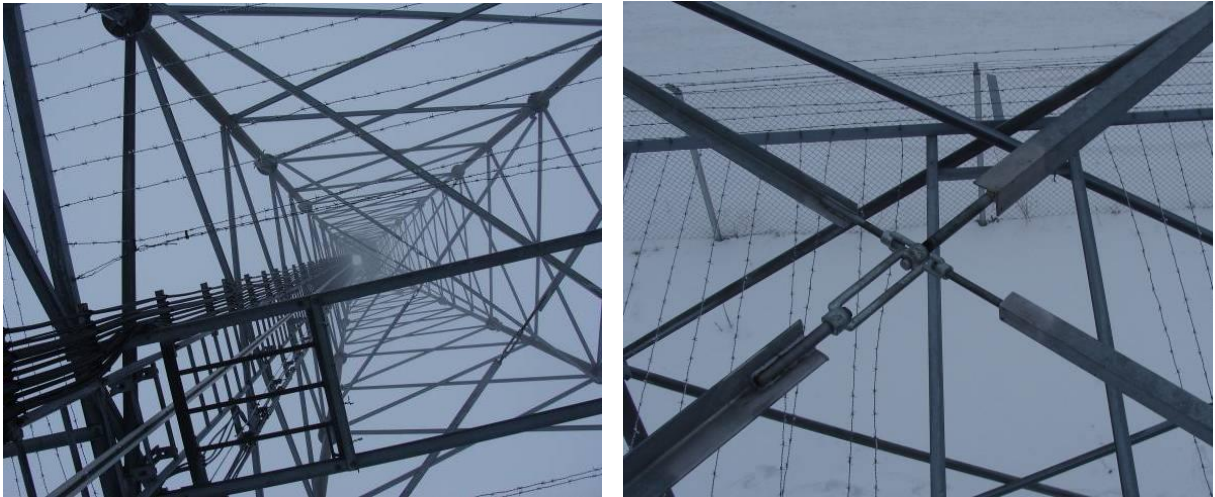


Rys. 2.24. Wzmocnienie przekroju krawężników wykonanych z rur - schemat



Fot. 2.26. Istniejące wzmocnienie przekroju krawężników wykonanych z rur

Poza zapewnieniem nośności konstrukcji, w przypadku wież telekomunikacyjnych niezwykle istotne jest również spełnienie kryteriów dotyczących stanu granicznego użyteczności - nieprzekraczanie maksymalnych przemieszczeń i obrotów wierzchołków wież, co umożliwia niezawodną pracę umieszczonych na nich stacji bazowych. Przykład wzmocnienia wieży o przekroju kwadratowym, mającego za zadanie zredukować skręt trzonu, zaprezentowany został na fot. 2.27.



Fot. 2.27. Usztywnienie konstrukcji o przekroju kwadratowym za pomocą montażu przepon z prętów wiotkich

Zastosowano tu poziome przepony wykonane z kątowników i prętów pełnych, które sprężono za pomocą śrub rzymskich. Z uwagi na kształt przekroju poprzecznego wieży (kwadrat jest figurą geometrycznie zmienną), jest ona podatna na odkształcenia spowodowane skręcaniem trzonu. Wykonane przepony mają korzystny wpływ na ograniczenie obrotu trzonu wieży.

---

# Rozdział 3

## Badania niszczące konstrukcji w skali naturalnej

---

### 3.1. Cel badań eksperymentalnych

W praktyce inżynierskiej, a przede wszystkim w opracowaniach naukowych, testy eksperymentalne obiektów w ich skali naturalnej uznaje się za najlepsze z możliwych źródeł wiedzy, które pozwala uzyskać rzetelne dane na temat rzeczywistego zachowania się konstrukcji pod obciążeniem niszczącym. Biorąc pod uwagę poziom złożoności, skalę oraz różnego rodzaju nieliniowości występujące w konstrukcjach inżynierskich, często niemożliwe jest znalezienie rozwiązań zagadnień dotyczących pracy konstrukcji metodami analitycznymi. Normy powszechnie wykorzystywane do obliczeń prezentują uogólnione, przybliżone metody szacowania ich nośności. Aby poznać i zrozumieć rzeczywiste zachowanie się różnego rodzaju struktur pod obciążeniem granicznym wykorzystuje się badania eksperymentalne prowadzone w skali naturalnej, które pomimo trudności wykonawczych i stosunkowo dużych kosztów, w porównaniu do innych źródeł pozyskiwania informacji na temat konstrukcji, np. symulacji komputerowych, oraz znacznej pracochłonności, pozwalają uzyskać rezultaty niemożliwe do otrzymania w inny sposób. Ponadto, mogą być stosowane jako procedury walidacji w procesie rozwoju modeli numerycznych, a uzyskane wyniki mogą stanowić podstawę do modyfikacji i doskonalenia wykorzystywanych w praktyce inżynierskiej metod obliczeniowych.

W niniejszym rozdziale zamieszczono szczegółowy opis badania niszczącego konstrukcji wieży telekomunikacyjnej, które zostało przeprowadzone w jej rzeczywistej skali. Eksperyment ten był częścią większego projektu, którego celem było kontrolowane zniszczenie sześciu konstrukcji wieżowych o podobnej wysokości (wszystkie wieże miały ok. 40,0 m), różniących się między sobą konstrukcją (tj. przekrojem poprzecznym, skratowaniem, elementami z których wykonane były wieże). Wyniki badań opisano szczegółowo jedynie dla jednej z konstrukcji, będącej przedmiotem niniejszej pracy.

Główne cele przeprowadzonego badania były następujące:

- obserwacja mechanizmu zniszczenia konstrukcji oraz zachowania się poszczególnych jej elementów podczas pracy pod obciążeniem granicznym lub do niego zbliżonym,
- określenie charakteru zniszczenia krawężników i skratowania wieży,
- określenie wartości obciążenia niszczącego,
- pomiary odkształceń w elementach za pomocą tensometrów elektrooporowych oraz określenie na ich podstawie nośności poszczególnych elementów konstrukcji, ze szczególnym uwzględnieniem nośności wybozeniowej prętów krawężnikowych,
- pomiary geodezyjne przemieszczeń wybranych węzłów konstrukcji.



## 3.2. Przeprowadzony eksperyment

### 3.2.1. Teren badań

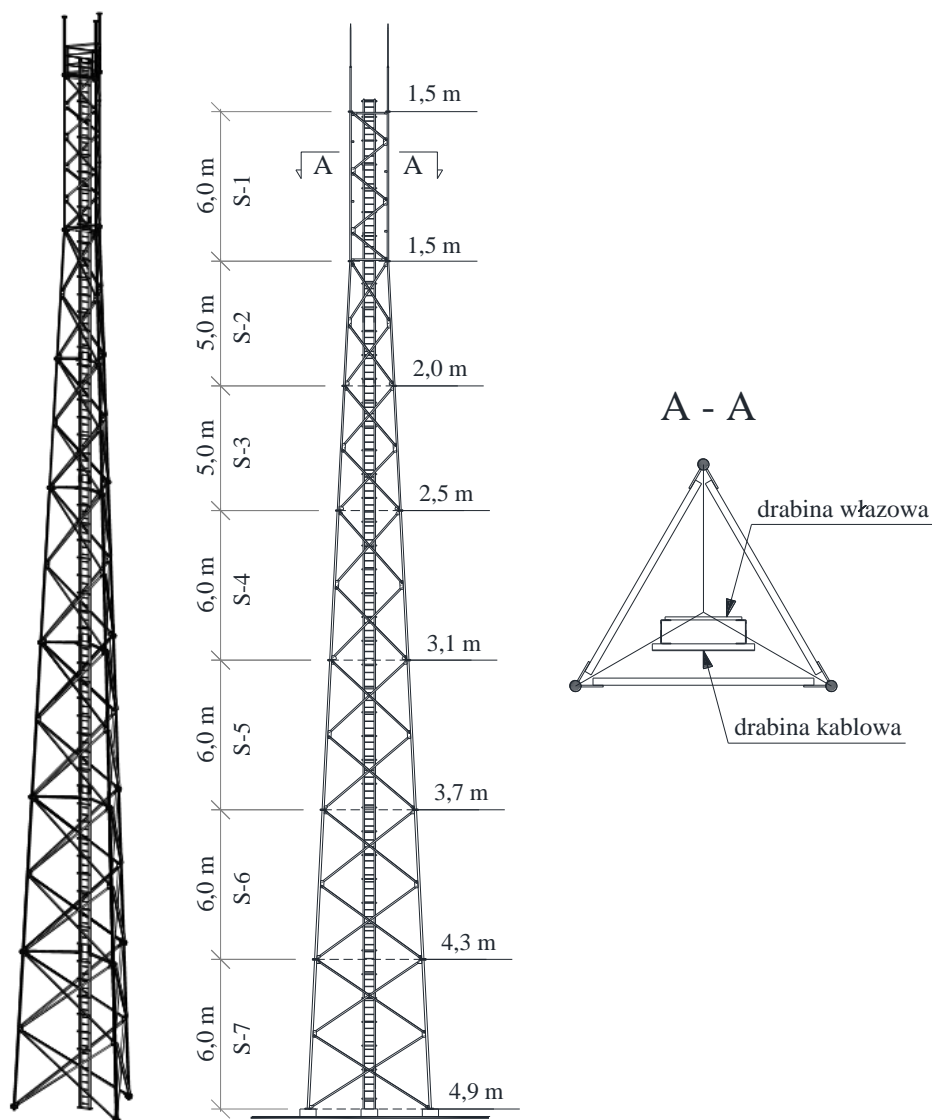
Testy w naturalnej skali konstrukcji wymagają do ich przeprowadzenia w sposób prawidłowy, umożliwiający wykonanie wszystkich planowanych pomiarów, oraz co najistotniejsze bezpieczny, znalezienia i przygotowania odpowiedniego terenu z niezbędnym zapleczem. Konstrukcja wieżowa nie mogła zostać poddana złożonym badaniom w swojej pierwotnej lokalizacji z uwagi na występujące w sąsiedztwie istniejących obiektów zabudowania, napowietrzne linie energetyczne, drzewa i inne przeszkody (fot. 3.1). Z tego powodu eksperyment przeprowadzono na placu (fot. 3.2, rys. 3.1), który spełniał odpowiednie wymogi: posiadał wymiary umożliwiające usytuowanie urządzenia generującego obciążenie w odpowiedniej odległości od badanej konstrukcji oraz posiadał utwardzoną nawierzchnię, umożliwiającą wprowadzenie ciężkiego sprzętu (holownik, sprzęt potrzebny do montażu konstrukcji). Co równie ważne, wybrany teren zapewniał bezpieczne odległości pomiędzy obiektem badań a sąsiadującymi budynkami, miejscami przebywania ludzi etc.



Fot. 3.1. Niekorzystna lokalizacja istniejących wież – sąsiedztwo zabudowań i napowietrznych linii energetycznych, nieutwardzony teren



4,9 m u podstawy oraz 1,5 m na szczycie wieży. Najwyższy segment jest graniastoslupem o boku podstawy równym 1,5 m. Schemat konstrukcji przedstawia rys. 3.2.



Rys. 3.2. Widok 3D wieży, schemat konstrukcji oraz jej przekrój poprzeczny

Krawężniki wieży zostały wykonane z okrągłych prętów pełnych, natomiast elementy skratowania z gorącowalcowanych kątowników równoramiennych i nierównoramiennych. Skratowanie ścian w segmentach od S-2 do S-7 jest skratowaniem rombowym (typu „X”), natomiast skratowanie górnego segmentu wieży (S-1) - skratowaniem pojedynczym (trójkątnym). Krzyżulce mają charakter ciągły, w miejscach przecięcia połączone są poprzez podkładkę dystansową jedną śrubą (rys. 2.11a). Ich połączenie z pasami kratownicy przestrzennej zrealizowano za pomocą blach węzłowych i śrub (dwie sztuki na węzeł) (rys. 2.10c). Krawężniki w stykach poszczególnych segmentów zostały połączone za pomocą blach kołnierzych przyspawanych na ich końcach oraz sześciu śrub (fot. 2.3 po lewo).

Zestawienie podstawowych elementów konstrukcji wieży znajduje się w tabeli 3.1.

Tabela 3.1. Zestawienie podstawowych elementów analizowanej wieży.

Segment	Wysokość segmentu [m]	Przekrój poprzeczny krawężników	Przekrój poprzeczny krzyżulców	Śruby w poszczególnych segmentach - krawężniki/skratowanie	Grubości blach kołnierзовych – góra/dół [mm]
S-1 (szczyt wieży)	6,0	Ø65	L60x60x6/C65	M16/M16 kl. 8.8	25/25
S-2	5,0	Ø65	L60x60x6	M16/M16 kl. 8.8	25/25
S-3	5,0	Ø65	L60x60x6	M16/M16 kl. 8.8	25/30
S-4	6,0	Ø80	L60x60x6	M20/M16 kl. 8.8	30/30
S-5	6,0	Ø80	L90x60x8	M20/M16 kl. 8.8	30/30
S-6	6,0	Ø90	L90x60x8	M24/M16 kl. 8.8	30/35
S-7 (podstawa wieży)	6,0	Ø90	L90x60x8	M24/M16 kl. 8.8	35/35

W swojej pierwotnej lokalizacji (gdy konstrukcja była częścią działającej stacji bazowej) wieża wewnątrz trzonu posiadała centralnie usytuowaną drabinę włazowo-kablową (fot. 2.21 na górze, fot. 3.3), posadowioną na niezależnym fundamencie, która była połączona z jej trzonem w poziomie łączy segmentów za pomocą równoramiennych kątowników gorącownicowanych L60x60x6 o odpowiednich długościach. Konstrukcja drabiny była wykonana z dwóch ceowników zimnogiętych Czg140x60x4 stanowiących jej główne prowadnice, rozstawionych w odległości 0,5 m, połączonych szczeblami z prętów okrągłych żebrowanych o średnicy 18 mm w rozstawie osiowym 0,28 m. Drabina podzielona była na segmenty zbliżone długością do segmentów wieży. Do mocowania kabli, po przeciwnej stronie części włazowej drabiny przymocowane były kątowniki gorącownicowane LR40x40x4 w rozstawie ok. 0,68 m. Szerokość części kablowej wynosiła około 0,60 m. Połączenia poszczególnych sekcji drabiny były wykonane jako śrubowe, natomiast połączenia pomiędzy jej elementami w ramach jednej sekcji były zrealizowane jako spawane.

Standardowo wieża będąca częścią stacji bazowej wyposażona jest również w pomosty techniczne wykonane wewnątrz jej trzonu, pomiędzy drabiną i krawężnikami, w kształcie trójkątów, służące do obsługi sprzętu telekomunikacyjnego zamocowanego na wieży (fot. 2.19). Belki nośne pomostów stanowią elementy poziome wykonane z ceowników gorącownicowanych C65. Same pomosty wykonywane są z blachy ryflowanej bądź krat pomostowych, mocowanych do słupków za pomocą uchwytów wykonanych z pręta. Balustrady realizowane są z kątowników gorącownicowanych L40x40x4 mocowanych do krawężników wieży za pomocą obejm.

Na potrzeby eksperymentu odtworzenie drabiny włazowo-kablowej jak i konstrukcji wsporczych, w które zwykle wyposaża się tego typu wieże, nie było konieczne – obciążenie poziome powstające na skutek wiatru oddziałującego podczas rzeczywistej pracy konstrukcji m. in. na te elementy (które jest

obciążeniem kluczowym) zostało przyłożone do wieży podczas badań w postaci siły skupionej. Ciężar konstrukcji wsporczych został w eksperymencie pominięty, jako wpływający w sposób minimalny na stopień wykorzystania nośności wieży.

Elementy konstrukcyjne przedmiotowej wieży o grubości do 12,0 mm zostały wykonane ze stali klasy St3SY, natomiast elementy o grubości powyżej 12,0 mm ze stali St3S (wg. [PN-90-B-03200]). Do wykonania elementów zastosowano elektrody EA 1.46, do ich łączenia na montażu użyto śrub klasy 8.8 według [DIN 7990]. Wszystkie elementy były zabezpieczone antykorozyjnie poprzez cynkowanie ogniowe.

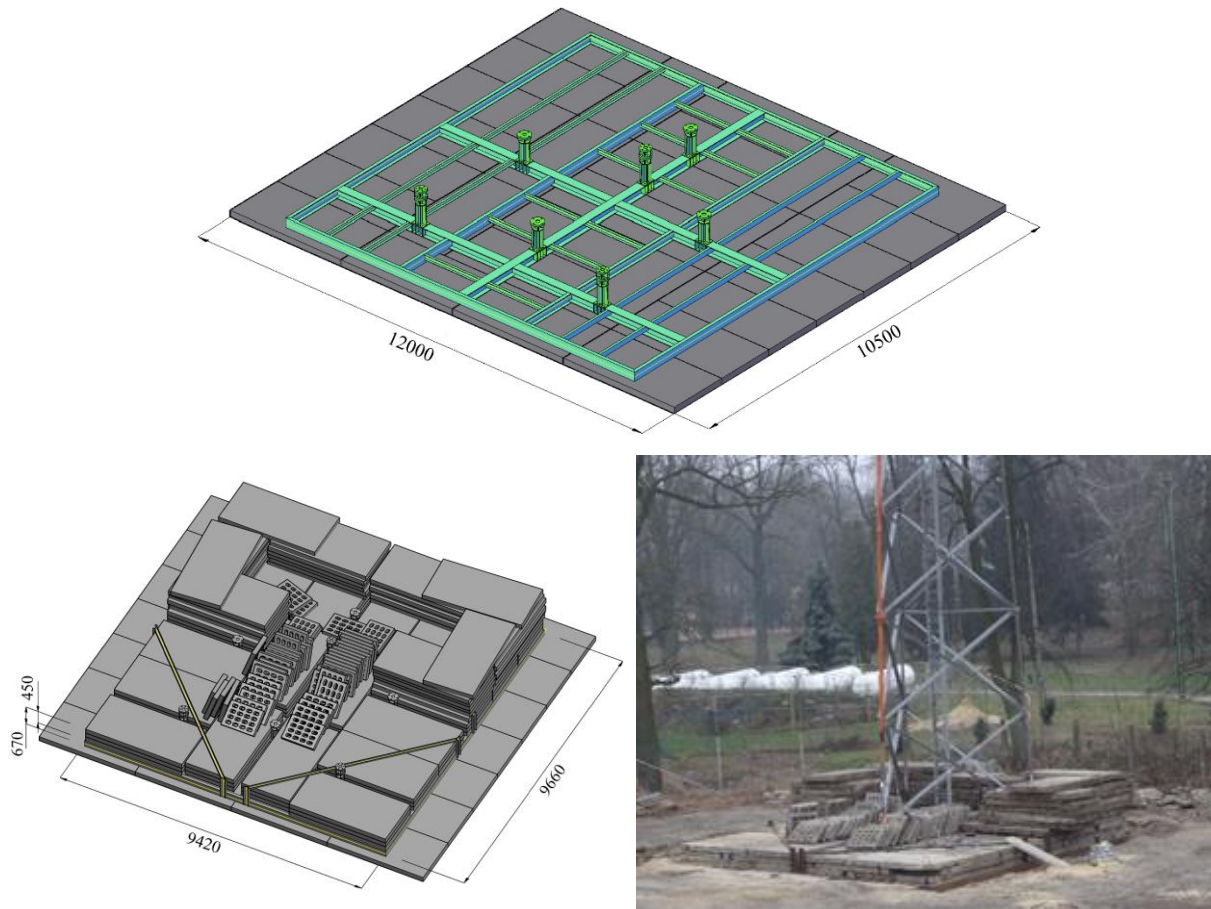


Fot. 3.3. Drabina włazowo-kablowa na istniejącej stacji bazowej

### 3.2.3. Fundamenty

Z uwagi na fakt, iż badanie nie było przeprowadzane w pierwotnej lokalizacji konstrukcji wieżowej a na placu badawczym, konieczne było wykonanie fundamentu pod montowaną konstrukcję. Zdecydowano się zaprojektować fundament prefabrykowany, inny niż standardowo stosowane w praktyce inżynierskiej rozwiązania (płyty lub stopy fundamentowe, rys. 2.17).

Gabaryty fundamentu zostały dobrane na podstawie obliczeń stateczności oraz analizy istniejących konstrukcji podobnych typów (jednakowe wysokości wież i ich geometria). Parametry geometryczne i masę dobrano w taki sposób, aby doprowadzić do zniszczenia trzonu, nie powodując jednocześnie utraty stateczności fundamentu. Zaprojektowano stalowy ruszt z kotwami umożliwiającymi mocowanie dolnych krawężników wieży, który został ułożony na betonowych płytach drogowych (rys. 3.3). Całość umieszczona została w wykopie o głębokości ok. 1,0 m na warstwie zagęszczonego piasku, w celu zabezpieczenia przed ewentualnymi przemieszczeniami poziomymi, a następnie dociążona płytami drogowymi, aby uzyskać projektowaną masę ustroju.



Rys. 3.3 Stalowy ruszt ułożony na betonowych płytach (na górze), fundament w całości - model (po lewo na dole) oraz widok rzeczywisty podczas testu eksperymentalnego (po prawo na dole)

Wykonana w ten sposób płyta fundamentowa miała wymiary ok. 9,42 x 9,66 x 0,67 m (nie uwzględniając betonowych płyt podstawy) i masę ok. 175 t, czyli znacznie więcej niż w przypadku fundamentów rzeczywistych, wykonywanych w praktyce (masa płyty fundamentowej pod wieżę o wysokości 40,0 m to ok. 120 t). Obciążenie z trzonu wieży przenoszone jest przy takim układzie poprzez kotwy fundamentowe na stalową ramę, a stamtąd poprzez betonowe płyty na grunt.

### 3.2.4. Imperfekcje geometryczne

Prawidłowa identyfikacja i pomiar geometrycznych niedoskonałości to jedno z ważniejszych działań, które należy wykonać przed badaniem w skali naturalnej, szczególnie w przypadku konstrukcji stalowych, gdzie precyzja wykonania ma istotne znaczenie, a wszelkie odchyłki mogą mieć znaczny wpływ na zachowanie się i nośność konstrukcji.

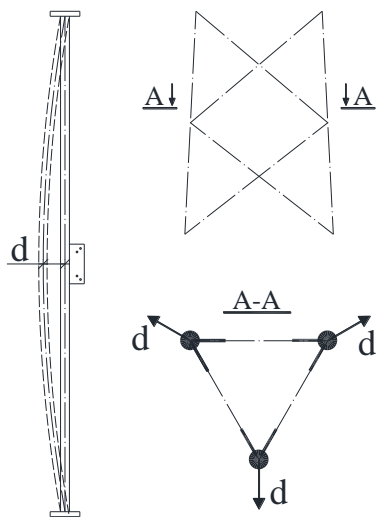
Wybrane elementy konstrukcyjne wieży zostały przed montażem pomierzone w celu określenia ich geometrycznych nieprawidłowości. W połowie długości prętów krawężnikowych - w miejscach przyspawania blach węzłowych, stwierdzono odchylenia od osi podłużnych prętów, na zewnątrz w kierunku dwusiecznych kątów trójkąta stanowiącego przekrój poprzeczny trzonu wieży (rys. 3.4). Deformacje te powstały w procesie wytwarzania elementów – spowodowały je naprężenia powstałe

podczas spawania blach węzłowych. Pomierzone wielkości tych geometrycznych, lokalnych imperfekcji wahają się w granicach ok. 8 – 15 mm. Zgodnie z [PN-EN 1090-2] tolerancje podstawowe, tj. istotne ze względu na kryteria oceny nośności i stateczności całej konstrukcji, odnoszące się do prostości krawężników konstrukcji wieżowych, są równe dopuszczalnej odchyłce:

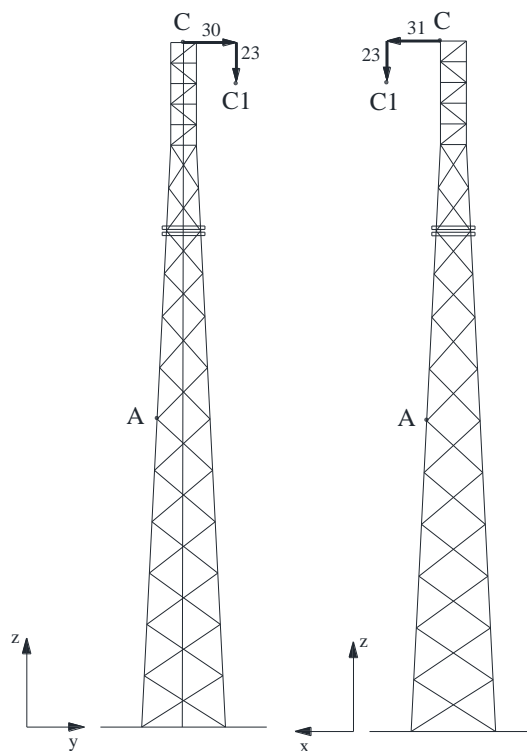
$$\Delta = \frac{L}{1000}, \quad (3.1)$$

gdzie  $L$  jest długością odcinka pomiędzy punktami węzłowymi. Dla analizowanych krawężników dopuszczalna odchyłka jest zatem równa  $\Delta = 6,0$  mm, a więc pomierzone imperfekcje przekraczają wielkości normowe. Należy jednak wziąć pod uwagę fakt, że wieża, jak wcześniej wspomniano, nie jest konstrukcją nową, ale pochodzącą z demontażu stacji bazowej, była zatem przez pewien czas użytkowana. Zaobserwowane odchyłki nie są więc jedynie deformacjami produkcyjnymi, ale częściowo również efektem jej eksploatacji.

Krzyżulce wykonane zostały jako niezależne elementy bez blach węzłowych – w tym przypadku odchyłki były znikome.



Rys. 3.4. Lokalne imperfekcje geometryczne krawężników



Rys. 3.5. Globalne imperfekcje geometryczne – wychylenie szczytowego węzła

Poza imperfekcjami lokalnymi, po przeprowadzeniu montażu konstrukcji i zamocowaniu jej w fundamencie, zmierzono również globalne wychylenia punktów zlokalizowanych na wierzchołku wieży (rys. 3.5, tab. 3.2).

Tabela 3.2. Przemieszczenia wierzchołka wieży

Kierunek przemieszczenia	Wartość przemieszczenia [mm]
$u_x$	31
$u_y$	30
$u_z$	-23
$\Delta u$	49

Należy podkreślić, że norma [PN-EN 1090-2] zaleca uwzględniać w analizie konstrukcji wpływ imperfekcji zarówno lokalnych, obejmujących naprężenia własne i odchyłki geometryczne, takie jak brak prostopadłości, prostoliniowości, brak płaskości czy przylegania, oraz wszelkie niewielkie mimośrodowość montażowe występujące w węzłach konstrukcji nieobciążonej, jak i imperfekcje globalne układów, związane z odstępstwem w zakresie rozmieszczenia węzłów konstrukcji po wykonaniu montażu w stosunku do cech geometrycznych wyidealizowanych, przyjętych w projekcie.

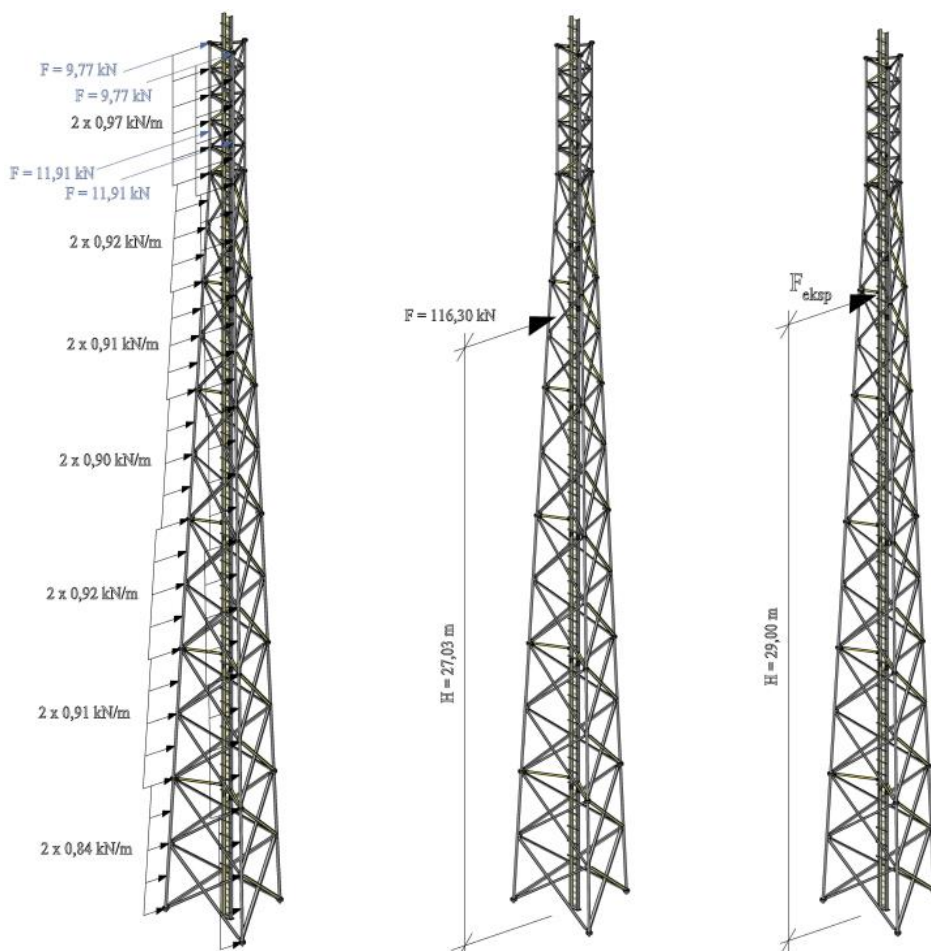
### 3.2.5. Przebieg badania

Eksperyment polegał na zasymulowaniu zewnętrznego oddziaływania wiatru, które w warunkach naturalnych jest podstawowym obciążeniem działającym na tego typu konstrukcje, przy użyciu stalowej liny zamocowanej na drugim końcu do holownika. Charakter obciążenia różnił się od rzeczywistego – siła przyłożona została punktowo i miała charakter quasi-statyczny, jednak pozwoliło to uzyskać w elementach konstrukcji siły przekrojowe podobne do występujących przy jej typowej pracy. Poziom przyłożenia obciążenia był zbliżony do miejsca występowania siły wypadkowej, odpowiadającej obciążeniu wiatru na trzon wieży oraz jej standardowe wyposażenie (rys. 3.6).

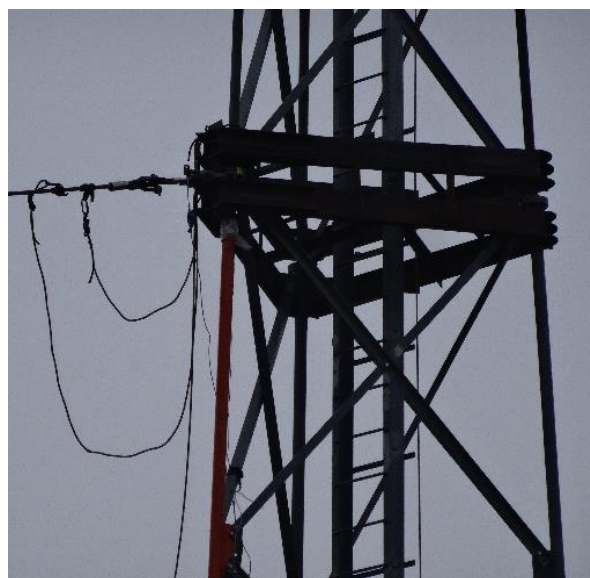
Aby przekazać oddziaływania na wszystkie węzły w przekroju poprzecznym, a nie jedynie na ten, w którym zamocowana została lina, wieża wyposażona została w specjalnie zaprojektowaną do tego celu przeponę (obejmę), którą przyspawano do jej krawężników (fot. 3.4). Elementy obejm – jej rozmiary i sposób mocowania zostały zwymiarowane i dopasowane do przykładowego obciążenia, a wysokość zamontowania przepony została tak dobrana, aby uniknąć uszkodzenia części wspornikowej konstrukcji (segmenty nad przeponą), a jednocześnie wygenerować znaczne siły przekrojowe w jej dolnych segmentach (wysokość przyłożenia obciążenia jest zbieżna z wysokością występowania zaprezentowanej na rys. 3.6 siły wypadkowej).

Obciążenie działające na konstrukcję generowane było przez holownik (fot. 3.5), który posiadał do tego celu odpowiednią masę i możliwość zakotwienia w gruncie, pozwalające na stabilizację przy niekontrolowanych zmianach naprężeń w linie. Siłę w linie rejestrowano za pomocą siłomierza umieszczonego pomiędzy przeponą a liną stalową.





Rys. 3.6. Przykładowe obciążenie wiatrem działające na trzon i wyposażenie wieży (po lewo), siła wypadkowa przykładowego oddziaływania wiatru (pośrodku), oraz miejsce przyłożenia obciążenia podczas eksperymentu (po prawo)

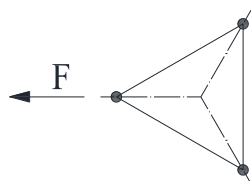


Fot. 3.4. Stalowa przepona

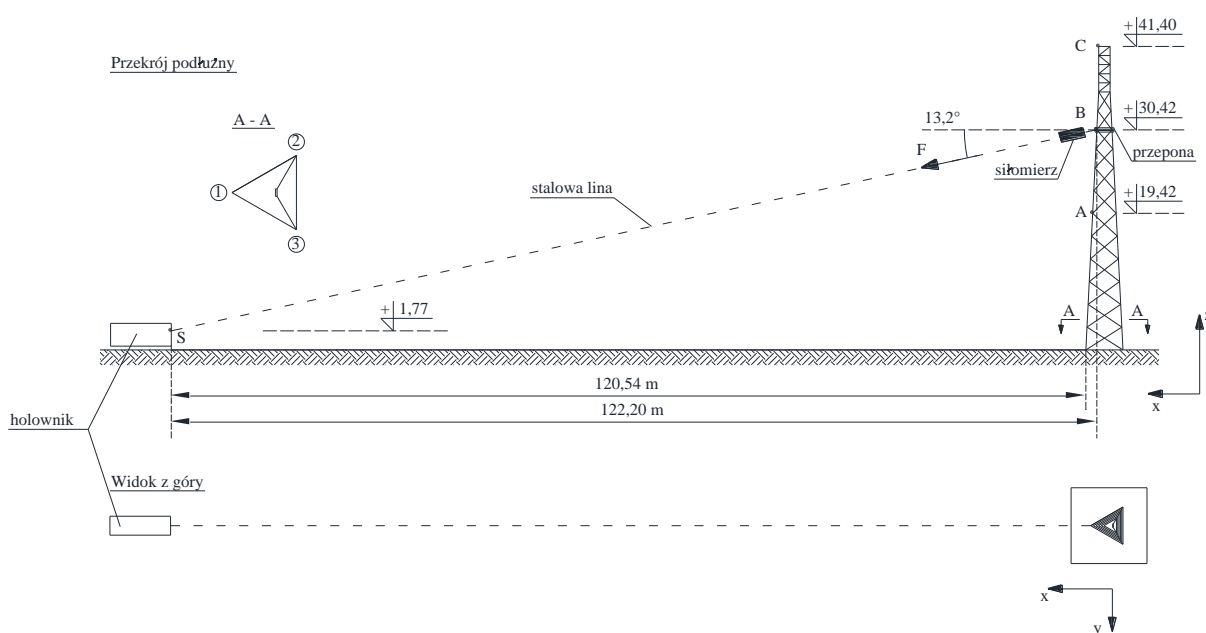


Fot. 3.5. Holownik służący do generowania obciążenia podczas eksperymentów

Obciążenie przykładano do wieży w najmniej korzystnym kierunku, tak aby uzyskać maksymalne siły przekrojowe w jej elementach (rys. 3.7) – przede wszystkim podłużne siły ściskające w krawężnikach. Lina ustawiona była wzdłuż kierunku „x” (rys. 3.8), a jej osiowe usytuowanie zweryfikowano za pomocą precyzyjnych pomiarów geodezyjnych, aby uniknąć przypadkowego, niekontrolowanego skręcania trzonu. Obciążenie zwiększano stopniowo, w celu kontroli napięcia stalowej liny oraz siły w niej występującej, a także aby umożliwić pomiary geodezyjne przemieszczeń wybranych węzłów wieży.



Rys. 3.7. Kierunek przyłożenia obciążenia zewnętrznego



Rys. 3.8. Schemat doświadczenia

### 3.2.6. Mechanizm zniszczenia konstrukcji

Zniszczenie badanej konstrukcji nastąpiło poprzez utratę stateczności (wyboczenie) ściskanego krawężnika dolnego segmentu wieży (fot. 3.6-3.7).



Fot. 3.6. Wyboczony krawężnik segmentu S-7: widok z przodu (po lewo) oraz z boku (po prawo)

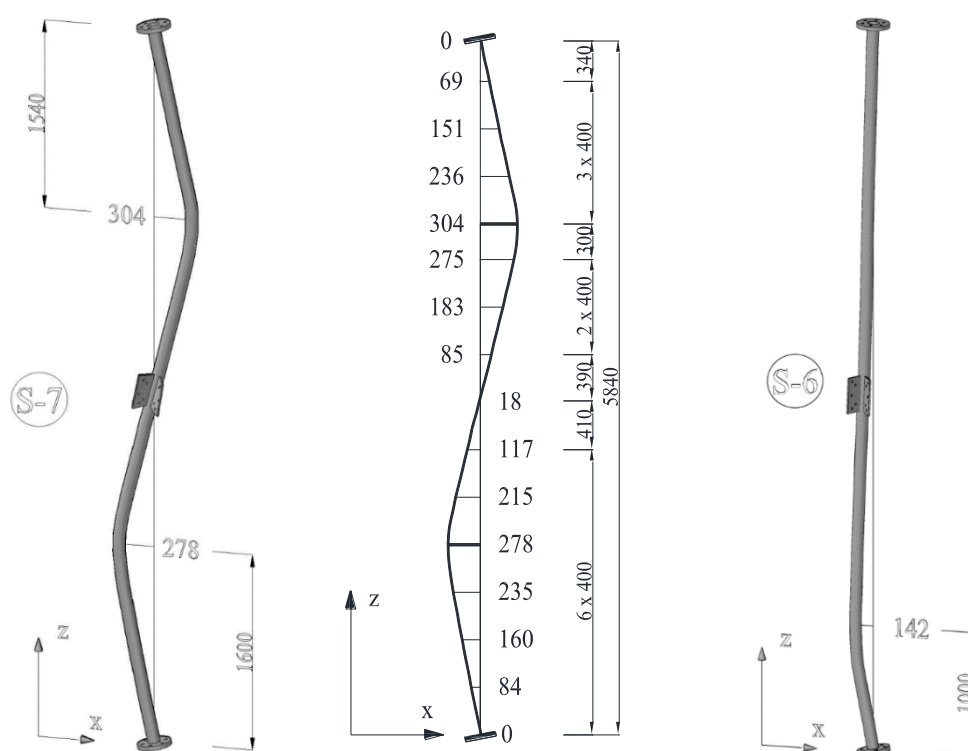


Fot. 3.7. Wyboczony krawężnik segmentu S-7

Na zaprezentowanych fotografiach można zaobserwować duże odkształcenia elementów. Wyboczenie krawężnika nastąpiło prostopadle do kierunku obciążenia. Zarówno węzły łączące poszczególne krawężniki, jak i węzeł znajdujący się w połowie segmentu, do którego dochodzą elementy skratowania nie uległy deformacjom. Świadczy to o znacznej sztywności połączeń w stosunku do

elementów krawężnikowych, dużo większej niż sztywność dochodzących do nich prętów. Z uwagi na znaczną grubość blach kołnierzowych, w połączeniach nie nastąpił również efekt dźwigni (krawężniki rozciągane), który mógłby wpłynąć na wyniki pomiarów sił przekrojowych w elementach.

Grubość blach kołnierzowych oraz liczba śrub w połączeniu, a także sposób mocowania krzyżulców skratowania do elementów krawężnikowych, poprzez nadanie połączeniom odpowiedniej sztywności mają wpływ na charakter deformacji wyboczonego krawężnika. W obserwowanym, zniszczonym elemencie przeguby plastyczne wystąpiły w  $\frac{1}{4}$  i  $\frac{3}{4}$  jego długości. Przegub plastyczny pojawił się również w ścisłym krawężniku segmentu S-6, powyżej węzła łączącego krawężniki S-6 i S-7 (fot. 3.6, rys. 3.9).



Rys. 3.9. Schemat wyboczonego krawężnika segmentu S-7 (po lewo, pośrodku), deformacja sąsiadującego z nim krawężnika segmentu S-6 (po prawo) (wymiary podane w mm)

Należy zauważyć, że odkształcenia elementów były mierzone po demontażu konstrukcji – usunięcie śrub w kołnierzach spowodowało ich obrót i utratę odkształceń sprężystych, deformacje zostały zatem odnotowane w odniesieniu do końców krawężników, jako deformacje plastyczne (trwałe).

Podczas wyboczenia krawężnika węzły łączące elementy skratowania z krawężnikiem, na skutek skrócenia wysokości wyboczonego elementu przemieściły się nieco w dół. Pomimo tego krzyżulce dochodzące do tych węzłów, jak również blachy węzłowe, nie doznały znacznych, widocznych deformacji (fot. 3.8). Zarówno w stykach kołnierzowych jak i w węzłach mocujących elementy skratowania nie odnotowano uszkodzenia śrub.



Fot. 3.8. Węzeł łączący skratowanie z wyboczonym krawężnikiem (u góry, po lewo na dole) oraz połączenie kołnierzowe pomiędzy segmentem S-6 – S-7 (po prawo na dole) po badaniu – brak widocznych deformacji

Analizując zaobserwowany mechanizm zniszczenia konstrukcji można stwierdzić, że to krawężniki, nie skratowanie, są w tym przypadku kluczowymi elementami determinującymi nośność tego rodzaju

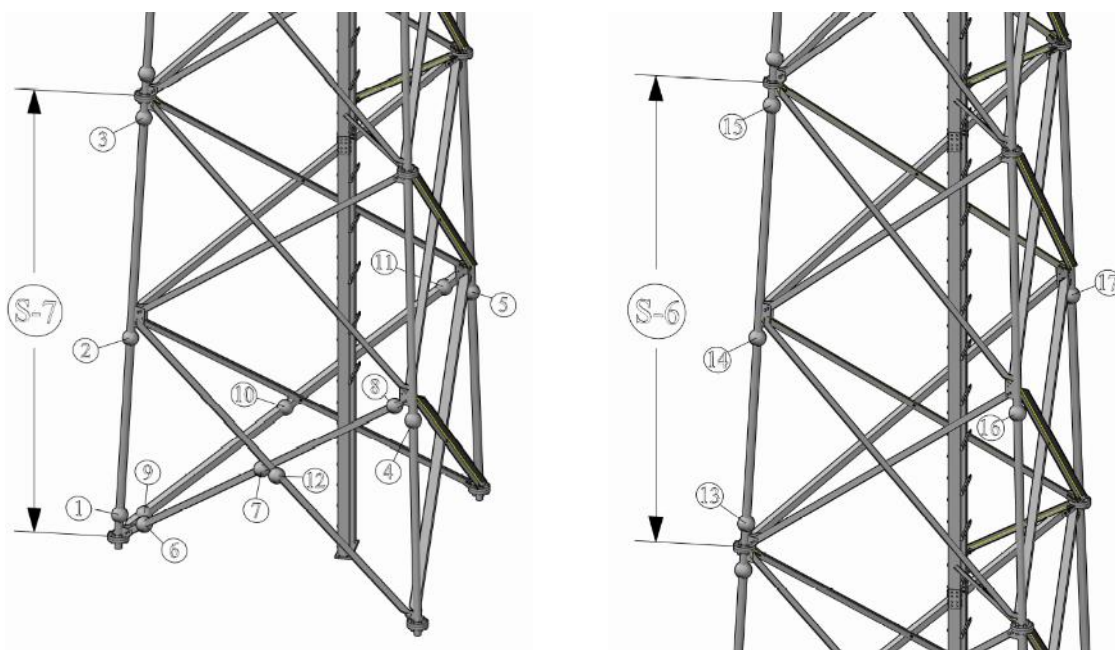
wież, a tym samym elementami zasadniczymi przy określaniu trwałości i niezawodności konstrukcji w ich powszechnym rozumieniu.

### 3.2.7. Pomiary sił przekrojowych

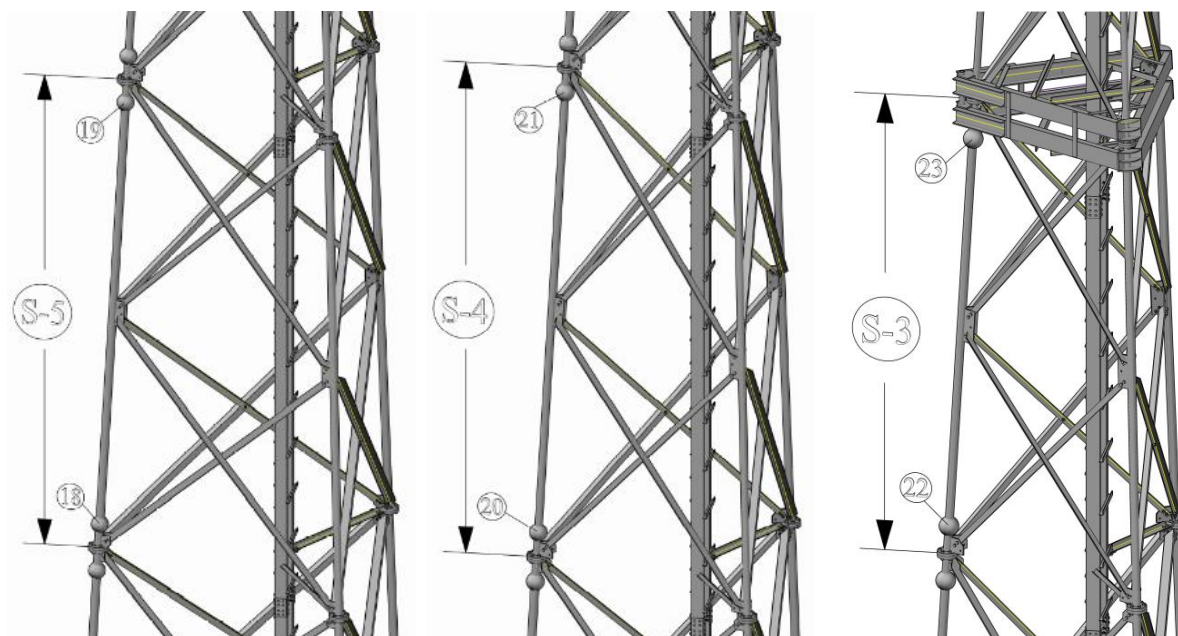
Pomiędzy liną, za pośrednictwem której generowane było zewnętrzne obciążenie, a przeponą umieszczono siłomierz, który mierzył wartość siły podczas trwania eksperymentu. Istotną obserwacją była wielkość siły, przy której doszło do utraty stateczności krawężnika. Wartość maksymalnego obciążenia, będącego jednocześnie **eksperymentalną siłą niszczącą** dla analizowanej wieży wyniosła  $F_{\text{exp}} = 132,47 \text{ kN}$  (przy masie konstrukcji ok. 9029,0 kg i stali gatunku S235).

Poza wartością obciążenia zewnętrznego, które przykładano bezpośrednio do trzonu wieży, mierzono również w wybranych punktach odkształcenia elementów konstrukcyjnych. Pomiary zrealizowano za pomocą tensometrów elektrooporowych, umieszczonych na obwodzie elementów. Urządzenie pomiarowe było zsynchronizowane ze specjalistycznym oprogramowaniem komputerowym, które korelowało siłę w linii z odczytami tensometrów, oraz rejestrowało pomiary co ok. 1,7 s.

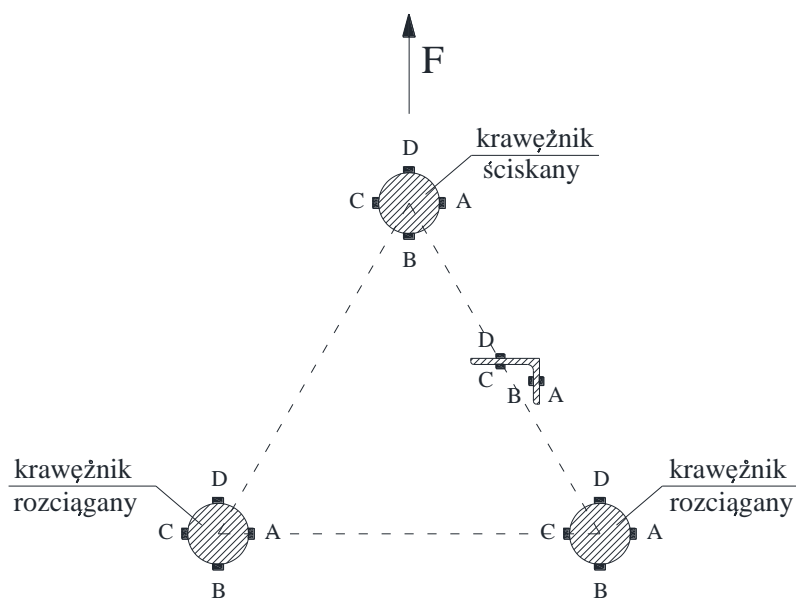
Rozmieszczenie punktów pomiarowych w poszczególnych segmentach wieży przedstawiono na rys. 3.10 - 3.11. Punkty pomiarowe umieszczono na wszystkich ściskanych krawężnikach znajdujących się pod przeponą (w segmentach S-7 i S-6 zastosowano po 3 punkty pomiarowe, w segmentach S-5, S-4 i S-3 tensometry umieszczono jedynie na końcach elementów). Każdy punkt pomiarowy składał się z czterech tensometrów elektrooporowych, rozmieszczonych na obwodzie przekroju (rys. 3.12).



Rys. 3.10. Rozmieszczenie punktów pomiarowych w segmentach S-6 i S-7



Rys. 3.11. Rozmieszczenie punktów pomiarowych w segmentach S-3, S-4 i S-5



Rys. 3.12. Schemat rozmieszczenia czujników elektrooporowych

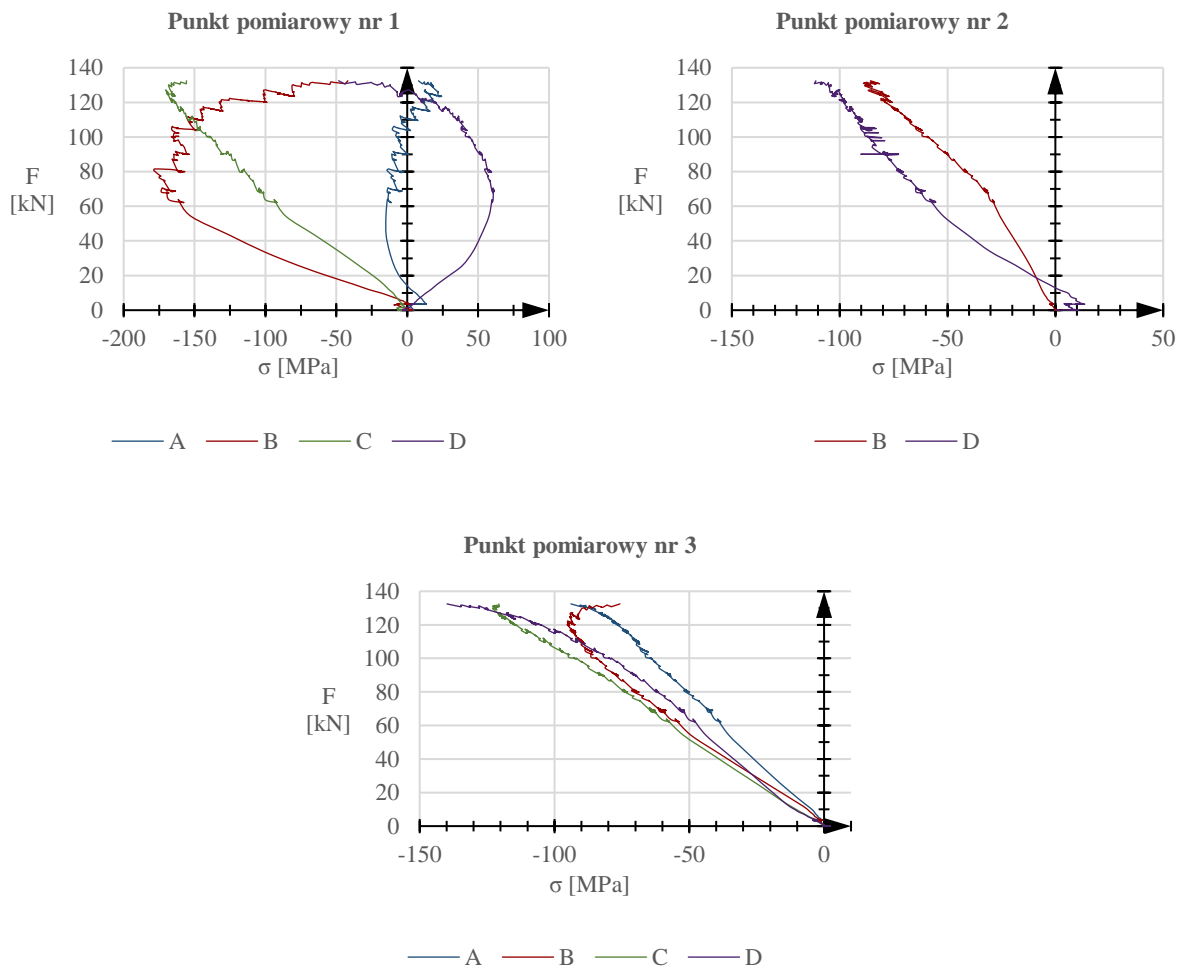
Czujniki rejestrowały odkształcenia punktów w konkretnych miejscach konstrukcji, na podstawie których wyznaczono następnie naprężenia, korzystając z prawa Hooke'a:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon. \quad (3.2)$$

Parametry materiałowe stali, w tym moduł Younga, który wykorzystano do obliczenia naprężeń, uzyskano w wyniku statycznej próby rozciągania próbek stalowych, pobranych z wybranych elementów wieży po zakończonym eksperymencie. Przebieg badań opisano szczegółowo

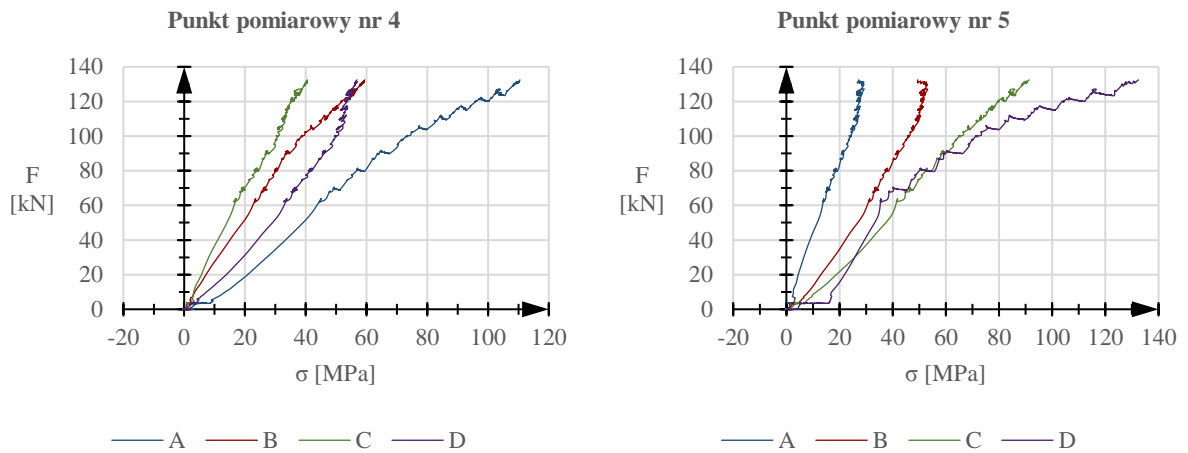
w podrozdziale 3.2.8. Rys. 3.13 – 3.22 przedstawiają wykresy naprężeń w obserwowanych punktach pomiarowych w odniesieniu do przykładanego obciążenia zewnętrznego (siły w linie).

Tensometry elektrooporowe są urządzeniami bardzo czułymi na zmiany temperatury czy wilgotności powietrza. Badania prowadzone były w okresie zimowym, a z uwagi na czas potrzebny do wykonania prac przygotowawczych, takich jak montaż wieży (tensometry mocowane były do konstrukcji ułożonej w poziomie), zamocowanie i ustawienie liny w osi dwusiecznej kąta wieży, pomiary geodezyjne itd., jak również czas potrzebny do przeprowadzenia badania, konieczne było ich zamocowanie do konstrukcji dzień przed eksperymentem. Z uwagi na ten fakt, pomimo zastosowanych zabezpieczeń, część czujników uległa uszkodzeniu. Z powodów technicznych – niepoprawnego działania niektórych tensometrów, część z poniżej zaprezentowanych charakterystyk jest niepełna – brakuje odczytów wybranych czujników.

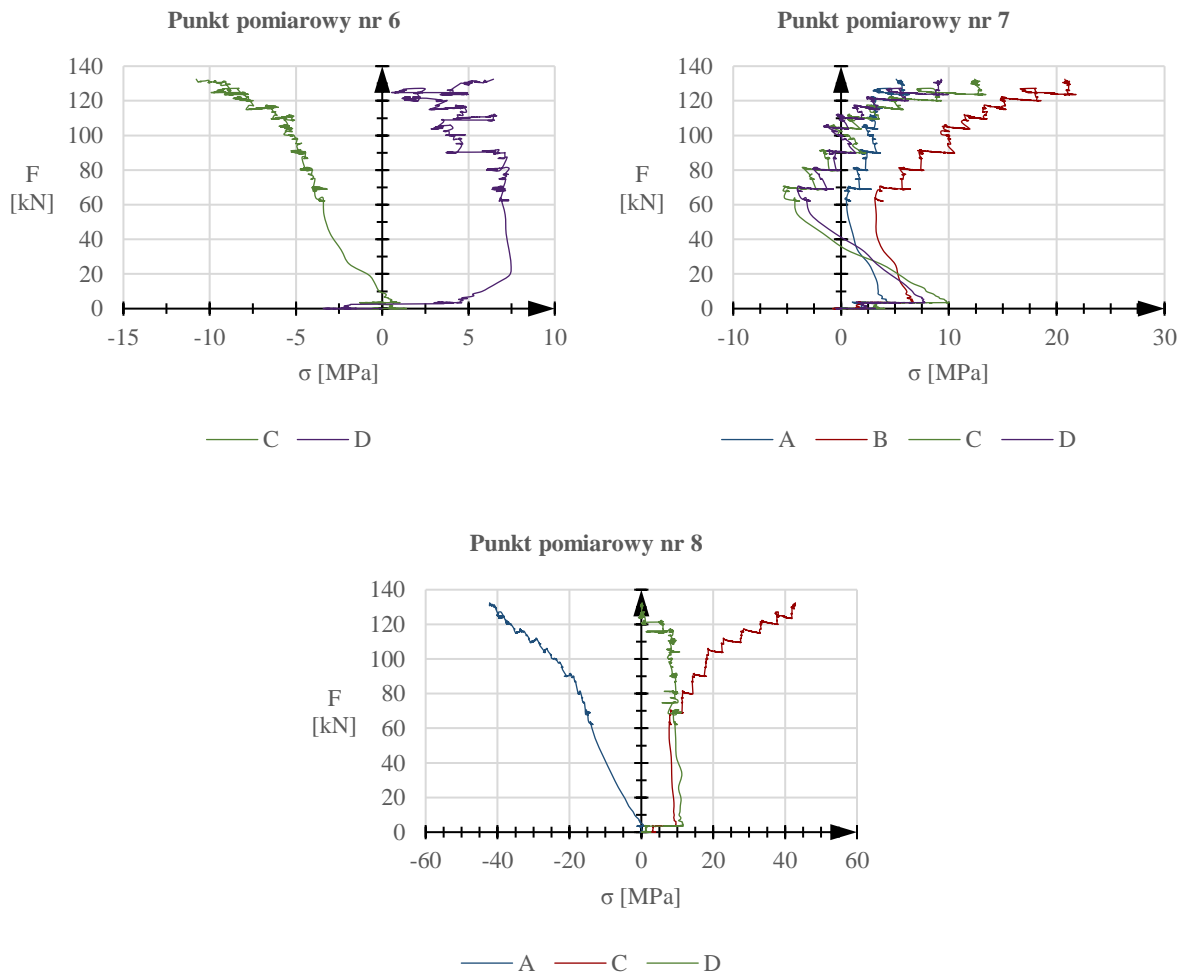


Rys. 3.13. Wykresy zależności naprężenie – siła w linie dla tensometrów umieszczonych na krawężniku ściskanym segmentu S-7

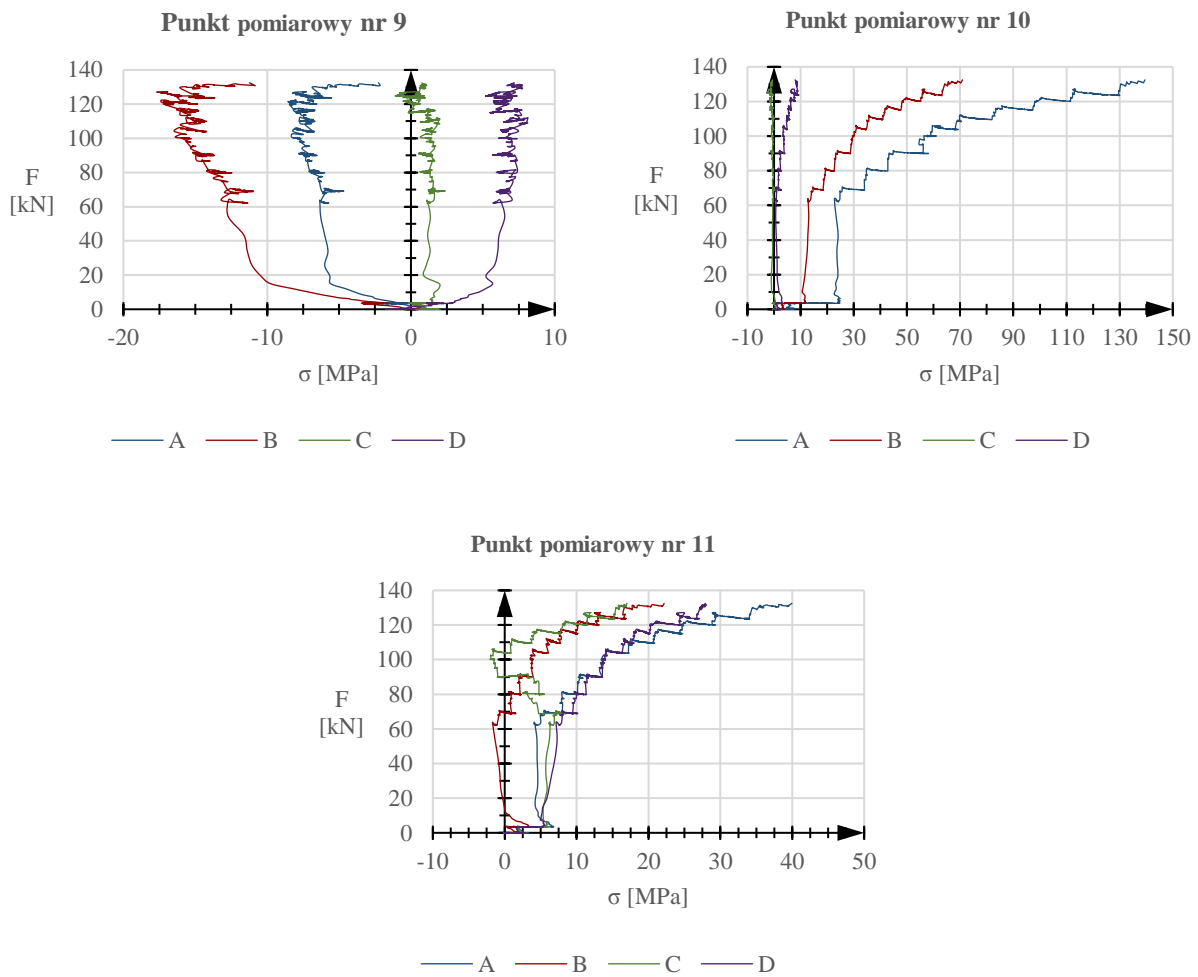




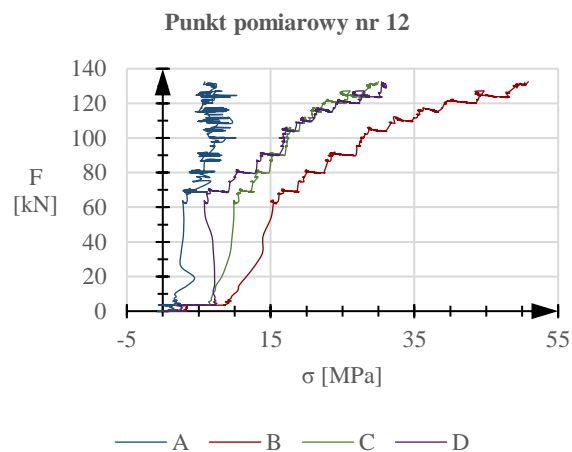
Rys. 3.14. Wykresy zależności naprężenie – siła w linii dla tensometrów umieszczonych na krawężnikach rozciąganych segmentach S-7



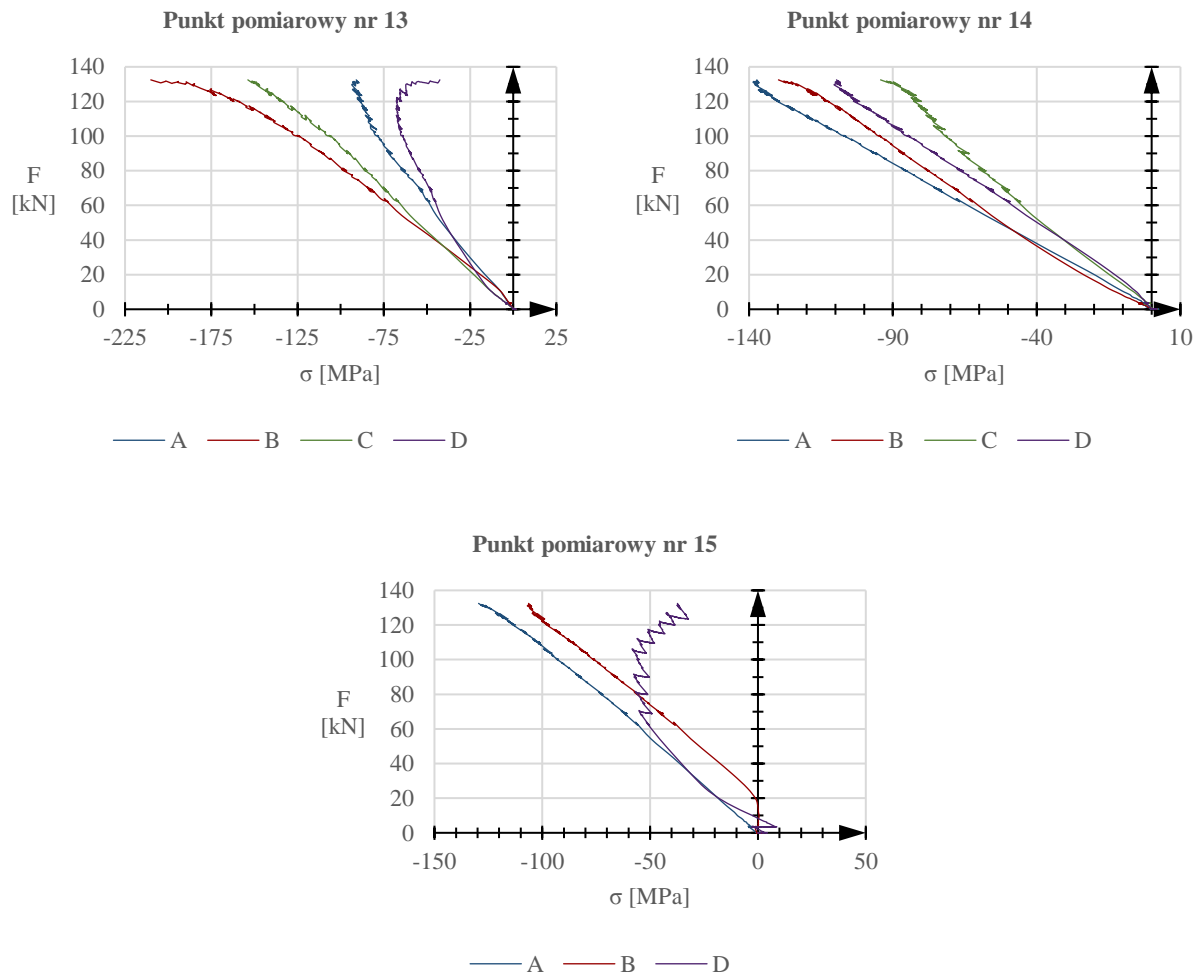
Rys. 3.15. Wykresy zależności naprężenie – siła w linii dla tensometrów umieszczonych na krzyżulcu segmentu S-7



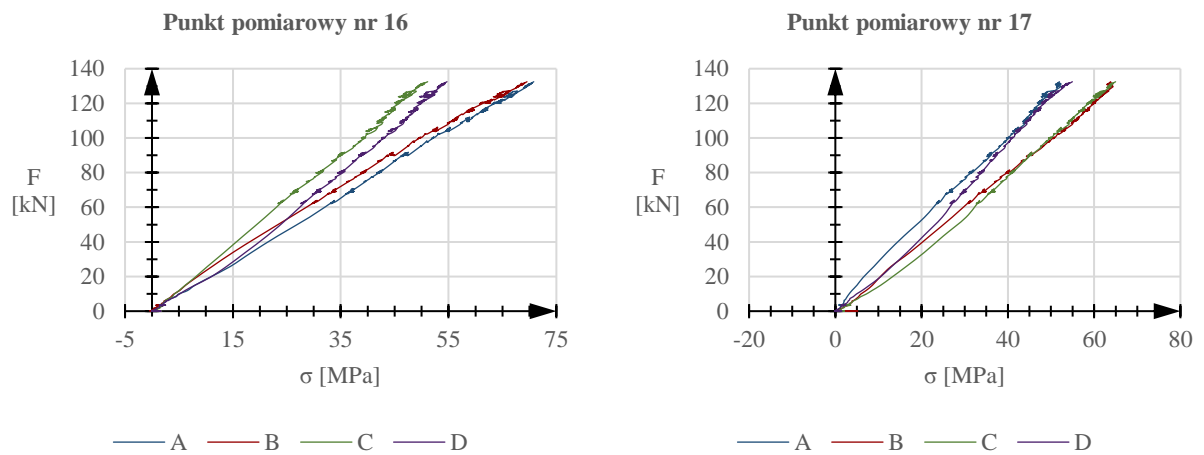
Rys. 3.16. Wykresy zależności naprężenie – siła w linii dla tensometrów umieszczonych na krzyżulcu segmentu S-7



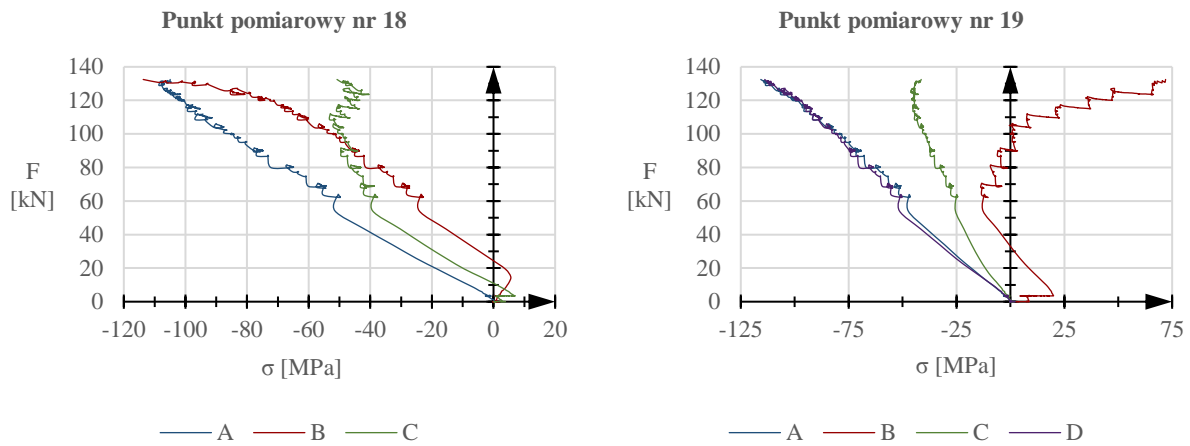
Rys. 3.17. Wykresy zależności naprężenie – siła w linii dla tensometrów umieszczonych na krzyżulcu segmentu S-7



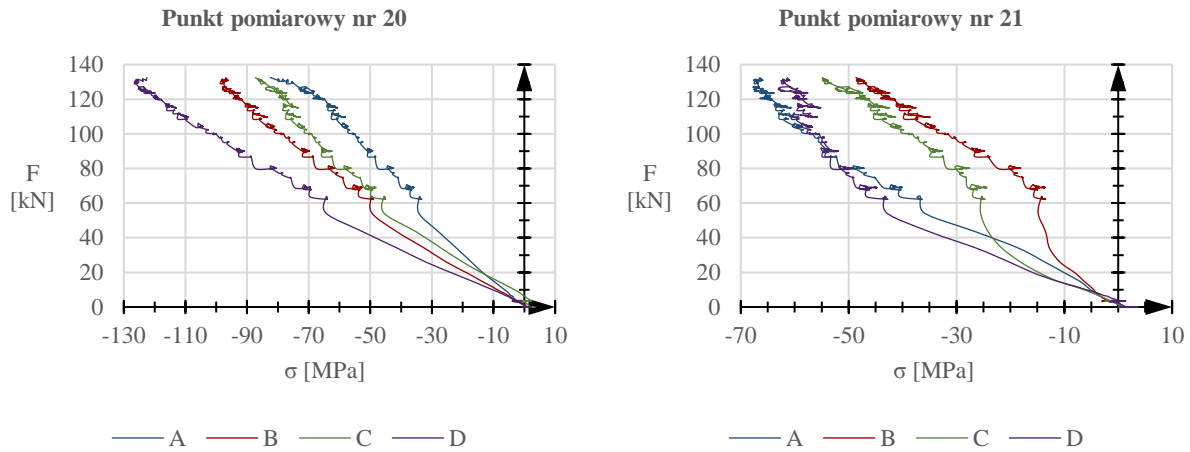
Rys. 3.18. Wykresy zależności naprężenie – siła w linii dla tensometrów umieszczonych na krawężniku ściskanym segmentu S-6



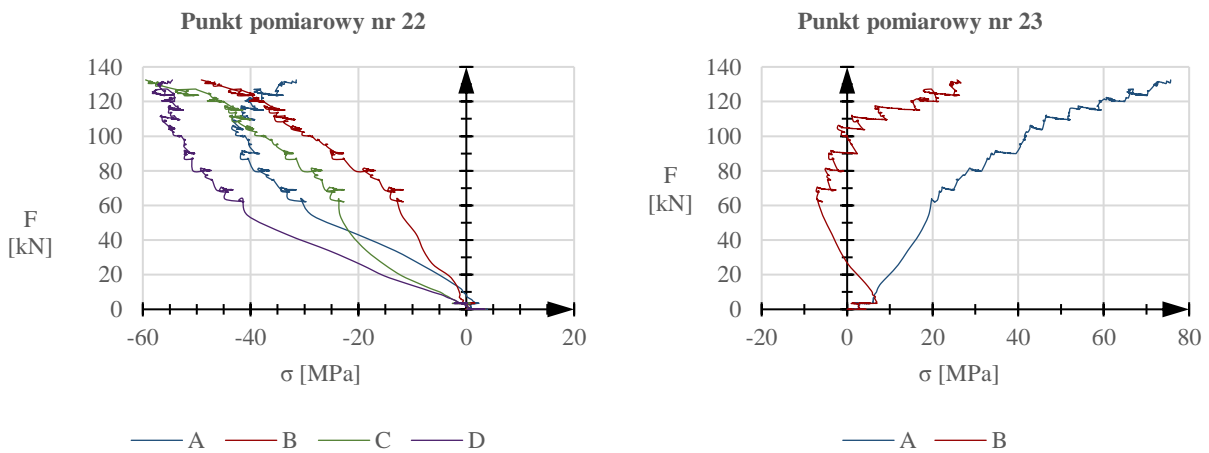
Rys. 3.19. Wykresy zależności naprężenie – siła w linii dla tensometrów umieszczonych na krawężnikach rozciąganych segmentu S-6



Rys. 3.20. Wykresy zależności naprężenie – siła w linii dla tensometrów umieszczonych na krawężniku ściskanym segmentu S-5



Rys. 3.21. Wykresy zależności naprężenie – siła w linii dla tensometrów umieszczonych na krawężniku ściskanym segmentu S-4



Rys. 3.22. Wykresy zależności naprężenie – siła w linii dla tensometrów umieszczonych na krawężniku ściskanym segmentu S-3

Analizując powyższe wykresy można zaobserwować, że jeszcze przed rozpoczęciem przykładania obciążenia do konstrukcji trzonu (siła w linii  $\sim 0,0$  kN) w elementach krawężnikowych wystąpiły niewielkie naprężenia ściskające, co jest dobrze widoczne zwłaszcza w przypadku krawężników, które w trakcie badania były rozciągane (rys. 3.14, rys. 3.19). Taki początkowy stan naprężenia jest spowodowany ciężarem własnym konstrukcji. Przy elementach rozciąganych naprężenia powstałe w wyniku działania obciążenia zewnętrznego są zatem sumą wartości bezwzględnych początkowych naprężeń ściskających oraz naprężeń rozciągających, w przypadku elementów ściskanych natomiast, różnicą naprężeń całkowitych i początkowych.

Obserwując krawężniki ściskane można zauważyć, że naprężenia w przekroju są większe w punktach pomiarowych umieszczonych niżej (maksymalne naprężenia wystąpiły w dolnych częściach krawężników i malały wraz z wysokością), co jest zgodne z zasadami statyki. Charakter wykresów w punktach pomiarowych zlokalizowanych na krawężnikach ściskanych jest podobny, w zależności od miejsca obserwacji naprężeń (w pobliżu końców bądź środka elementu) zewnętrzne włókna przekroju poprzecznego są jednak ściskane w różnym stopniu, a czasami nawet rozciągane. Naprężenia ściskające w jednym z miejsc na obwodzie przekroju maleją, gdy obciążenie zewnętrzne zbliża się do wartości krytycznej (rys. 3.13, 3.18, 3.20, 3.22). Można przypuszczać, że jest to zachowanie poprzedzające deformację przekroju (sugerujące sposób oraz kierunek wybożenia, które nastąpiłoby przy zwiększonym obciążeniu). W segmencie S-7 wartości naprężeń na końcach elementu maleją w punktach zlokalizowanych od wewnętrznej strony trzonu wieży, natomiast w segmencie S-6 od strony zewnętrznej (po stronie przykładanego obciążenia). Odczyty w punkcie pomiarowym nr 1 (rys. 3.13) są zaburzone z uwagi na deformacje które wystąpiły w krawężniku oraz kotwie.

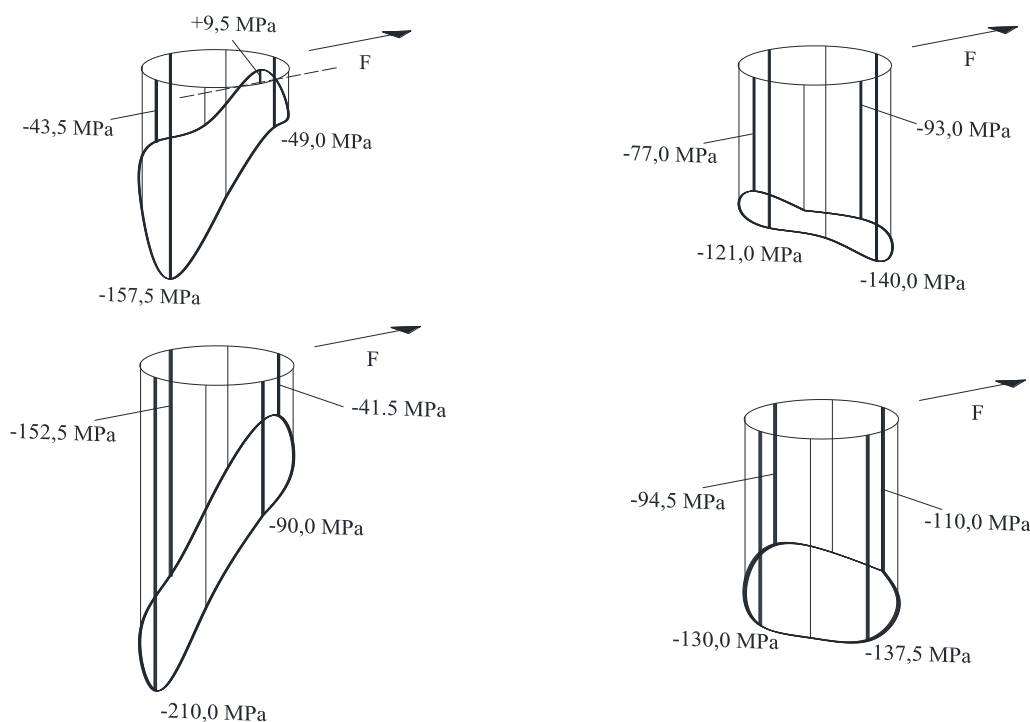
W rozciąganych krawężnikach segmentu S-7, pomiędzy wartościami naprężeń na obwodzie przekroju występują znaczne różnice, natomiast w segmencie wyższym (S-6) wartości te są do siebie podobne, co sugeruje zbliżone do osiowego rozciąganie tych elementów.

Punkt pomiarowy nr 23 zlokalizowany jest na krawężniku ściskanym, bezpośrednio pod przeponą. Wpływ bliskości miejsca przyłożenia siły powoduje wystąpienie w przekroju naprężeń rozciągających (rys. 3.22).

Rys. 3.23 ilustruje wykresy naprężeń w przekrojach krawężników ściskanych segmentów S-6 i S-7, w poszczególnych punktach pomiarowych. Naprężenia w punktach pomiarowych nr 2 i 15 nie zostały odwzorowane, z uwagi na niekompletne odczyty tensometrów.

W przekrojach elementów skratowania zlokalizowanych w sąsiedztwie ściskanego krawężnika naprężenia ściskające i rozciągające wystąpiły niemal w równej części (taka sama liczba odczytów), przekrój był zatem zginany (rys. 3.15, rys. 3.16). W tensometrach umieszczonych w okolicy środka elementu teoretycznie ściskanie przeważa rozciąganie, z uwagi na bliskość połączenia z rozciągającym krzyżulcem. Naprężenia rozciągające dominują również w przekrojach zlokalizowanych na końcach elementów, przy krawężnikach rozciąganych.

Na wykresach naprężeń występujących w przekrojach krzywulców widoczny jest ich bardziej skokowy wzrost w porównaniu do wykresów dotyczących naprężeń w krawężnikach, gdzie rosły one w przybliżeniu liniowo, w miarę zwiększania obciążenia zewnętrznego. Generowana siła była przekazywana poprzez przeponę bezpośrednio na pręty krawężnikowe, w których naprężenia wzrastały symultanicznie, natomiast w przypadku elementów skratowania, powstanie i ustabilizowanie się naprężeń nie następowało od razu, co pokazują odczyty – najpierw następował wzrost obciążenia zewnętrznego, a dopiero później przyrost naprężeń.



Rys. 3.23. Schemat rozkładu naprężeń w przekroju krawężnika ściskanego segmentu S-7 (góra): punkt pomiarowy 1 (po lewo) i 3 (po prawo), oraz S-6 (dół): punkt pomiarowy 13 (po lewo) i 14 (po prawo)

Przekroje poprzeczne krawężników nie są ściskane równomiernie – w skrajnych włóknach występują różne wartości naprężeń, a przy sile zbliżającej się do obciążenia niszczącego pojawia się niewielkie zginanie. Różnica pomiędzy wartościami naprężeń w przekroju sięga nawet ok. 190 MPa. W rozciąganych elementach krawężnikowych (punkty pomiarowe zlokalizowane jedynie w pobliżu blach węzłowych) również obserwujemy nierównomierny rozkład naprężeń w przekroju (różnica pomiędzy wartościami w skrajnych włóknach to ok. 100 MPa), charakter wykresów jest w tym przypadku zbliżony do liniowego.

Jednym z głównych celów eksperymentu było wyznaczenie sił przekrojowych (sił podłużnych: ściskających i rozciągających), które wystąpiły w poszczególnych elementach konstrukcji podczas badania. Wykorzystano do tego celu następującą zależność:

$$N_{el} = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i}{n} \cdot A_{el}, \quad (3.3)$$

gdzie:

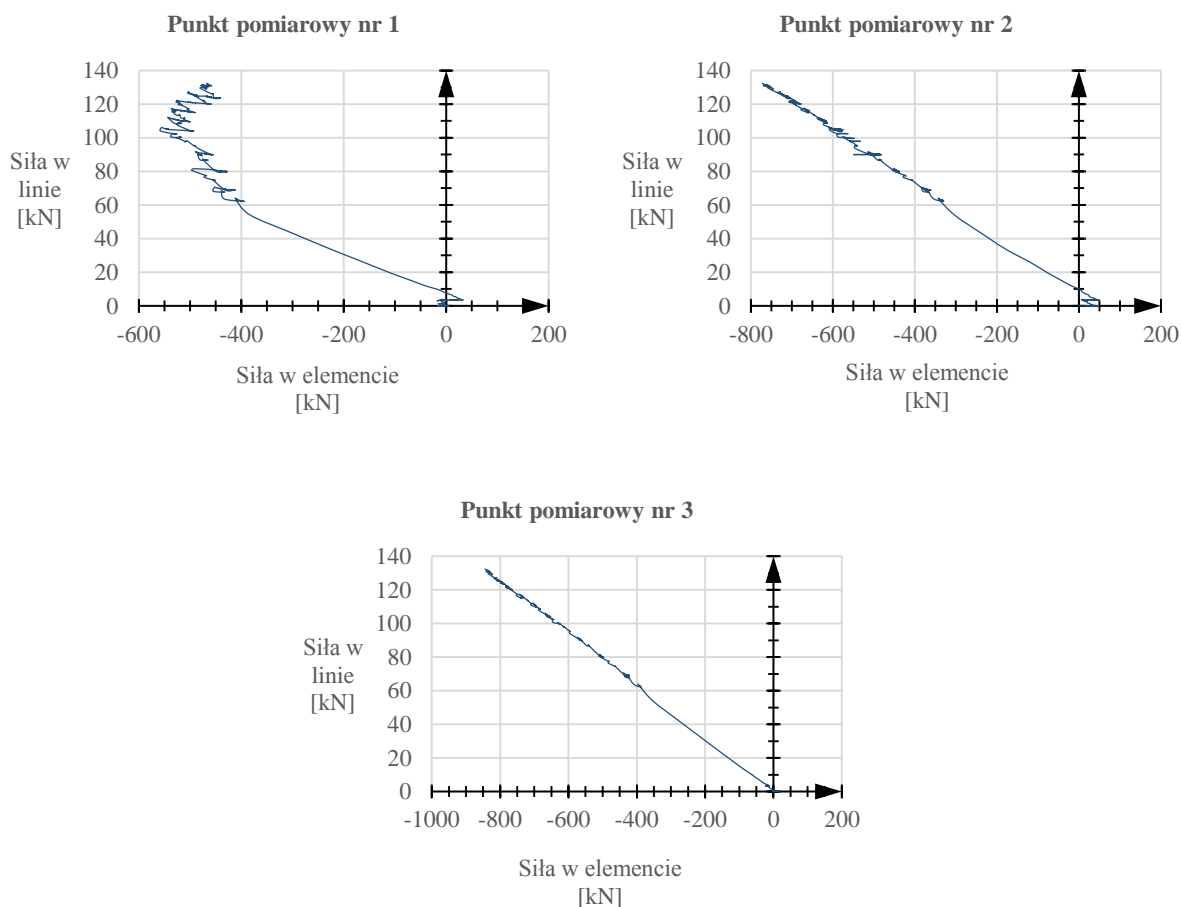
$N_{el}$  – siła osiowa w elemencie,

$\sigma_i$  – wartość naprężenia wyznaczona na podstawie odkształcenia zarejestrowanego przez czujnik elektrooporowy,

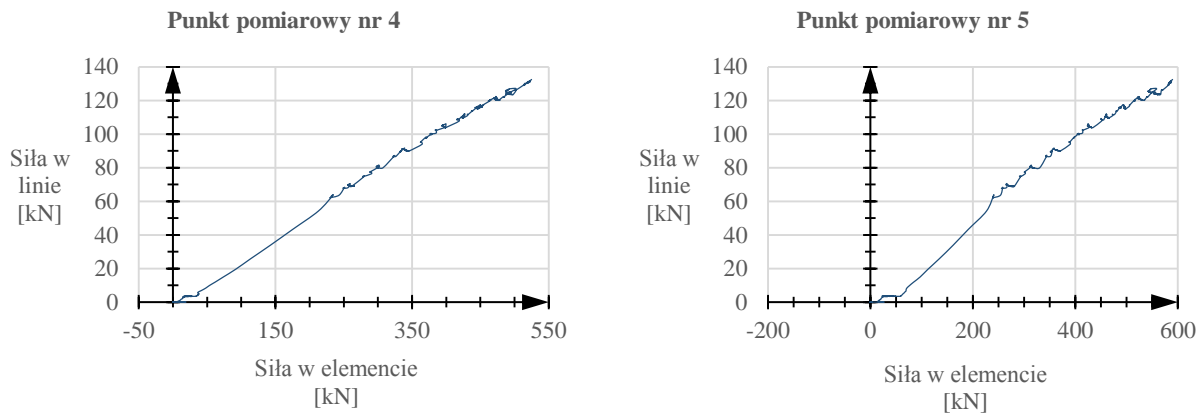
$n$  – ilość tensometrów na obwodzie elementu z prawidłowymi odczytami,

$A_{el}$  – pole przekroju poprzecznego elementu.

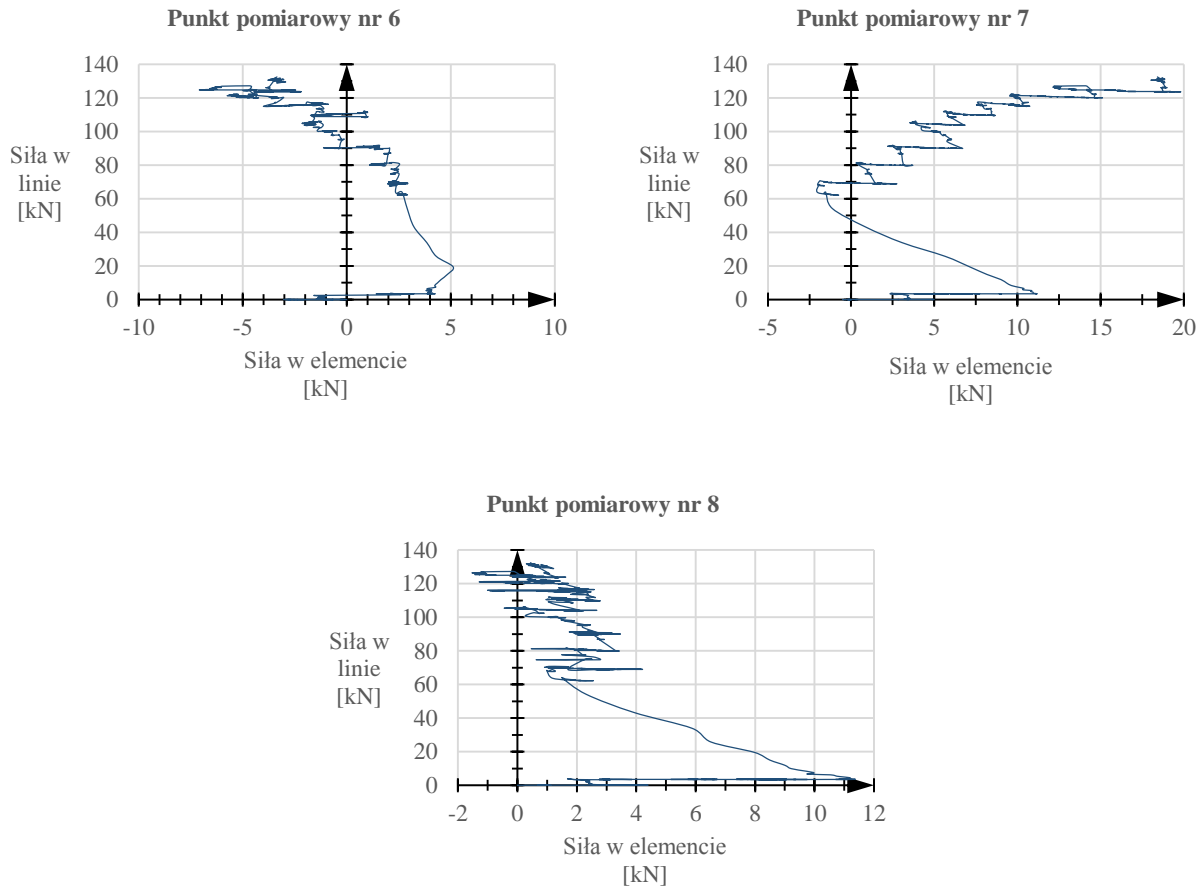
Poniżej zamieszczono wykresy zależności sił przekrojowych w elementach od obciążenia zewnętrznego (siły w linie, rys. 3.24 – 3.33). Tabela 3.3 prezentuje zestawienie sił przekrojowych odpowiadających obciążeniu niszczącemu, wyznaczonych dla poszczególnych prętów krawężnikowych.



Rys. 3.24. Wykresy sił osiowych w zależności od obciążenia zewnętrznego (siły w linie) dla krawężnika ściskanego segmentu S-7

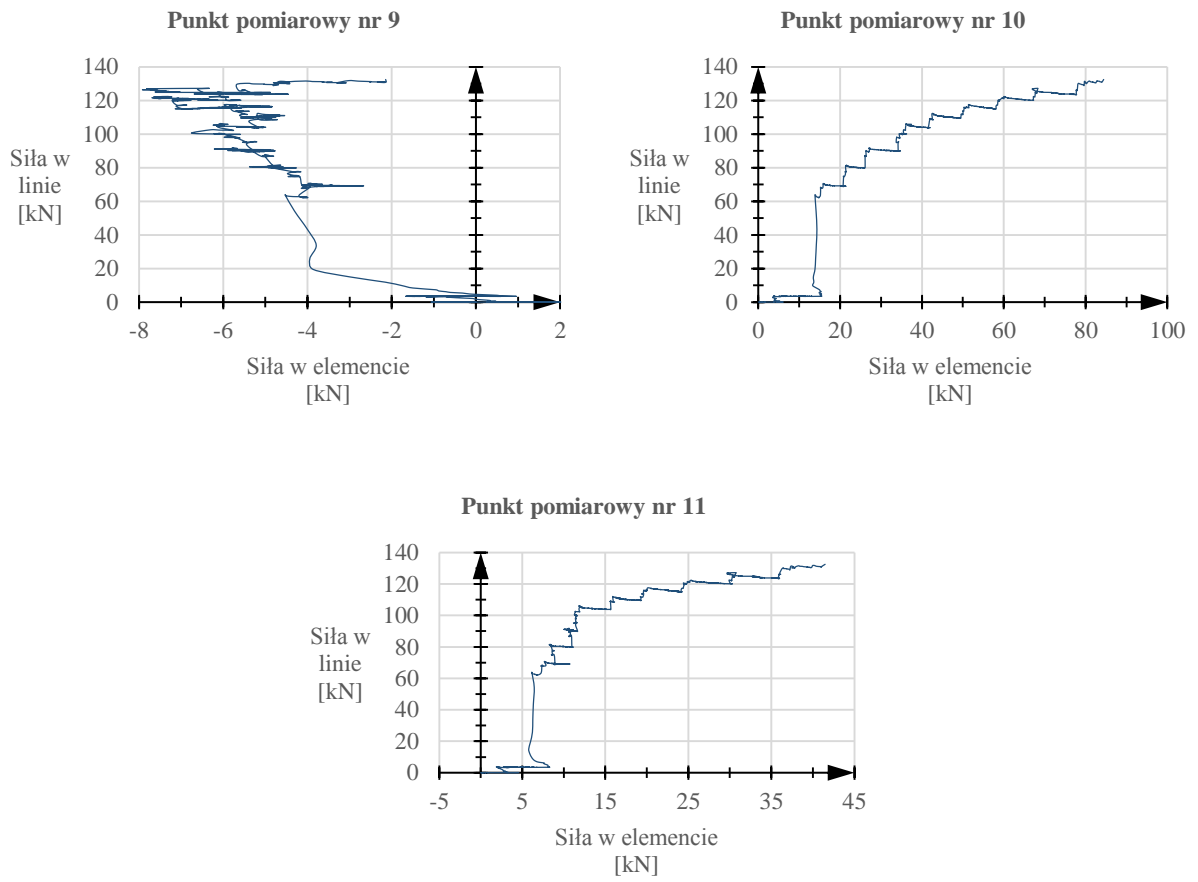


Rys. 3.25. Wykresy sił osiowych w zależności od obciążenia zewnętrznego (siły w linie) dla krawężników rozciągniętych segmentu S-7

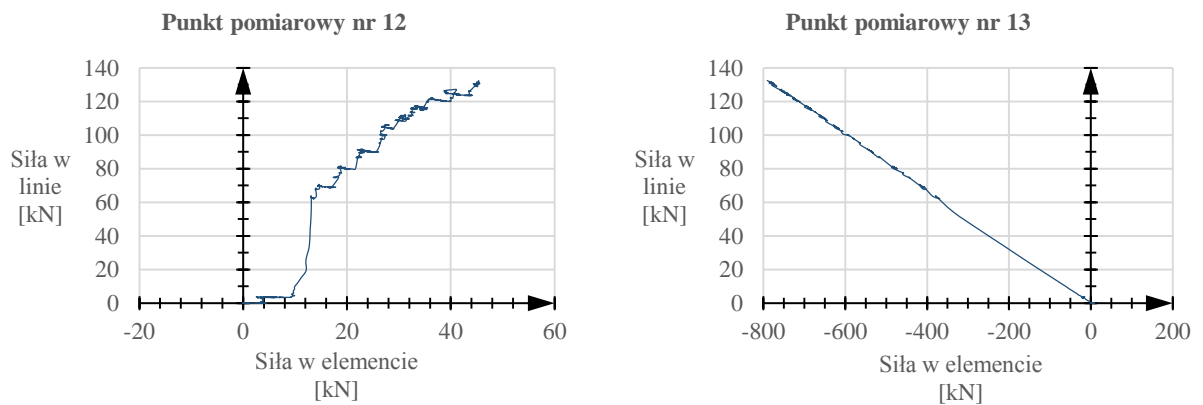


Rys. 3.26. Wykresy sił osiowych w zależności od obciążenia zewnętrznego (siły w linie) dla krzyżulca segmentu S-7

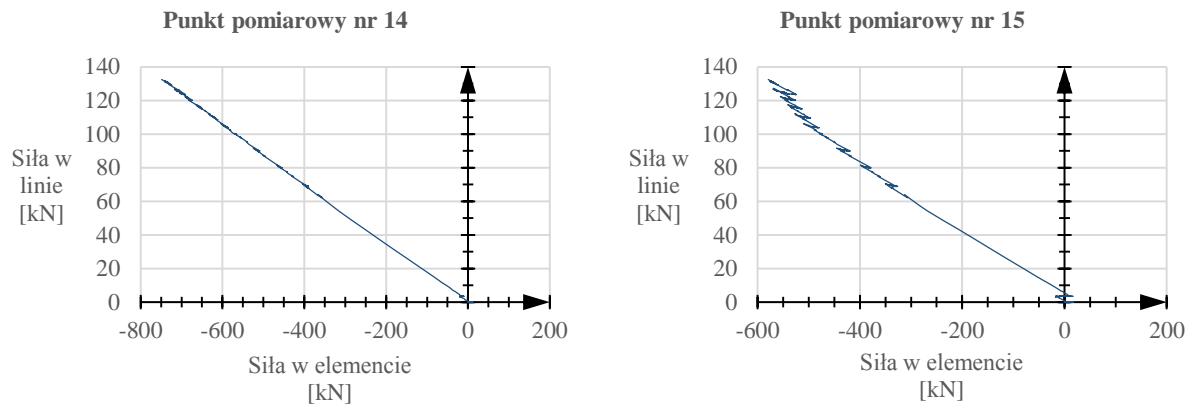




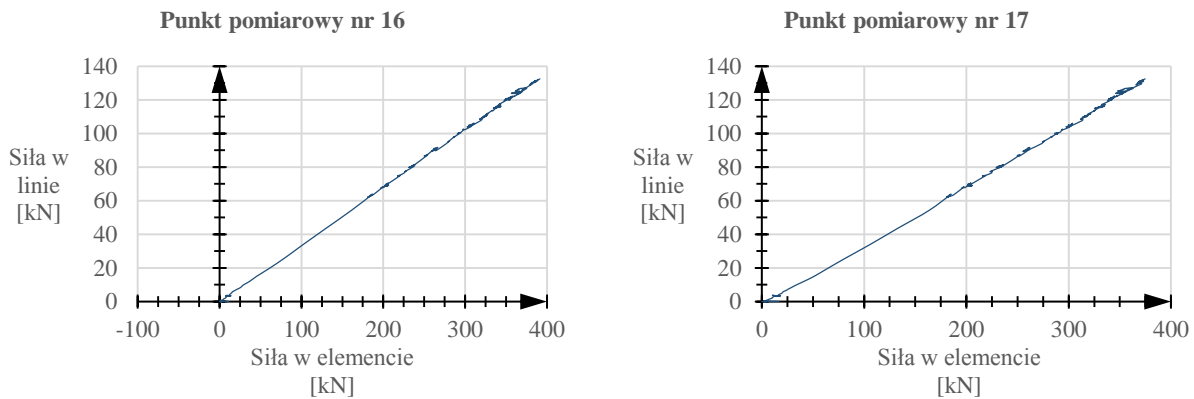
Rys. 3.27. Wykresy sił osiowych w zależności od obciążenia zewnętrznego (siły w linie) dla krzyżulca segmentu S-7



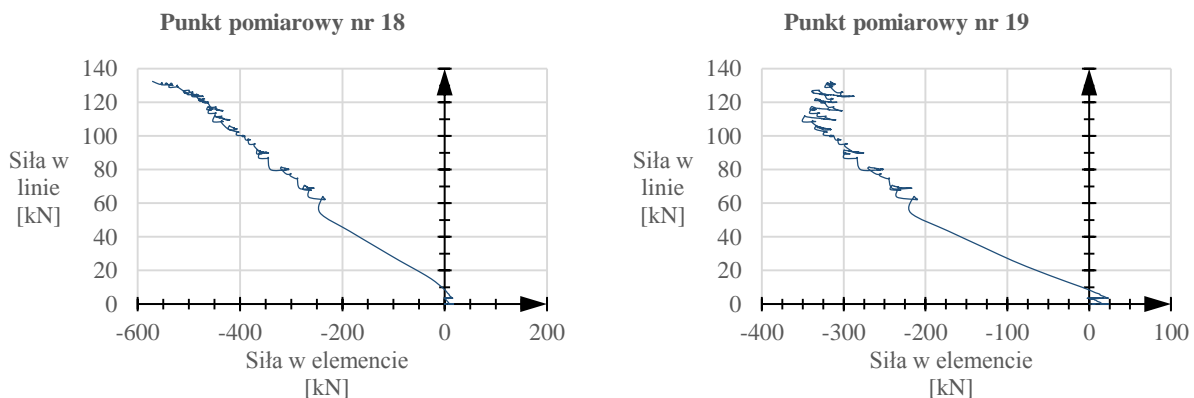
Rys. 3.28. Wykres siły osiowej w zależności od obciążenia zewnętrznego (siły w linie) dla krzyżulca segmentu S-7



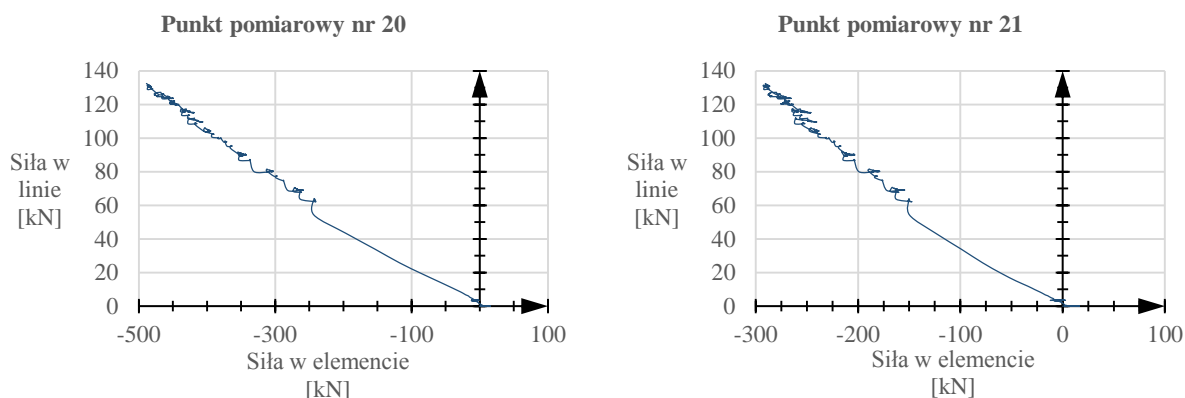
Rys. 3.29. Wykresy sił osiowych w zależności od obciążenia zewnętrznego (siły w linie) dla krawężnika ściskanego segmentu S-6



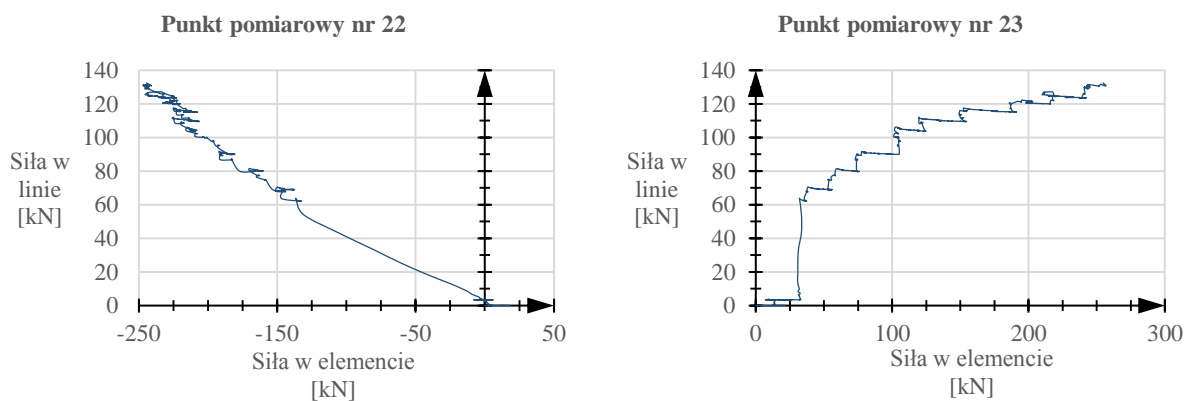
Rys. 3.30. Wykresy sił osiowych w zależności od obciążenia zewnętrznego (siły w linie) dla krawężników rozciąganych segmentu S-6



Rys. 3.31. Wykresy sił osiowych w zależności od obciążenia zewnętrznego (siły w linie) dla krawężnika ściskanego segmentu S-5



Rys. 3.32. Wykresy sił osiowych w zależności od obciążenia zewnętrznego (siły w linii) dla krawężnika ściskanego segmentu S-4



Rys. 3.33. Wykresy sił osiowych w zależności od obciążenia zewnętrznego (siły w linii) dla krawężnika ściskanego segmentu S-3

W tabeli 3.4 zestawiono wartości nośności wyboczeniowych poszczególnych krawężników wieży, wyznaczone przy wykorzystaniu nominalnych wartości granicy plastyczności i modułu Younga, za pomocą procedury normowej zawartej w [PN-EN 1993-3-1].

Zastosowana formuła wykorzystuje efektywną smukłość prętów, która jest iloczynem ich względnej smukłości oraz współczynnika smukłości efektywnej  $k$ , zależnego od przekroju poprzecznego krawężników oraz układu geometrycznego skratowania. Zależność ta nie uwzględnia w sposób jawny i bezpośredni sztywności i jakości węzłów, które mają kluczowe znaczenie dla wyboczeniowej długości elementów krawężnikowych, a tym samym dla ich nośności. Porównując eksperymentalne siły ściskające, które wystąpiły w elementach, wyznaczone za pomocą formuły (3.3), oraz teoretyczne nośności wyboczeniowe tych elementów widać wyraźnie, że siły występujące w krawężnikach przewyższają ich teoretyczne nośności. Można przypuszczać, że powodem są różnice w wartościach teoretycznych i faktycznych parametrów materiałowych (określonych dla elementów badanej wieży w statycznej próbie rozciągania; dokładny opis testów laboratoryjnych zamieszczono w podrozdziale

3.2.8), a także znaczna sztywność węzłów, w szczególności tych łączących ze sobą poszczególne segmenty wieży.

Tabela 3.3. Eksperymentalne siły ściskające w obserwowanych krawężnikach wieży

Nr segmentu	Nr punktu pomiarowego (lokalizacja)	Eksperymentalna siła ściskająca [kN]
<b>S-7</b> (Ø 100)	2 (środek)	772,3
	<b>3 (górze)</b>	<b>844,2</b>
S-6 (Ø 90)	13 (dół)	790,6
	14 (środek)	748,6
	15 (górze)	579,2
S-5 (Ø 90)	18 (dół)	571,1
	19 (górze)	316,3
S-4 (Ø 80)	20 (dół)	488,8
	21 (górze)	290,7
S-3 (Ø 80)	22 (dół)	244,5
	23 (górze)	254,7

Tabela 3.4. Nośność normowa obserwowanych krawężników wieży dla nominalnych wartości parametrów materiałowych

Nr segmentu	Przekrój	Normowa nośność wyboczeniowa krawężników poszczególnych segmentów wieży [kN]
S-7	Ø 100	702,4
S-6 i S-5	Ø 90	490,2
S-4	Ø 80	323,8
S-3	Ø 80	424,9

Wyboczeniu uległ krawężnik segmentu S-7, dlatego też w analizie skoncentrowano się na pomiarach uzyskanych dla tego elementu. W zestawieniu nie zamieszczono wartości siły ściskającej określonej dla punktu pomiarowego nr 1 (dół krawężnika S-7). Przy wyznaczaniu sił przekrojowych posłużono się bowiem metodą uśredniania naprężeń (zgodnie z wzorem 3.3), a lokalizacja punktu pomiarowego w pobliżu kotwy, która uległa odkształceniom, oraz w sąsiedztwie deformacji krawężnika spowodowała zaburzenia odczytów. W przekroju wystąpiły również naprężenia rozciągające, a zatem wartość wyznaczonej w ten sposób siły byłaby zaniżona.

Wartości siły osiowej w punkcie pomiarowym nr 2 również nie można uznać za miarodajną – jest ona mniejsza niż siła określona w punkcie nr 3, który zlokalizowany jest wyżej i mniejsza niż siła w dolnym odcinku powyższego segmentu, co jest niezgodne z zasadami statyki. Powodem jest fakt, iż została ona wyznaczona w wyniku uśrednienia pomiarów jedynie z dwóch czujników

elektrooporowych, pozostałe nie zadziały poprawnie. Wiarygodny odczyt pochodzi z punktu pomiarowego nr 3 (górny koniec elementu), można zatem przypuszczać, że w dolnej jego części siła przekrojowa była większa.

Wyboczeniu uległ krawężnik segmentu S-7, którego teoretyczna nośność jest równa 702,4 kN (przy założeniu normowej wartości współczynnika smukłości efektywnej równej  $k = 1,0$ , w przypadku rombowego układu skratowania i elementów krawężnikowych wykonanych z prętów pełnych). Siła która wystąpiła w jego górnym odcinku wyniosła 884,2 kN, a więc o ok. 20 % więcej. Należy wziąć pod uwagę fakt, iż siły w środkowych i dolnych fragmentach krawężnika były prawdopodobnie większe.

Na uwagę z całą pewnością zasługują węzły łączące krawężniki wieży, które cechują się znaczną sztywnością, wpływająca na długość wyboczeniową krawężników, a tym samym na ich rzeczywistą nośność.

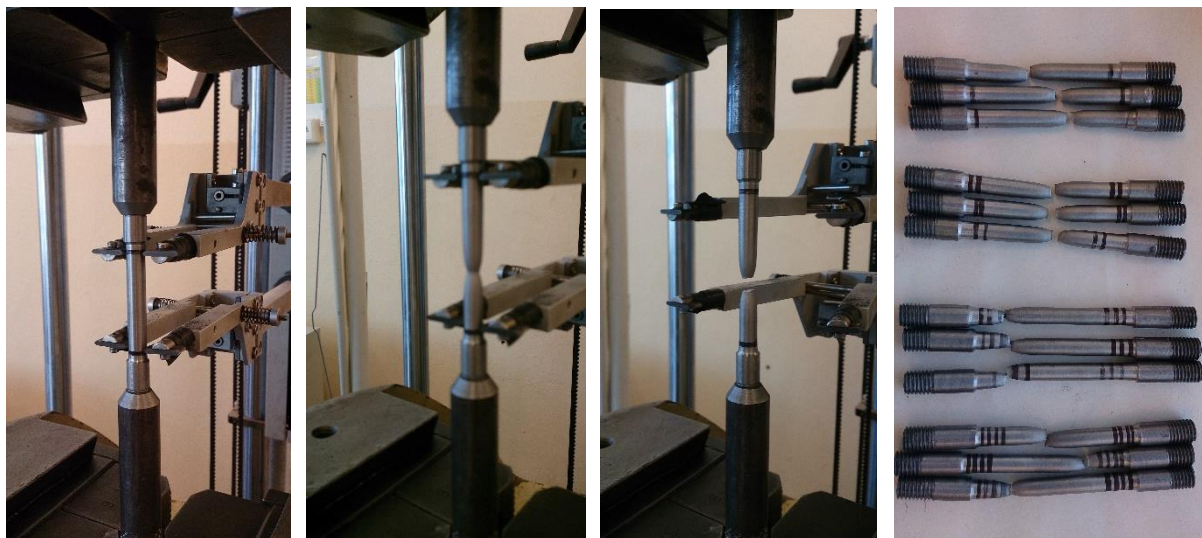
### 3.2.8. Badania laboratoryjne parametrów materiałowych stali

Po przeprowadzonym eksperymencie z wybranych elementów wieży, zarówno krawężników jak i krzyżulców, zostały pobrane próbki (fot. 3.9), które następnie posłużyły do wykonania badań w warunkach laboratoryjnych – statycznych prób rozciągania zgodnie z [PN-EN ISO 6892-1] (fot. 3.10). Dla każdego z elementów próbki były wycinane oraz poddawane rozciąganiu w kierunku zgodnym z jego osią podłużną.

Parametrami które określano były charakterystyki stali wykorzystanej do budowy wieży – moduł Younga, granica plastyczności (górną, dolną oraz umowną), a także wytrzymałość na rozciąganie. Cechy te wpływają bezpośrednio na naprężenia występujące w elementach (moduł Younga) oraz na ich parametry wytrzymałościowe.



Fot. 3.9. Próbki do badań parametrów materiałowych stali w statycznej próbie rozciągania



Fot. 3.10. Badanie parametrów materiałowych stali w statycznej próbie rozciągania

Pobrano 18 próbek (12 z krawężników oraz 6 z krzyżulców) z elementów zlokalizowanych w różnych segmentach wieży. Obserwowano przede wszystkim górną granicę plastyczności  $R_{eH}$ , której wartość przyjmowana jest jako granica plastyczności stali, dolną granicę plastyczności, oraz granicę plastyczności umowną, która równa jest wartości naprężenia przy 0,2% odkształceniu próbki i której wartość przyjmowana jest za granicę plastyczności w przypadku, gdy w zależności odkształcenie-naprężenie nie występuje wyraźna półka plastyczna. Istotnym parametrem który monitorowano był również moduł sprężystości podłużnej stali (moduł Younga).

W tabeli 3.5 przedstawiono charakterystyki określone na podstawie statycznej próby rozciągania, natomiast w tabeli 3.6 ich podstawowe parametry statystyczne – wartość średnią oraz odchylenie standardowe.

Wartość średnia modułu Younga jest zbliżona do wartości nominalnej, obowiązującej w okresie projektowania analizowanych konstrukcji wieżowych (205 GPa wg [PN-90-B-03200]), przy czym dla krzyżulców jest ona nieco niższa. Rozrzut wyników wyniósł 2% dla prętów krawężnikowych oraz 1% dla elementów skratowania. Co do granicy plastyczności, rozbieżności pomiędzy miarą nominalną a doświadczalną są tu znacznie większe – różnica w wartościach w przypadku krawężników, przy 7% rozrzucie pomiarów wynosi ok. 47,0 MPa, dla krzyżulców natomiast przy odchyleniu standardowym równym 1% - ok. 58,0 MPa. Jeśli dodatkowo uwzględniony zostanie fakt, że nie we wszystkich próbkach pobranych z krawężników wystąpiła półka plastyczna, a co za tym idzie, gdy rozpatrzona zostanie umowna granica plastyczności, różnica okazuje się nieco większa. Podobnie sytuacja wygląda w przypadku wytrzymałości na rozciąganie – tu również można zauważyć duże różnice pomiędzy wartościami nominalnymi i pomierzonymi.

Charakterystyki określone na podstawie próbek pobranych z elementów skratowania mają kilkukrotnie mniejszy rozrzut.

Tabela 3.5. Wartości parametrów mechanicznych i materiałowych stali

Nr próbki	Element	Moduł Younga	Górna granica plastyczności	Dolna granica plastyczności	Umowna granica plastyczności	Wytrzymałość na rozciąganie
		E [GPa]	$R_{eH}$ ( $f_y$ ) [MPa]	$R_{eL}$ [MPa]	$R_{p0,2}$ [MPa]	$R_m$ ( $f_u$ ) [MPa]
1	krawężnik S-7 ( $\phi$ 100)	205	256	243	264	423
2		207	268	262	267	428
3		206	254	247	248	425
4	krawężnik S-6 ( $\phi$ 90)	207	-	-	257	438
5		202	318	311	329	452
6		203	293	288	296	450
7	krawężnik S-5 ( $\phi$ 90)	209	294	279	302	468
8		202	288	278	285	453
9		207	290	277	292	466
10	krawężnik S-4 ( $\phi$ 80)	212	-	-	288	465
11		209	270	267	286	462
12		211	290	280	290	466
13	krzyżulce	205	293	285	295	402
14		202	293	284	295	397
15		202	290	282	291	397
16		199	298	285	293	396
17		201	288	280	290	397
18		203	299	295	301	410

Tabela 3.6. Podstawowe parametry statystyczne charakterystyk mechanicznych i materiałowych badanej stali

Parametr		Moduł Younga	Górna granica plastyczności	Dolna granica plastyczności	Umowna granica plastyczności	Wytrzymałość na rozciąganie
		E [GPa]	$R_{eH}$ ( $f_y$ ) [MPa]	$R_{eL}$ [MPa]	$R_{p0,2}$ [MPa]	$R_m$ ( $f_u$ ) [MPa]
Wartość średnia	Krawężniki	206,7	282,1	273,2	283,7	449,7
	Krzyżulce	202,0	293,5	285,2	294,2	399,8
Odchylenie standardowe	Krawężniki	3,2 (2%)	18,8 (7%)	18,8 (7%)	21,1 (7%)	16,3 (4%)
	Krzyżulce	1,8 (1%)	4,0 (1%)	4,7 (2%)	3,6 (1%)	5,0 (1%)

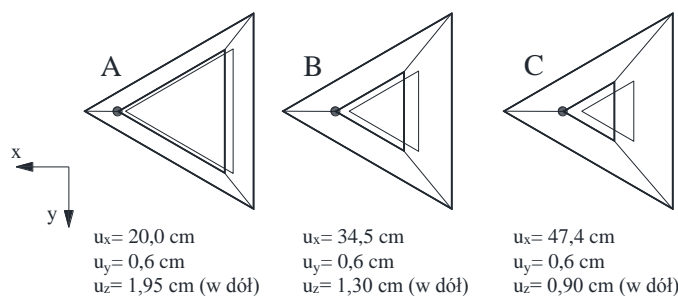
### 3.2.9. Pomiary geodezyjne

Istotnym elementem podczas wykonanego badania były prowadzone pomiary geodezyjne, których zakres obejmował:

- wytyczenie fundamentów,
- niwelację kotew fundamentowych przed montażem wieży w celu doboru podkładek wyrównujących,
- osiowe ustawienie urządzenia generującego obciążenie – w taki sposób, aby oś wciągarki pokrywała się z dwusieczną kąta przekroju poprzecznego wieży,
- pomiary pionowości wieży przed doświadczeniem,
- monitorowanie wychyleń trzonu wieży w trakcie oraz po badaniu, w szczególności pomiary przemieszczeń punktów kontrolnych przy określonych wartościach obciążenia zewnętrznego (siły w linie),
- pomiar niwelacyjny stóp wieży w trakcie doświadczenia.

Pomiary geodezyjne wykonywane były przy pomocy niwelatora (dokładność 2 mm/1 km podwójnej niwelacji) oraz elektronicznego tachimetru (metodą tachimetryczną, dokładność pomiaru kąta: 5<sup>CC</sup>, dokładność pomiaru odległości: 5 mm + 3 mm/km) w dwóch położeniach lunety, celem wyeliminowania błędów instrumentu (kolimacji, inklinacji, indeksu). Każdorazowo przed badaniem monitorowano warunki atmosferyczne: zachmurzenie, opady, widoczność, prędkość wiatru, oraz wykonywano pomiar temperatury, aby uwzględnić ich wpływ na ewentualne błędy czy niedokładności.

Podczas badania obserwowano przemieszczenia punktów A, B i C, zlokalizowanych na ściskanych krawężnikach wieży, oraz pionowe przemieszczenia punktów podparcia konstrukcji (1, 2, 3, oznaczenia podano na rys. 3.8). Wyniki pomiarów dla punktów A, B oraz C zestawiono w tabeli 3.7, natomiast wykresy zależności przemieszczeń punktów kontrolnych w poszczególnych kierunkach od siły w linie przedstawiają rys. 3.35 – 3.37. Sporządzono je dla zakresu wartości obciążenia zewnętrznego od 0,0 do 125,0 kN, gdyż odczyt uzyskany przy sile 132,5 kN został wykonany już po utracie nośności konstrukcji - przy deformacjach plastycznych. Rys. 3.34. przedstawia poziome przesunięcie przekrojów trzonu wieży na wysokościach poszczególnych punktów kontrolnych, w porównaniu do pomiarów przed doświadczeniem.

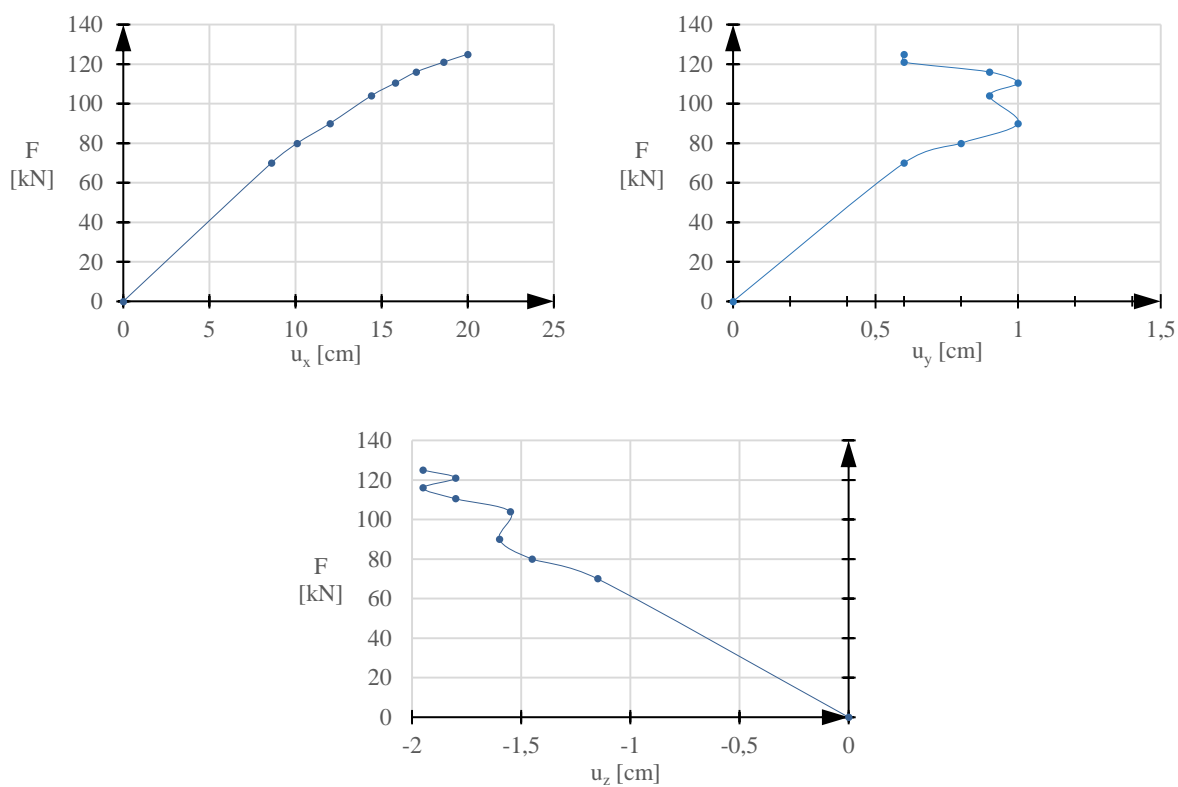


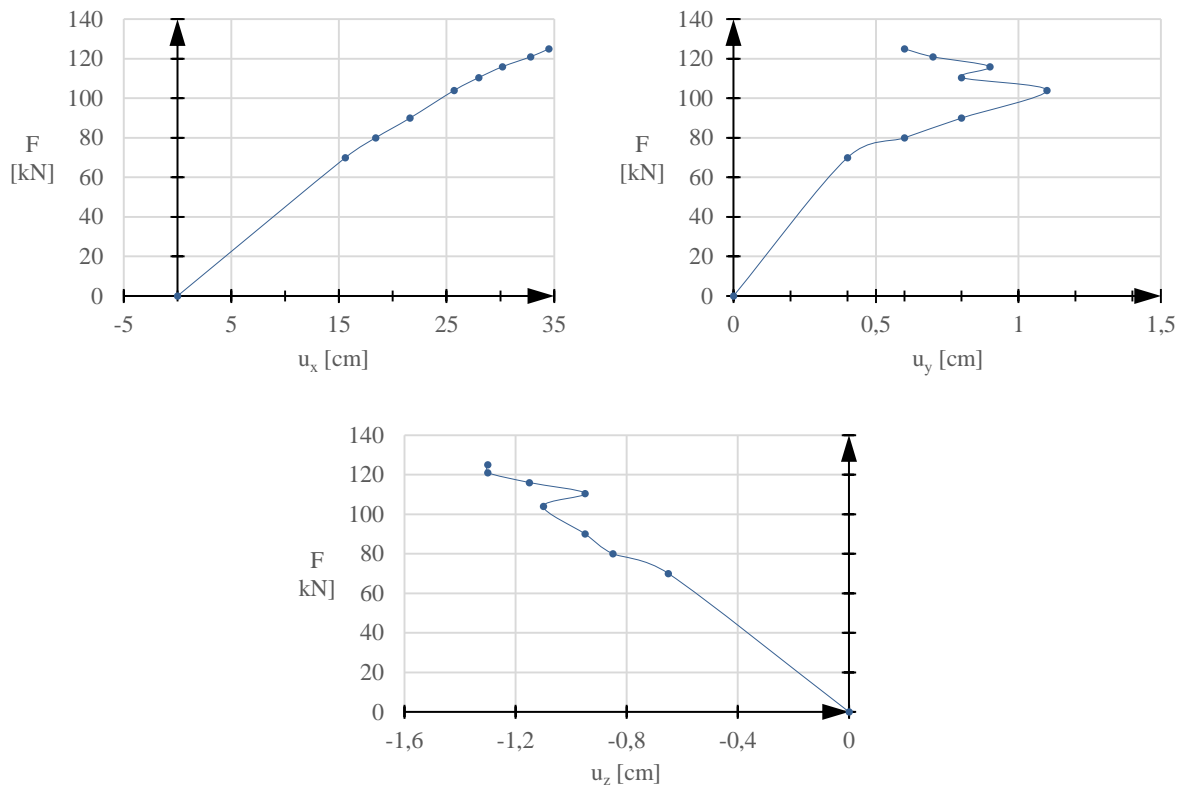
Rys. 3.34. Poziome przemieszczenie poszczególnych przekrojów wieży przy obciążeniu zewnętrznym równym 125,0 kN



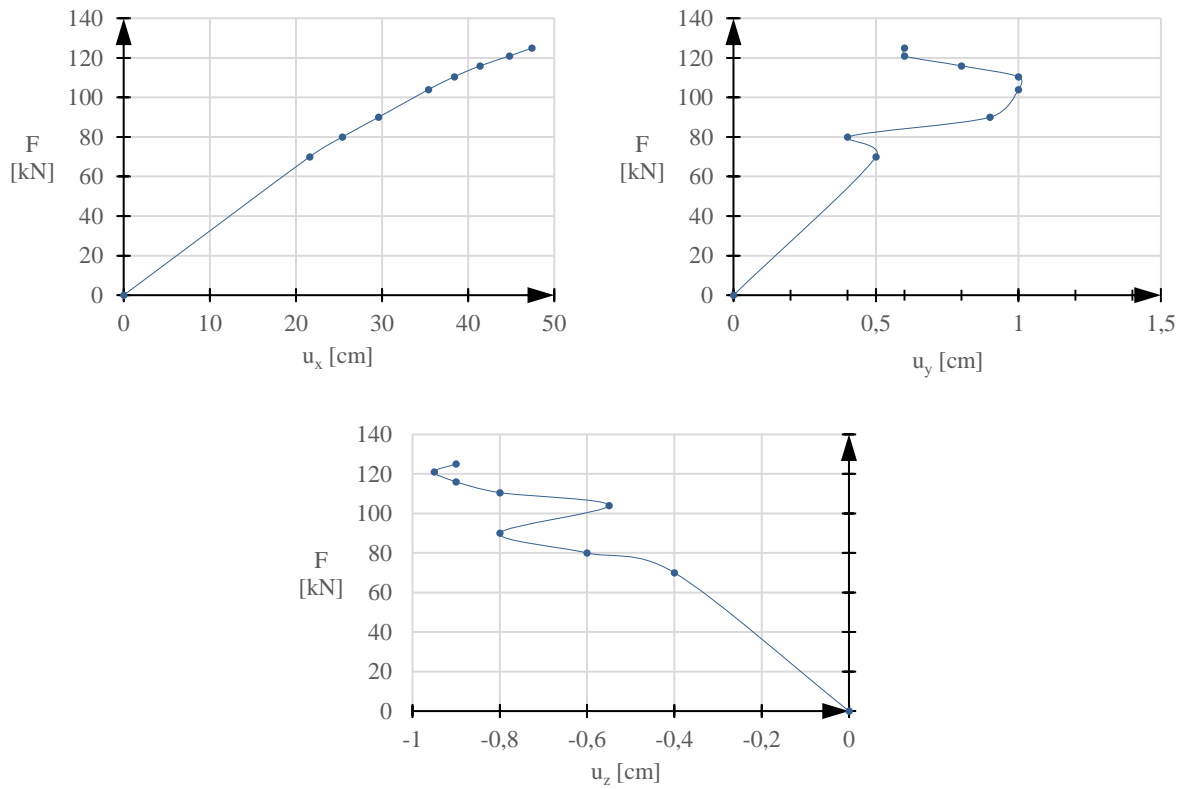
Tabela 3.7. Eksperymentalne wartości przemieszczeń punktów A, B i C dla wzrastającego obciążenia zewnętrznego

Siła w linie [kN]	Przemieszczenia punktów kontrolnych [cm]								
	A			B			C		
	$u_x$	$u_y$	$u_z$	$u_x$	$u_y$	$u_z$	$u_x$	$u_y$	$u_z$
0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,0	0,0	0,0	-0,0	0,0
70	8,6	0,6	-1,1	15,6	-0,4	-0,7	21,6	-0,5	-0,4
80	10,1	0,8	-1,4	18,4	-0,6	-0,8	25,4	-0,4	-0,6
90	12,0	1,0	-1,6	21,6	-0,8	-0,9	29,6	-0,9	-0,8
104	14,4	0,9	-1,5	25,7	-1,1	-1,1	35,4	-1,0	-0,6
110,5	15,8	1,0	-1,8	28,0	-0,8	-0,9	38,4	-1,0	-0,8
116	17,0	0,9	-1,9	30,2	-0,9	-1,1	41,4	-0,8	-0,9
121	18,6	0,6	-1,8	32,8	-0,7	-1,3	44,8	-0,6	-0,9
125	20,0	0,6	-1,9	34,5	-0,6	-1,3	47,4	-0,6	-0,9
132,5	56,7	0,3	-12,6	96,8	-0,9	-10,8	136,5	-0,6	-10,1

Rys. 3.35. Przemieszczenia punktu pomiarowego „A” w kierunku  $u_x$  (po lewo),  $u_y$  (po prawo) i  $u_z$  (na dole)



Rys. 3.36. Przeszyczenia punktu pomiarowego „B” w kierunku  $u_x$  (po lewo),  $u_y$  (po prawo) i  $u_z$  (na dole)



Rys. 3.37. Przeszyczenia punktu pomiarowego „C” w kierunku  $u_x$  (po lewo),  $u_y$  (po prawo) i  $u_z$  (na dole)

Wychylenia punktów kontrolnych w kierunku równoległym do przykładanego obciążenia są niemalże liniowe i osiągają dla najwyżej usytuowanego punktu wartość 47,4 cm w zakresie sprężystym pracy konstrukcji. Oznacza to, że zanim dojdzie do utraty stateczności elementów w wyniku przekroczenia ich nośności i powstaną trwałe deformacje plastyczne, wierzchołek wieży jest w stanie przemieścić się w poziomie o niemal pół metra (przy dużej sztywności podpór). Wychylenia w kierunku "y" mają charakter nieco przypadkowy, wpływają na nie bowiem nawet niewielkie odchylenia od założonego kierunku przyłożenia obciążenia. Wartości deformacji w kierunku "y" sięgają ok. 1,0 cm. Przesunięcia punktów kontrolnych w kierunku "z" mają wartości ujemne (przesunięcie następuje w dół), przy czym są większe dla punktów położonych niżej, gdzie sięgają do ok. 2,0 cm. Obserwując powyższe wykresy można wywnioskować, że przy sile w linie ok. 90,0 kN nastąpiło niewielkie odprężenie (punkty kontrolne przemieściły się z powrotem do góry), które nie jest jednak widoczne na wykresach dla kierunku "x", z uwagi na odmienną skalę wychyleń w obu kierunkach.

Bezpośredni wpływ na wartości wychyleń punktów kontrolnych miały również pionowe przemieszczenia punktów podparcia konstrukcji, których wartości w zależności od przykładanego obciążenia zewnętrznego zestawiono w tabeli 3.8.

Tabela 3.8. Wartości obserwowanych przemieszczeń pionowych punktów podparcia w zależności od obciążenia zewnętrznego

Siła w linie [kN]	Przemieszczenie względem pomiaru przed doświadczeniem [mm]			Przemieszczenie względem poprzedniego odczytu [mm]		
	1	2	3	1	2	3
0	0	0	0	0	0	0
70	-6	5	3	-6	5	3
80	-8	6	3	-2	1	0
90	-10	7	4	-2	1	1
104	-11	9	6	-1	2	2
110,5	-13	10	7	-2	1	1
116	-14	11	8	-1	1	1
121	-14	12	9	0	1	1
125	<b>-15</b>	<b>14</b>	<b>11</b>	-1	2	2
132,5	-36	-18	18	-21	-32	7

Punkty podparcia znajdujące się pod krawężnikami rozciągany uniosły się, pomimo znacznego dociążenia fundamentu, podpora ściskana natomiast przemieściła się w dół pokonując opór gruntu, o 1,5 cm. Istotne znaczenie ma w szczególności wartość przemieszczenia punktu pomiarowego pod krawężnikiem ściskany, która w zestawieniu z siłami, które wystąpiły w linie umożliwia oszacowanie podatności podpory. Na podstawie informacji dotyczących sprężystości podpór,

uwzględniających podatność podłoża oraz zakładając model podłoża Winklera, wyznaczono współczynnik sprężystości, wykorzystując zależność (3.4):

$$K_{zi} = \frac{F_i}{s_i}, \quad (3.4)$$

gdzie  $F_i$  jest siłą powodującą obserwowane odkształcenie gruntu, natomiast  $s_i$  wartością przemieszczenia odpowiednio dla podpór 1, 2, 3.

Znajomość tego parametru pozwala skalibrować model obliczeniowy konstrukcji w taki sposób, aby jak najdokładniej odwzorować rzeczywiste zachowanie się układu. Procedurę tą wykonano dla wartości przemieszczeń odczytanych dla zakresu sprężystego pracy konstrukcji (przed utratą jej stateczności). Wielkości odczytane po badaniu są niemiarodajne, wpływ na nie miał bowiem dynamiczny charakter deformacji, która wystąpiła w momencie utraty stateczności przez konstrukcję (wyboczenia). Obserwując odczyty przemieszczeń widać wyraźnie, że ich wartości po badaniu są znacznie większe (nawet ponad dwukrotnie) niż podczas badania.

### 3.2.10. Podsumowanie przeprowadzonych badań

Zaplanowanie, przygotowanie oraz przeprowadzenie opisanych w niniejszym rozdziale badań eksperymentalnych z całą pewnością należy do zadań złożonych, wiąże się również z wysokimi kosztami. Pozwala jednak na otrzymanie wyników i prowadzenie obserwacji dotyczących rzeczywistego zachowania się konstrukcji wieżowych, które nie byłyby możliwe do uzyskania żadną inną metodą.

Na podstawie przeprowadzonego eksperymentu wyciągnięto następujące wnioski:

- rzeczywista nośność analizowanej konstrukcji wieżowej różni się od jej nośności teoretycznej (szacowanej na podstawie procedur normowych), przy czym nośność eksperymentalna jest większa,
- zniszczenie wieży nastąpiło na skutek utraty nośności wyboczeniowej ściskanego krawężnika. Do przeprowadzonych i opisanych w dalszej części pracy analiz numerycznych przyjęto, że stateczność krawężników jest w przypadku badanego typu wieży kluczowa i decyduje o nośności konstrukcji. Jest to pożądany model zniszczenia, gdyż pozwala na maksymalne wykorzystanie potencjału nośności wieży,
- sztywność węzłów łączących poszczególne segmenty wieży ma zasadniczy wpływ na postać wyboczeniową (długość wyboczeniową) krawężników, a tym samym na ich nośność,
- podczas pracy konstrukcji pod obciążeniem w pierwszej kolejności zostaje przekroczony jej stan graniczny użyteczności (maksymalne dopuszczalne przemieszczenia wierzchołka wieży), który powinien być uwzględniany przy projektowaniu jako jedna z wytycznych,

- rzeczywiste parametry materiałowe uzyskane drogą eksperymentalną, a w szczególności granica plastyczności stali, która ma bezpośredni wpływ na nośność elementów, jest znacznie większa niż jej nominalna (normowa) wartość,
- skratowanie rombów (typu X) stanowi dobre podparcie dla elementów krawężnikowych, a tym samym skraca ich długości wyboczeniowe,
- wartości przemieszczeń podpór fundamentowych odczytane dla sprężystego zakresu pracy konstrukcji (przed utratą stateczności) posłużyły do wyznaczenia ich podatności, co pozwoliło na kalibrację modelu obliczeniowego w taki sposób, aby jak najdokładniej odwzorować rzeczywiste zachowanie się układu.

---

# Rozdział 4

## Implementacja komputerowa

---

### 4.1. Wybrane metody określania niezawodności konstrukcji inżynierskich

#### 4.1.1. Metoda symulacyjna Monte Carlo

Metoda Monte Carlo została opracowana przez zespół węgierskiego matematyka Johna von Neumanna podczas II wojny światowej, w trakcie prac nad arsenałem jądrowym w Los Alamos. Von Neumann wykorzystał zaadaptowane przez niego podejście symulacyjne, aby opisać losową naturę ruchu cząstek (dyfuzji neutronów). Termin Monte Carlo został zaczerpnięty od nazwy pobliskiego kasyna – skojarzenie z hazardem miało wskazywać nie tylko na przypadkowy (losowy) charakter symulowanych zjawisk, ale także na świadomość niebezpieczeństwa kryjącego się za militarnymi eksperymentami nuklearnymi [Winkelmann, 2013; Hammersley i Handscomb, 1964].

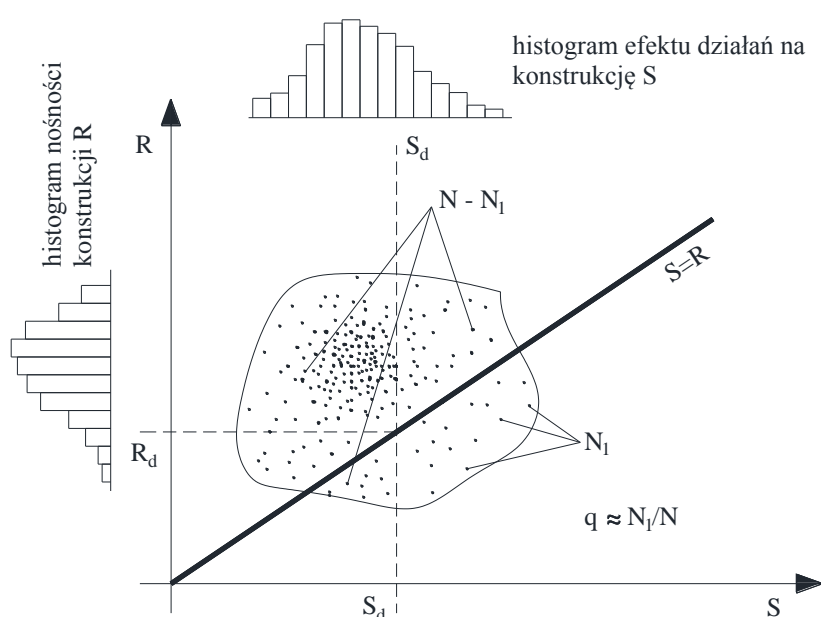
Metoda Monte Carlo od dawna jest uznawana za technikę cechującą się największą dokładnością spośród wszystkich metod wymagających wiedzy o rozkładzie prawdopodobieństwa funkcji odpowiedzi konstrukcji, opisanej za pomocą parametrów obciążonych losowymi niepewnościami. Znajduje ona zastosowanie w prawie wszystkich dziedzinach techniki zajmujących się teorią niezawodności [Grossmann, 1996; Papadrakakis i inni, 1996; Papadrakakis i Papadopoulos, 1996; Shiraki, 1996; Kamiński, 1999; Barbato i Conte, 2011; Chojaczyk i inni, 2015; Guo i Jeffers, 2015; Kamiński i Lauke, 2015; Kozak i Liel, 2015; Chen i inni, 2019; Martins i inni, 2019; Jebur i Al-Zaidee, 2019; Santoro i Muscolino, 2019; Charmpis, 2019; Li i Pasternak, 2019; Athmani i inni, 2019; Liu i Dawood, 2019]. Na przestrzeni czasu metoda ta jest w sposób ciągły udoskonalana i dopracowywana. Najważniejszym obszarem precyzowania metody jest w czasach obecnych podejmowanie prób optymalizacji matematycznego opisu generowania wartości losowych, przy jednoczesnej minimalizacji nakładu obliczeń, prowadzonej w celu ułatwienia modelowania lub symulacji złożonych konstrukcji, procesów i zjawisk, które zachodzą w sposób w pełni losowy [Winkelmann, 2013; Kamiński, 1999; Kamiński i Lauke, 2015].

Koncepcję oceny niezawodności konstrukcji metodą Monte Carlo można przedstawić w postaci następującej procedury [Woliński i Wróbel, 2001]:

- wygenerowanie ciągu niezależnych liczb losowych dla każdej zmiennej losowej uwzględnionej w analizie niezawodności,

- obliczenie wartości przyjętej miary niezawodności, traktowanych jako wyniki fizycznych elementów,
- sprawdzenie, czy poszczególne wartości znajdują się w obszarze stanów niezawodnych czy awaryjnych,
- po wykonaniu odpowiednio dużej liczby takich operacji ( $N$ ) obliczenie ilorazu liczby wyników znajdujących się w obszarze awaryjnym  $N_I$  do ogólnej liczby wyników  $N$ ,
- wartość ilorazu  $q = N_I/N$  można potraktować jako miarę niezawodności konstrukcji, gdy  $N \rightarrow \infty$  (niezawodność konstrukcji  $Q = 1 - q$ ).

Koncepcję opisaną metody symulacji Monte Carlo zilustrowano na rys. 4.1.



Rys 4.1. Symulacja Monte Carlo w dwuwymiarowej przestrzeni zmiennych losowych S i R [Woliński i Wróbel, 2001].

Teoretyczne podwaliny metody Monte Carlo można przedstawić, opierając się na rozwinięciu informacji o stanie granicznym konstrukcji inżynierskiej obciążonej niepewnościami jej parametrów. Prawdopodobieństwo awarii takiej konstrukcji  $P_f$  można określić jako funkcję spełnienia marginesu bezpieczeństwa:

$$P_f = p[g(R,S) \leq 0], \quad (4.1)$$

gdzie funkcja  $g(R,S)$  jest funkcją stanu granicznego konstrukcji inżynierskiej, w której niepewności wyrażone są dwiema reprezentatywnymi podstawowymi zmiennymi losowymi wytrzymałości materiału i obciążenia.

Prosta postać funkcji stanu granicznego z powyższego zapisu może w przypadku ogólnym zostać wyrażona bezpośrednio jako zależność wszystkich zmiennych podstawowych i ich rozkładów prawdopodobieństwa, co można zapisać równaniem:

$$P_f = P[g(\mathbf{X}) \leq 0] = \int_{g(\mathbf{X}) \leq 0} \dots \int f_{\mathbf{X}}(x) dx, \quad (4.2)$$

gdzie:  $g(\mathbf{X})$  oznacza funkcję stanu granicznego konstrukcji, a  $f_{\mathbf{X}}(x)$  jest funkcją gęstości prawdopodobieństwa  $n$ -wymiarowego wektora podstawowych zmiennych losowych.

Jeśli zmienne podstawowe  $\mathbf{X} = \{X_1; X_2; X_3; \dots; X_n\}$  są niezależne, to zapis funkcji gęstości prawdopodobieństwa można uprościć do postaci

$$f_{\mathbf{X}}(x) = \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i) = f_{X_1}(x_1) \cdot f_{X_2}(x_2) \cdot f_{X_3}(x_3) \cdot \dots \cdot f_{X_n}(x_n), \quad (4.3)$$

gdzie funkcje  $f_{X_i}(x_i)$  są kolejnymi cząstkowymi funkcjami gęstości prawdopodobieństwa podstawowych zmiennych  $X_i$ .

Założyć można następującą całkę, będącą uogólnioną formą zapisu funkcji stanu granicznego:

$$I = \int_D g(x) dx, \quad (4.4)$$

gdzie  $D$  jest obszarem w przestrzeni  $n$ -wymiarowej, a  $g(x)$  jest funkcją realizacji zmiennych losowych problemu inżynierskiego.

Jeżeli zostaną wygenerowane symulacyjnie (z obszaru  $D$ ) niezależne i pochodzące z rozkładu równomiernego realizacje zmiennych losowych  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , to przybliżenie przedstawionej powyżej wartości  $I$  może być zapisane w postaci

$$\hat{I}_{MC} = \frac{1}{n} \cdot [g(x_1) + g(x_2) + g(x_3) + \dots + g(x_n)]. \quad (4.5)$$

Zgodnie z prawem wielkich liczb, średnia wielu niezależnych zmiennych losowych z jednakową wartością średnią i skończonymi wariancjami stabilizuje się w ich wspólnej średniej  $\lim_{n \rightarrow \infty} \hat{I}_{MC} = I$  z prawdopodobieństwem równym jedności.

Stopień zbieżności rozwiązania tego problemu może być obliczony na podstawie centralnego twierdzenia granicznego:



$$\sqrt{m}(\hat{I}_{MC,m} - I) \rightarrow N(0, \sigma^2), \quad (4.6)$$

gdzie wariancja rozkładu jest związana z funkcją stanu granicznego -  $\sigma^2 = Var[g(x)]$ .

#### 4.1.2. Metoda półanalityczna

Jedną z zaproponowanych w niniejszej rozprawie metod szacowania niezawodności konstrukcji jest metoda półanalityczna [Kamiński, 2011; Pokusiński i Kamiński, 2019], która obok metody Monte Carlo posłużyła za technikę referencyjną do określenia stosowności metody perturbacji stochastycznej. W celu jej zastosowania wykorzystano moduł statystyczny wbudowany do programu algebry numerycznej Maple 2016.

Podobnie jak w przypadku metody Monte Carlo czy też metody perturbacji stochastycznej, pierwszą czynnością jaką należało wykonać była aproksymacja funkcji odpowiedzi metodą najmniejszych kwadratów (*Least Squares Method*) na podstawie zbioru danych wejściowych (zawierających wartości zmiennej losowej oraz wartości odpowiedzi konstrukcji, określone odpowiednio do analizowanego kroku czasowego). Aproksymowana funkcja  $g(v)$  była funkcją jednej zmiennej – prędkości wiatru i miała postać wielomianu 9 stopnia.

Określono rozkład zmiennej losowej jako normalny, jej wartość średnią równą  $v_s = 44,0$  m/s, oraz odchylenie standardowe, opisane następującą zależnością:

$$\sigma = \alpha_{in} \cdot v_s. \quad (4.7)$$

Obliczono podstawowe statystyki rozkładu prawdopodobieństwa odpowiedzi konstrukcji: wartość oczekiwaną, wariancję, współczynnik zmienności, skośność oraz kurtozę, w zależności od wejściowego współczynnika zmienności  $\alpha_{in}$  (określającego rozrzut zmiennej losowej).

Wartość oczekiwana zmiennej losowej  $g(v)$  określona została na podstawie następującej zależności:

$$E[g(v)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(v) \cdot p(g(v)) dg, \quad (4.8)$$

gdzie  $p(g(v))$  jest funkcją gęstości prawdopodobieństwa zmiennej losowej. Wariancję, będącą średnią arytmetyczną kwadratów odchyłeń poszczególnych wartości odpowiedzi konstrukcji od ich wartości oczekiwanej obliczono bazując na poniższej, powszechnie znanej formule:

$$Var(g(v)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left( (g(v) - E[g(v)])^2 \cdot p(g(v)) \right) dg. \quad (4.9)$$

Określono również współczynnik zmienności dla odpowiedzi konstrukcji, jako klasyczną miarę zróżnicowania rozkładu:

$$\alpha(g(v)) = \frac{\sqrt{\text{Var}(g(v))}}{\sqrt{(E[g(v)])^2}}. \quad (4.10)$$

Skośność, wskazująca na odchylenia rozkładu od symetrii względem wartości oczekiwanej, wyznaczona została z następującej zależności:

$$\beta_s(g(v)) = \frac{\mu_3(g(v))}{\sigma^3(g(v))}, \quad (4.11)$$

gdzie  $\mu_3(g(v))$  oznacza trzeci moment centralny, opisany równaniem:

$$\mu_3(g(v)) = \int_{-\infty}^{+\infty} (g(v) - E[g(v)])^3 \cdot p(g(v)) dg, \quad (4.12)$$

a  $\sigma(g(v))$  jest odchyleniem standardowym zmiennej losowej, zdefiniowanym jako:

$$\sigma(g(v)) = \sqrt{\text{Var}(g(v))} = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (g(v) - E[g(v)])^2 \cdot p(g(v)) dg}. \quad (4.13)$$

Do obliczenia wartości kurtozy rozkładu posłużono się następującą formułą:

$$\kappa(g(v)) = \frac{\mu_4(g(v))}{\sigma^4(g(v))} - 3, \quad (4.14)$$

gdzie  $\mu_4(g(v))$  jest czwartym momentem centralnym, równym:

$$\mu_4(g(v)) = \int_{-\infty}^{+\infty} (g(v) - E[g(v)])^4 \cdot p(g(v)) dg. \quad (4.15)$$

### 4.1.3. Uogólniona metoda perturbacji stochastycznej

Z punktu widzenia mechaniki konstrukcji, jedną z najbardziej rozpowszechnionych metod analizy jakie przedstawia się w literaturze ukierunkowanej na stosowanie probabilistycznych miar bezpieczeństwa konstrukcji, jest gałąź technik i metod perturbacyjnych [Kleiber i Hien, 1991; Hien i Kleiber, 1997; Kamiński i Hien, 1999; Kamiński i Kleiber, 2000a; Kamiński i Kleiber, 2000b;

Kamiński, 2001; Kamiński i Carey, 2005; Kamiński i Corigliano, 2011; Winkelmann, 2013; Kamiński, 2015a; Kamiński, 2015b; Rabenda i Kamiński, 2017; Kamiński, 2018].

Zachowanie się konstrukcji można opisać jako wielkość rozrzutu wynikowej odpowiedzi konstrukcji, rozumianej jako miara rezultatów pracy konstrukcji inżynierskiej (której parametry są obciążone pewnymi ściśle sprecyzowanymi niepewnościami) względem punktu wartości średniej tej odpowiedzi (obliczonej zazwyczaj dla układu idealnego, czyli takiego, gdzie wszystkie niepewności są reprezentowane przez wartości średnie swoich parametrów). Przyjęcie takiego podejścia stanowi istotę uogólnionej metody perturbacji stochastycznej [Kamiński, 2013; Kamiński i Solecka, 2013; Kamiński i Szafran, 2009].

Opiera się ona na rozwinięciu wielkości związanych w równanie równowagi konstrukcji inżynierskiej w szereg Taylora. W kontekście elementów skończonych dla problemów liniowo-sprężystych będą to przykładowo wyrażające niepewności parametrów losowe składniki macierzy sztywności, wektora obciążeń zewnętrznych oraz wektora przemieszczeń wynikowych ( $\mathbf{K} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F}$ ).

Rozwinięcia tych wielkości dokonuje się względem ich wartości średnich. Współczynniki wyrażające wkład zmienności, związane z rozwinięciami w szereg Taylora wielkości strony lewej i prawej równania równowagi, są podczas przebiegu metody wyznaczane na bazie analizy perturbacji. Rozwinięcie w szereg wspomnianych wartości skutkuje powstaniem złożonego układu równań, z którego wyznaczyć można zdefiniowaną wcześniej liczbę (najczęściej poprzestaje się na pierwszych dwóch) probabilistycznych momentów odpowiedzi [Kleiber i Hien, 1992; Winkelmann, 2013].

Implementacja numeryczna tej metody w stochastycznej analizie dynamicznej liniowo sprężystych, jednorodnych i izotropowych ustrojów została zaprezentowana m. in. w pracach [Szafran i inni, 2016; Szafran i Kamiński, 2013]. Obliczeniowe rozbudowanie tego narzędzia o Metodę Elementów Skończonych zwane Stochastyczną Metodą Elementów Skończonych, bazuje na podobnym rozwinięciu wszystkich losowych macierzy układu i wzbudzenia, jak również uogólnionych wektorów przemieszczeń w szereg Taylora odpowiedniego rzędu.

Niech  $b=b(u)$  będzie zmienną losową, a  $p(b)$  jej funkcją gęstości prawdopodobieństwa. Wartość oczekiwana tej zmiennej zdefiniowana jest następująco [Szafran, 2010]:

$$E[b] \equiv b^0 = \int_{-\infty}^{+\infty} bp(b)db . \quad (4.16)$$

Kowariancja opisująca współzależność pomiędzy różnymi zmiennymi losowymi zdefiniowana jest jako:

$$Cov(b_r, b_s) = \int_{-\infty}^{+\infty} [b_r - b_r^0][b_s - b_s^0] p(b)db . \quad (4.17)$$

Podstawowym założeniem metody perturbacji stochastycznej [Kamiński, 2005a; Kamiński, 2005b; Kamiński, 2007; Kamiński, 2009; Kamiński, 2010; Rogowski i Kamiński, 2009] jest rozwinięcie wszystkich wejściowych zmiennych losowych, a także wszystkich funkcji stanu danego problemu w szereg Taylora w otoczeniu ich wartości oczekiwanych używając parametru  $\varepsilon > 0$  zwanego parametrem perturbacji. W przypadku losowej wielkości  $b=e$  można zapisać, że:

$$e = e^0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \varepsilon^n \frac{\partial^n e}{\partial b^n} (\Delta b)^n, \quad (4.18)$$

gdzie:

$$\varepsilon \Delta b = \varepsilon (b - b^0) \quad (4.19)$$

jest wariacją pierwszego rzędu wielkości  $b$  поблизу jej wartości oczekiwanej  $b^0$ , natomiast

$$\varepsilon^2 (\Delta b)^2 = \varepsilon^2 (b - b^0)^2 \quad (4.20)$$

oznacza wariację drugiego rzędu wielkości  $b$ . Symbol  $(.)^0$  określa wartość funkcji  $(.)$  określoną dla wartości oczekiwanej  $b^0$ . Wartości oczekiwane każdej funkcji  $f(b)$  zdefiniowanej analogicznie do (4.18) poprzez rozwinięcie w szereg Taylora z danym parametrem  $\varepsilon$  przedstawiają się następująco [Kamiński i Szafran, 2017]:

$$E[f(b)] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(b) p(b) db = \int_{-\infty}^{+\infty} \left( f^0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \varepsilon^n \frac{\partial^n f}{\partial b^n} \Delta b^n \right) p(b) db. \quad (4.21)$$

Należy zwrócić uwagę, że rozwinięcie jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy szereg jest zbieżny; wszystkie kryteria zbieżności powinny zawierać wielkość parametru perturbacyjnego, który w praktycznych obliczeniach inżynierskich przyjmuje się jako równy  $\varepsilon = 1,0$  [Szafran, 2010].

Z numerycznego punktu widzenia, rozwinięcie pokazane we wzorze (4.21) jest przeprowadzone poprzez sumowanie skończonej ilości składników. Rozważając różne rozkłady prawdopodobieństwa istotną różnicę można dostrzec pomiędzy symetrycznymi funkcjami rozkładu prawdopodobieństwa takimi jak np. rozkład Gaussa, gdzie:

$$E[f(b)] = f^0 + \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \sum_{n=1}^{2M} \frac{1}{(2n)!} \varepsilon^{2n} \frac{\partial^{2n} f}{\partial b^{2n}} \Delta b^{2n} \right) p(b) db, \quad n \in N, \quad (4.22)$$

i niesymetrycznymi funkcjami prawdopodobieństwa, jak np. rozkład logarymicznie normalny:

$$E[f(b)] = f^0 + \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \sum_{n=1}^M \frac{1}{(n)!} \varepsilon^n \frac{\partial^n f}{\partial b^n} \Delta b^n \right) p(b) db, \quad n \in N. \quad (4.23)$$

Rozpatrując analityczne wyprowadzenie pierwszych dwóch momentów probabilistycznych dla funkcji parametru losowego  $f(b)$ , gdzie  $b$  ma symetryczny rozkład prawdopodobieństwa, zgodnie z równaniem (4.21) otrzymuje się następujące wyrażenie dla normalnej zmiennej losowej w podejściu metody perturbacji drugiego rzędu:

$$E[f(b)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \left( f^0 + \varepsilon \frac{\partial f}{\partial b} \Delta b + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \frac{\partial^2 f}{\partial b^2} \Delta b \Delta b \right) p(b) db = f^0(b) + 0 \times \varepsilon \frac{\partial f}{\partial b} + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \frac{\partial^2 f}{\partial b^2} Var(b). \quad (4.24)$$

Powyższa wartość oczekiwana może być obliczona lub symbolicznie wyznaczona wtedy i tylko wtedy, gdy  $f(b)$  jest określona jako funkcja analityczna losowego parametru wejściowego  $b$ .

Jeśli wyrażenia wyższych rzędów są niezbędne (np. z powodu dużego rozrzutu wejściowej zmiennej losowej względem wartości oczekiwanej), to można powyższy zapis łatwo uogólnić do następującej formy:

$$E[f(b)] = f^0(b) + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \frac{\partial^2 f}{\partial b^2} \mu_2(b) + \frac{1}{4!} \varepsilon^4 \frac{\partial^4 f}{\partial b^4} \mu_4(b) + \frac{1}{6!} \varepsilon^6 \frac{\partial^6 f}{\partial b^6} \mu_6(b) + \dots + \frac{1}{(2n)!} \varepsilon^{2n} \frac{\partial^{2n} f}{\partial b^{2n}} \mu_{2n}(b). \quad (4.25)$$

Wyrażenie  $\mu(b)$  oznacza tu  $n$ -ty centralny moment losowy wielkości  $b$ , natomiast wszystkie wyrażenia nieparzystych rzędów dla gaussowskich zmiennych losowych są równe 0. Dzięki takiemu rozwinięciu można obliczyć wartości oczekiwane oraz probabilistyczne momenty wyższych rzędów ze z góry zadaną dokładnością poprzez odpowiedni dobór parametrów  $m$  oraz  $\varepsilon$ . Wybór ten może być dokonany poprzez badania porównawcze z dostatecznie długą serią symulacji Monte Carlo lub też wynikami teoretycznymi otrzymanymi z bezpośredniego całkowania symbolicznego.

W inżynierii istotne jest zrozumienie, w jaki sposób niepewności przenoszą się pomiędzy danymi wejściowymi a odpowiedzią konstrukcji. Metoda perturbacyjna bardzo dobrze wyraża wrażliwość odpowiedzi konstrukcji na zmiany wartości ustalonych parametrów niepewności, co powoduje, że na jej podstawie zaproponować można szereg procesów optymalizacyjnych dla rozwiązania projektowego w wielu dziedzinach inżynierii lądowej [Shinozuka i Yamazaki, 1988; Sudret i Der Kiureghian, 2000; Winkelmann, 2013].

Jedną z czynności które należy wykonać stosując uogólnioną metodę perturbacji stochastycznej, jest numeryczne określenie pochodnych cząstkowych aż do  $n$ -tego rzędu włącznie funkcji odpowiedzi konstrukcji, w odniesieniu do rozpatrywanego parametru losowego. Możliwe jest wyznaczenie funkcji odpowiedzi konstrukcji poprzez wielokrotne rozwiązywanie rozpatrywanego problemu dokoła wartości

oczekiwanej parametru losowego. Rozpatrując problem przemieszczeń, funkcja odpowiedzi dla każdego z nich jest zbudowana z symetrycznych dyskretyzacji w sąsiedztwie wartości oczekiwanej w jednakowych od nich odległościach. Zestaw klasycznych deterministycznych obliczeń wszystkich składowych wektora przemieszczeń prowadzi do ostatecznego określenia funkcji odpowiedzi dla każdego z przemieszczeń. Dlatego też rozważyć należy problem aproksymacji nieznanej funkcji odpowiedzi odnoszącej się do nieznanymi przemieszczeń w następującej wielomianowej formie [Szafran, 2010]:

$$u_\alpha = A_1^{(\alpha)}b^{n-1} + A_2^{(\alpha)}b^{n-2} + \dots + A_n^{(\alpha)}b^0, \quad \alpha = 1, \dots, n, \quad (4.26)$$

posiadającej wartości określone dla różnych argumentów. Do rozwiązania tego problemu zastosowano tradycyjną metodę najmniejszych kwadratów, opisaną w podrozdziale 4.4.

Wyznaczono pochodne rzędu pierwszego:

$$\frac{\partial u_\alpha}{\partial b} = (n-1)A_1^{(\alpha)}b^{n-2} + (n-2)A_2^{(\alpha)}b^{n-3} + \dots + A_{n-1}^{(\alpha)}, \quad (4.27)$$

rzędu drugiego:

$$\frac{\partial^2 u_\alpha}{\partial b^2} = (n-1)(n-2)A_1^{(\alpha)}b^{n-3} + (n-2)(n-3)A_2^{(\alpha)}b^{n-4} + \dots + A_{n-2}^{(\alpha)}, \quad (4.28)$$

oraz rzędu  $k$ -tego w postaci wzoru rekurencyjnego:

$$\frac{\partial^k u_\alpha}{\partial b^k} = \prod_{i=1}^k (n-i)A_1^{(\alpha)}b^{n-k} + \prod_{i=2}^k (n-i)A_2^{(\alpha)}b^{n-(k+1)} + \dots + A_{n-k}^{(\alpha)}. \quad (4.29)$$

Funkcja odpowiedzi konstrukcji ma jeden niezależny argument, którym jest wejściowy parametr losowy danego zagadnienia. Zatem możliwe jest użycie metody perturbacji stochastycznej opartej na rozwinięciu w szereg Taylora do obliczenia momentów probabilistycznych  $\mu_m(u_\alpha)$  aż do  $m$ -tego rzędu włącznie. Z określonych powyżej pochodnych wynika, że aby uzupełnić aproksymację aż do  $m$ -tego rzędu musimy rozwiązać początkowe zagadnienie deterministyczne co najmniej  $m$  razy. Uwzględniając powyższe formuły dla pochodnych funkcji odpowiedzi oraz definicje momentów probabilistycznych można uzyskać wartości oczekiwane, wariancje, a także pozostałe losowe charakterystyki wszystkich rzędów odpowiedzi konstrukcji.

W przykładach obliczeniowych zamieszczonych w niniejszej pracy wykorzystano dwa pierwsze momenty probabilistyczne w rozwinięciu do ósmego rzędu, oraz moment trzeci i czwarty

w rozwinięciu do rzędu szesnastego. Wzór na wartość oczekiwaną prezentuje się w tym wypadku następująco:

$$E^{(8)}[u_\alpha(b)] = u_\alpha^0(b) + \frac{1}{2}\varepsilon^2 \frac{\partial^2 u_\alpha}{\partial b^2} \mu_2(b) + \frac{1}{4!}\varepsilon^4 \frac{\partial^4 u_\alpha}{\partial b^4} \mu_4(b) + \frac{1}{6!}\varepsilon^6 \frac{\partial^6 u_\alpha}{\partial b^6} \mu_6(b) + \frac{1}{8!}\varepsilon^8 \frac{\partial^8 u_\alpha}{\partial b^8} \mu_8(b), \quad (4.30)$$

wariancja natomiast opisana jest poniższą zależnością:

$$\begin{aligned} \text{Var}^{(8)}[u_\alpha(b)] = & \left[ \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right]^2 \varepsilon^2 \mu_2(b) + \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right)^2 + \frac{1}{3} \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right) \right] \varepsilon^4 \mu_4(b) + \\ & + \left[ \frac{1}{36} \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right)^2 + \frac{1}{24} \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right) \right] \varepsilon^6 \mu_6(b) + \frac{1}{576} \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right)^2 \varepsilon^8 \mu_8(b). \end{aligned} \quad (4.31)$$

Trzeci i czwarty moment centralny opisują odpowiednio poniższe formuły:

$$\begin{aligned} \mu_3^{(16)}[u_\alpha(b)] = & \frac{3}{2} \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right)^2 \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right) \varepsilon^4 \mu_4(b) + \\ & + \left[ \frac{1}{8} \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right)^3 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right) + \frac{1}{8} \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right)^2 \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right) \right] \varepsilon^6 \mu_6(b) + \\ & + \left[ \frac{1}{24} \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right)^2 + \frac{1}{32} \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right)^2 \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right) + \right. \\ & + \frac{1}{24} \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right) + \frac{1}{40} \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^5(b)}{\partial b^5} \right) + \left. \varepsilon^8 \mu_8(b) + \right. \\ & + \left. \frac{1}{240} \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right)^2 \left( \frac{\partial u_\alpha^6(b)}{\partial b^6} \right) \right] \varepsilon^8 \mu_8(b) + \\ & + \left[ \frac{1}{384} \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right)^2 + \frac{1}{288} \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right)^2 \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right) + \right. \\ & + \frac{1}{480} \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^5(b)}{\partial b^5} \right) + \frac{1}{240} \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^5(b)}{\partial b^5} \right) + \left. \varepsilon^{10} \mu_{10}(b) + \right. \\ & + \left. \frac{1}{960} \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right)^2 \left( \frac{\partial u_\alpha^6(b)}{\partial b^6} \right) + \frac{1}{720} \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^6(b)}{\partial b^6} \right) \right] \varepsilon^{10} \mu_{10}(b) + \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$\begin{aligned}
& \left[ \begin{aligned} & \frac{1}{13824} \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right)^3 + \frac{1}{2880} \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^5(b)}{\partial b^5} \right) + \\ & + \frac{1}{9600} \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^5(b)}{\partial b^5} \right)^2 + \frac{1}{8640} \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right)^2 \left( \frac{\partial u_\alpha^6(b)}{\partial b^6} \right) + \\ & + \frac{1}{5760} \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^6(b)}{\partial b^6} \right) + \frac{1}{14400} \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^5(b)}{\partial b^5} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^6(b)}{\partial b^6} \right) \end{aligned} \right] \varepsilon^{12} \mu_{12}(b) + \\
& \left[ \begin{aligned} & \frac{1}{115200} \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^5(b)}{\partial b^5} \right)^2 + \frac{1}{86400} \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^5(b)}{\partial b^5} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^6(b)}{\partial b^6} \right) + \\ & + \frac{1}{138240} \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right)^2 \left( \frac{\partial u_\alpha^6(b)}{\partial b^6} \right) + \frac{1}{345600} \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^6(b)}{\partial b^6} \right)^2 \end{aligned} \right] \varepsilon^{14} \mu_{14}(b) + \\
& + \frac{1}{3456000} \left( \frac{\partial u_\alpha^5(b)}{\partial b^5} \right)^2 \left( \frac{\partial u_\alpha^6(b)}{\partial b^6} \right) \varepsilon^{16} \mu_{16}(b),
\end{aligned} \tag{4.32}$$

c.d.)

$$\begin{aligned}
\mu_4^{(16)} [u_\alpha(b)] &= \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right)^4 \varepsilon^4 \mu_4(b) + \left[ \begin{aligned} & \frac{3}{2} \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right)^2 \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right)^2 + \\ & + \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right)^3 \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right) \end{aligned} \right] \varepsilon^6 \mu_6(b) + \\
& + \left[ \begin{aligned} & \frac{1}{16} \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right)^4 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right)^2 \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right) + \frac{1}{6} \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right)^2 \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right)^2 + \\ & + \frac{1}{4} \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right)^2 \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right) \end{aligned} \right] \varepsilon^8 \mu_8(b) + \\
& + \left[ \begin{aligned} & \frac{1}{54} \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right)^3 + \frac{1}{24} \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right)^2 \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right)^2 + \\ & + \frac{1}{48} \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right)^3 \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right) + \frac{1}{12} \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right) + \\ & + \frac{1}{96} \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right)^2 \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right)^2 \end{aligned} \right] \varepsilon^{10} \mu_{10}(b) + \\
& + \left[ \begin{aligned} & \frac{1}{1296} \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right)^4 + \frac{1}{144} \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right)^2 \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right) + \\ & + \frac{1}{288} \left( \frac{\partial u_\alpha(b)}{\partial b} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right)^2 + \frac{1}{384} \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right)^2 \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right)^2 \end{aligned} \right] \varepsilon^{12} \mu_{12}(b) + \\
& + \left[ \begin{aligned} & \frac{1}{6912} \left( \frac{\partial u_\alpha^2(b)}{\partial b^2} \right) \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right)^3 + \frac{1}{3456} \left( \frac{\partial u_\alpha^3(b)}{\partial b^3} \right)^2 \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right)^2 \end{aligned} \right] \varepsilon^{14} \mu_{14}(b) + \\
& + \frac{1}{331776} \left( \frac{\partial u_\alpha^4(b)}{\partial b^4} \right)^4 \varepsilon^{16} \mu_{16}(b).
\end{aligned} \tag{4.33}$$



Powodem, dla którego zastosowano w analizie formuły perturbacyjne opisujące statystyki wyższych rzędów jest dość znaczny rozrzut wejściowej zmiennej losowej, w odniesieniu do wartości oczekiwanej. Wartości parametrów statystycznych silnie zależą od wyboru stopnia metody – niższe rzędy perturbacji prowadzą do zerowania się trzeciego i czwartego momentu centralnego, wyższe rzędy natomiast mogą skutkować niekontrolowanym wzrostem tych momentów, w szczególności dla większych wartości wejściowego współczynnika wariancji.

## 4.2. Wybrane miary niezawodności

### 4.2.1. Wskaźnik niezawodności

Prostym identyfikatorem poziomu bezpieczeństwa konstrukcji w sensie teorii prawdopodobieństwa jest wskaźnik niezawodności. Na jego podstawie można wprowadzić pewien zestaw pożądanych poziomów bezpieczeństwa konstrukcji, rozróżniając wymagania w zależności od konsekwencji możliwej awarii bądź zniszczenia konstrukcji, kosztów jej konserwacji i napraw, skutków społeczno-ekonomicznych awarii itp.

Uzyskanie odpowiedniego poziomu niezawodności konstrukcji jest szczególnie istotne wówczas, gdy jej awaria bądź zniszczenie zagraża zdrowiu lub życiu ludzi. Zaleca się, aby w przypadku konstrukcji budowlano-inżynierskich, w miarę możliwości porównać wskaźnik niezawodności będący rezultatem analizy probabilistycznej z dostępnymi danymi statystycznymi odnoszącymi się do możliwości powstania określonego stanu awarii czy zniszczenia konstrukcji, które mogą wystąpić z uwagi na charakter jej pracy podczas okresu użytkowania.

Docelowy poziom niezawodności konstrukcji powinien wynikać z równowagi pomiędzy skutkami zniszczeń a kosztami środków zabezpieczających jakie trzeba ponieść, by zminimalizować ryzyko niebezpieczeństwa. Techniki matematyczne służące do określania poziomu niezawodności konstrukcji trudno jest efektywnie stosować w codziennej praktyce inżynierskiej. Należy pamiętać, że istnieje zasadnicza różnica pomiędzy probabilistyczną miarą możliwości zaistnienia sytuacji awaryjnej a rzeczywistą częstością awarii, które niejednokrotnie są skutkiem nieprzewidywalnych błędów i zaniedbań projektowych czy wykonawczych.

O wystąpieniu (bądź niewystąpieniu) awarii konstrukcji decydują tzw. marginesy (ogony) rozkładów prawdopodobieństwa, co powoduje, iż obliczane wartości  $P_f$  są zwyczajowo bardzo małe, mające rząd setnych do milionowych części jedności (czyli jednocześnie wymagające stosowania obliczeń o dużej dokładności, aby oszacować je poprawnie), co jest problematyczne przy opisie normowym. Alternatywą dla prawdopodobieństwa awarii  $P_f$  przy określaniu bezpieczeństwa konstrukcji jest więc wspomniany wskaźnik niezawodności  $\beta$ . Jego relacja wobec prawdopodobieństwa awarii  $P_f$ , na podstawie norm [PN-EN 1990; PN-ISO 2394] przedstawiona została w Tabeli 4.1 [Winkelmann, 2013].

Tabela 4.1. Relacja pomiędzy prawdopodobieństwem awarii  $P_f$  a wartością wskaźnika niezawodności  $\beta$  wg [PN-EN 1990]

Prawdopodobieństwo awarii $P_f$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$
Wskaźnik niezawodności $\beta$	~1,28	~2,32	~3,09	~3,72	~4,27	~4,75	~5,20

W obowiązującej normie [PN-EN 1990] w zależności od przyjętej dla danej konstrukcji inżynierskiej klasy niezawodności (powiązanej z klasą konsekwencji, odnosząca się do konsekwencji zniszczenia budowli), przedstawiono zalecane minimalne wartości wskaźnika niezawodności w odniesieniu do stanu granicznego nośności konstrukcji (tabela 4.2).

Tabela 4.2. Zalecane minimalne wartości wskaźnika niezawodności  $\beta$ 

Klasa niezawodności	minimalne wartości $\beta$	
	Okres odniesienia 1 rok	Okres odniesienia 50 lat
RC3	5,2	4,3
RC2	4,7	3,8
RC1	4,2	3,3

Do klasy konsekwencji RC3 kwalifikuje się konstrukcje budowlane i inżynierskie, gdzie zagrożenie życia ludzkiego jest wysokie, lub gdzie konsekwencje ekonomiczne, społeczne i środowiskowe awarii są bardzo duże. Klasa konsekwencji RC2 odpowiada konstrukcjom, których awaria stanowi przeciętne zagrożenie życia ludzkiego i znaczne konsekwencje ekonomiczne, społeczne i środowiskowe, natomiast klasa RC1 odnosi się do obiektów gdzie poziom zagrożenia ludzkiego życia klasyfikuje się jako niski, a konsekwencje ekonomiczne, społeczne i środowiskowe jako małe lub nieznaczące.

W przykładach obliczeniowych zamieszczonych w niniejszej pracy posłużono się wskaźnikami niezawodności Cormella (*First Order Reliability Method*) oraz Hasofer-Linda (*Second Order Reliability Method*).

#### 4.2.1.1. Wskaźnik niezawodności Cornella

Oryginalne sformułowanie wskaźnika niezawodności Cornella zawiera zapis funkcji stanu granicznego w postaci różnicy między całkowitym wkładem niepewności nośności konstrukcji  $r$ , a całkowitym wkładem niepewności odpowiedzi konstrukcji  $s$ :

$$g(r, s) = r - s. \quad (4.34)$$

Przyjmując, iż wkłady te można wyrazić za pomocą reprezentatywnych zmiennych losowych  $R$ ,  $S$ , margines bezpieczeństwa wynosi:

$$M = g(R, S) = R - S. \quad (4.35)$$

Rozważyć należy sytuację pewnego uproszczenia, w którym to składowe zmiennej losowej zapasu bezpieczeństwa  $M$  (całkowita nośność konstrukcji  $R$  oraz odpowiedź konstrukcji  $S$ ) są zmiennymi losowymi o rozkładzie normalnym. Margines (zapas) bezpieczeństwa ma wówczas momenty probabilistyczne wynikające bezpośrednio z prostych działań arytmetycznych na momentach probabilistycznych składowych zmiennych reprezentatywnych, tak więc prawdopodobieństwo awarii konstrukcji może być określone następująco [Winkelmann, 2013]:

$$P_f = P(R - S \leq 0) = P(M \leq 0) = \Phi\left(\frac{0 - E[M]}{D[M]}\right), \quad (4.36)$$

gdzie  $\Phi(\bullet)$  jest funkcją dystrybuanty rozkładu normalnego o zerowej wartości średniej i jednostkowym odchyleniu standardowym.

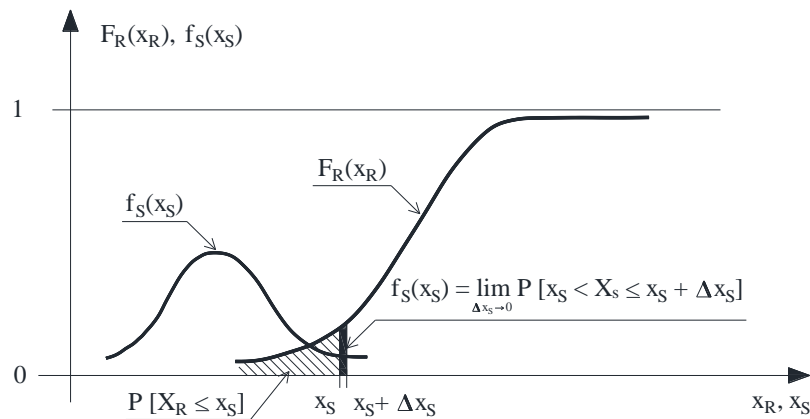
Zaproponowano więc, aby miarę niezawodności konstrukcji inżynierskiej ująć w pewien ściśle przyjęty wskaźnik (wskaźnik niezawodności  $\beta$ ), który ma być stanowiony przez odwrotność współczynnika zmienności zapasu bezpieczeństwa [Cornell, 1969]:

$$\beta = \frac{1}{V_M} = \frac{E[M]}{D[M]}, \quad (4.37)$$

gdzie:  $V_M$  to współczynnik zmienności zapasu bezpieczeństwa,  $E[M]$  reprezentuje wartość oczekiwaną (średnią) zapasu bezpieczeństwa, a  $D[M]$  – jego odchylenie standardowe. Wskaźnikiem niezawodności  $\beta$  można w takim układzie nazwać odwrotność współczynnika zmienności zapasu bezpieczeństwa  $M$ , miarę oddalenia średniego stanu interakcji całkowitej nośności konstrukcji oraz efektów obciążeń od krawędzi stanu granicznego konstrukcji, możliwego do sprecyzowania całką splotu, która jest zapisem prawdopodobieństwa awarii wykorzystujący pojęcia dystrybuanty rozkładów prawdopodobieństwa (jeśli reprezentatywne zmienne losowe  $X_R$ ,  $X_S$  są rzeczywiście niezależne), w postaci [Winkelmann, 2013]:

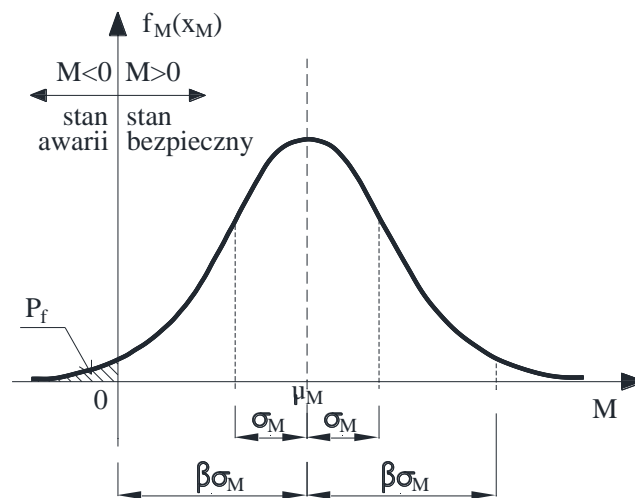
$$P_f = P(X_R - X_S \leq 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(x_R) f_S(x_S) dx_S. \quad (4.38)$$

Całkę splotu zobrazowano na rys. 4.2.



Rys. 4.2. Problem podstawowy analizy niezawodności (poszukiwanie prawdopodobieństwa awarii) rozwiązany za pomocą całki splotu [Winkelmann, 2013]

Takie sprecyzowanie oszacowania niezawodności konstrukcji odpowiada idei wskaźnika niezawodności wg Cornella – wskaźnik ma mierzyć odległość od lokalizacji punktu pomiarowego podstawowych zmiennych losowych zadania ( $E[M]$ ) do granicy powierzchni stanu granicznego, mierzonej w jednostkach parametrów skali niepewności ( $D[M]$ ). Ilustrację sensu wskaźnika niezawodności wg Cornella przedstawia rys. 4.3.



Rys. 4.3. Graficzna interpretacja wskaźnika niezawodności wg Cornella, naniesiona na reprezentatywną funkcję gęstości prawdopodobieństwa zapasu bezpieczeństwa  $f_M(x)$  [Winkelmann, 2013]

Wskaźnik niezawodności  $\beta$  można także zamiennie związać bezpośrednio z obliczanym numerycznie (na bazie całki splotu) prawdopodobieństwem awarii, poprzez zależność odwrotną, przedstawianą w postaci:

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f), \quad (4.39)$$

gdzie  $\Phi(\bullet)$  jest funkcją odwrotną dystrybucyjną rozkładu normalnego o zerowej wartości średniej i jednostkowym odchyleniu standardowym.

Jeżeli zmienne  $R, S$  są nieskorelowane, to wskaźnik niezawodności  $\beta$ , oznaczany dalej jako wskaźnik niezawodności Cornella  $\beta_C$ , można zapisać w postaci

$$\beta = \beta_C = \frac{E[M]}{D[M]} = \frac{E[R] - E[S]}{D[R; S]} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}, \quad (4.40)$$

lub też, jeżeli zmienne  $R, S$  są skorelowane, to w postaci:

$$\beta_C = \frac{E[M]}{D[M]} = \frac{E[R] - E[S]}{D[R; S]} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 - 2\rho_{RS} \cdot \sigma_R \sigma_S + \sigma_S^2}}, \quad (4.41)$$

gdzie kolejno:  $\mu_R$  to wartość oczekiwana zmiennej losowej wyrażającej nośność konstrukcji,  $\mu_S$  to wartość oczekiwana zmiennej losowej wyrażającej obciążenia,  $\sigma_R$  oraz  $\sigma_S$  to odchylenia standardowe wyżej wymienionych zmiennych, natomiast  $\rho_{RS}$  jest współczynnikiem korelacji obu zmiennych losowych.

Wskaźnik niezawodności Cornella można obliczyć także w stosunkowo prosty sposób, kiedy zapas bezpieczeństwa jest funkcją liniową (powierzchnia graniczna  $g(\mathbf{x}) = 0$  jest hiperpłaszczyzną). Można wówczas zapisać funkcję marginesu bezpieczeństwa w notacji

$$g(x_i) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i = a_0 + \mathbf{a}^T \mathbf{x} = g(\mathbf{x}), \quad (4.42)$$

gdzie:  $a_0$  to wyraz wolny  $n$  – wymiarowej powierzchni,  $\mathbf{a} = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$  to wektor kolumnowy zbierający współczynniki kierunkowe  $n$  - wymiarowej powierzchni, a  $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$  to wektor kolumnowy realizacji [Winkelmann, 2013].

Dodatkową zmienną losową zapasu (marginesu) bezpieczeństwa, odpowiadającą powyższej funkcji marginesu bezpieczeństwa można zatem przedstawić jako:

$$M = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i = a_0 + \mathbf{a}^T \mathbf{X}. \quad (4.43)$$

Przyjęty przez Cornella wskaźnik niezawodności przybiera wówczas postać:

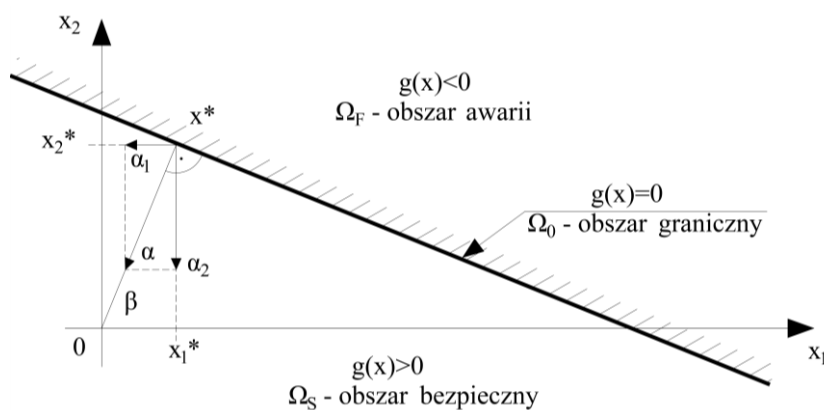
$$\beta_c = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i}{\sqrt{\mathbf{a}^T C_X \mathbf{a}}} = \frac{a_0 + \mathbf{a}^T E[\mathbf{X}]}{\sqrt{\mathbf{a}^T C_X \mathbf{a}}}, \quad (4.44)$$

gdzie:  $E[\mathbf{X}]$  to wektor kolumnowy zbierający wartości oczekiwane zmiennej losowej  $\mathbf{X}$ , natomiast  $C_X$  to macierz kowariancyjna zmiennej losowej  $\mathbf{X}$ .

Postać problemu wyznaczania wskaźnika niezawodności dla liniowej hiperpowierzchni funkcji stanu granicznego  $g(\mathbf{x}) = 0$  w przestrzeni realizacji przedstawia rys. 4.4.

Ważną obserwacją jest także fakt, iż wskaźnik niezawodności Cornella  $\beta_c$  jest niezmienny w obliczu dowolnej liniowej transformacji podstawowej zmiennej losowej  $\mathbf{X}$ .

Jeżeli powierzchnia graniczna  $g(\mathbf{x}) = 0$  nie jest hiperpłaszczyzną, to nie jest możliwe sformułowanie zapasu bezpieczeństwa jako funkcji liniowej przy użyciu podstawowej zmiennej losowej. Wówczas sugestią Cornella jest rozwinięcie jej w szereg Taylora wokół wartości oczekiwanych  $E[\mathbf{X}]$  w przestrzeni bazowej zmiennej, z dokładnością do wyrazów liniowych [Winkelmann, 2013].



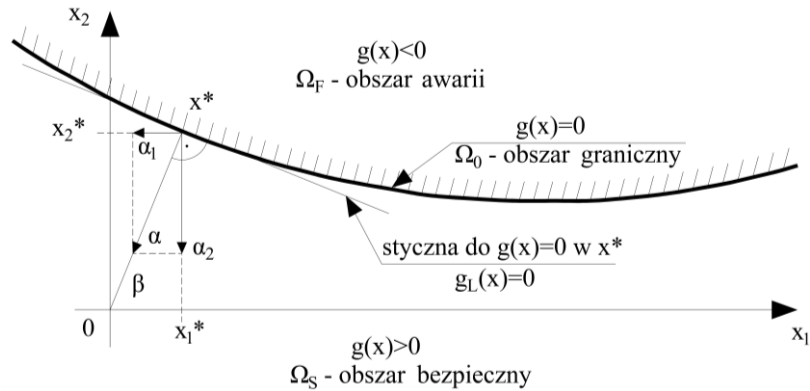
Rys. 4.4. Liniowa,  $n$ -wymiarowa (dla uproszczenia wskazana dla  $n=2$ ) powierzchnia funkcji stanu granicznego  $g(\mathbf{x})=0$  w przestrzeni realizacji zmiennych podstawowych, wraz z zaznaczeniem znaczenia wskaźnika niezawodności Cornella  $\beta_c$  oraz jednostkowego wektora normalnego dla powierzchni granicznej  $\alpha$  [Winkelmann, 2013]

#### 4.2.1.2. Wskaźnik niezawodności Hasofera-Linda

Istotą metody zaproponowanej przez Hasofera i Linda jest dobór punktu linearyzacji powierzchni (funkcji) granicznej w taki sposób, aby nie leżał on w punkcie oczekiwanym (średnim), ale w innym punkcie, zlokalizowanym dokładnie na powierzchni granicznej.

Z nieskończonej ilości punktów realizacji, jakie na niej leżą, naturalnym wyborem jest taki, który znajduje się w najmniejszej odległości od punktu realizacji zawierającego wartości średnie wszystkich zmiennych zadania. Wynika to z sensu wskaźnika niezawodności, tj. pomiaru minimalnej odległości od lokalizacji punktu pomiarowego do granicy powierzchni stanu granicznego. Graficzna postać problemu wyznaczania wskaźnika niezawodności dla nieliniowej hiperpowierzchni funkcji stanu

granicznego  $g(\mathbf{x}) = 0$  w przestrzeni realizacji podstawowych zmiennych losowych przedstawiona jest na rys. 4.5.



Rys. 4.5. Nieliniowa,  $n$ -wymiarowa (dla uproszczenia wskazana dla  $n = 2$ ) powierzchnia funkcji stanu granicznego  $g(\mathbf{x}) = 0$  w przestrzeni realizacji zmiennych podstawowych, wraz z zaznaczeniem linearyzacji powierzchni funkcji stanu granicznego oraz jednostkowego wektora normalnego do powierzchni granicznej  $\alpha$  [Winkelmann, 2013]

Aby uwypuklić sens wskaźnika niezawodności oraz aby jak najbardziej zbliżyć ideologicznie obliczenia  $n$ -wymiarowe do zagadnienia jednowymiarowego, Hasofer i Lind zaproponowali niejednorodnie liniowe odwzorowanie zbioru podstawowych zmiennych losowych  $\mathbf{X}$  w zbiór zmiennych losowych znormalizowanych i nieskorelowanych (oznaczony jako  $\mathbf{Z}$ ). Zmienna ta ma zerowy wektor wartości własnych ( $E[\mathbf{Z}] = \mathbf{0}$ ) oraz jednostkową macierz kowariancji ( $\mathbf{C}_Z = \text{Cov}[\mathbf{Z}; \mathbf{Z}^T] = \mathbf{I}$ ) [Hasofer i Lind, 1974]. Transformacja pomiędzy bazową zmienną losową  $\mathbf{X}$  a zmienną losową znormalizowaną  $\mathbf{Z}$  przedstawia się następująco:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{A}(\mathbf{X} - E[\mathbf{X}]), \quad (4.45)$$

gdzie  $\mathbf{A}$  jest macierzą transformacyjną, możliwą do wyznaczenia przy zastosowaniu szeregu standardowych technik algebry liniowej. Macierz kowariancji zmiennej losowej bazowej  $\mathbf{X}$  można zapisać wzorem:

$$\mathbf{C}_X = \text{Cov}[\mathbf{X}; \mathbf{X}^T] = E[(\mathbf{X} - E[\mathbf{X}])(\mathbf{X} - E[\mathbf{X}])^T]. \quad (4.46)$$

Macierz kowariancji zmiennej losowej znormalizowanej  $\mathbf{Z}$  można wówczas wyprowadzić, łącząc zapisy (4.45) oraz (4.46). Wynik wyprowadzenia przedstawić można równaniem:

$$\mathbf{C}_Z = \text{Cov}[\mathbf{Z}; \mathbf{Z}^T] = \mathbf{A}\mathbf{C}_X\mathbf{A}^T = \mathbf{A}\text{Cov}[\mathbf{X}; \mathbf{X}^T]\mathbf{A}^T = \mathbf{I}. \quad (4.47)$$

Warunek graniczny, po uwzględnieniu powyższych transformacji, przyjmuje końcowo postać:

$$g(\mathbf{Z}) = g(\mathbf{X}(\mathbf{Z})) = g(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{Z} + E[\mathbf{X}]) = 0. \quad (4.48)$$

Przez identyczne odwzorowanie, jakie opisano powyżej, zapisać można:

$$\mathbf{z} = \mathbf{A}(x - E[\mathbf{X}]), \quad (4.49)$$

przy czym można zauważyć, iż punkt pojedynczej realizacji, zawierający wartości oczekiwane w przestrzeni realizacji  $\mathbf{x}$  odwzorowywany jest w punkt początku układu współrzędnych w przestrzeni realizacji  $\mathbf{z}$ , a powierzchnia graniczna  $\Omega_0$  wektora realizacji  $\mathbf{x}$  przekształca się we współrzędne powierzchni granicznej  $\Omega_0$  wektora realizacji  $\mathbf{z}$ . Geometryczna odległość od początku układu współrzędnych w przestrzeni realizacji  $\mathbf{z}$  do dowolnego punktu powierzchni granicznej  $\Omega_0$  wektora realizacji  $\mathbf{z}$  jest prostą miarą odchylenia standardowego od punktu realizacji wartości oczekiwanych w przestrzeni realizacji  $\mathbf{x}$  do odpowiadającego punktu powierzchni granicznej  $\Omega_0$  wektora realizacji  $\mathbf{x}$  [Winkelmann, 2013].

Dystans od punktu pojedynczej realizacji, będącego początkiem układu współrzędnych w przestrzeni realizacji  $\mathbf{z}$ , zwanego punktem początkowym analizy niezawodności, do powierzchni granicznej może być pomierzony tzw. funkcją Veneziano (funkcją wskaźnika niezawodności) [Veneziano, 1974], którą wyrazić można w przestrzeni realizacji  $\mathbf{z}$  wzorem:

$$\beta(\mathbf{z}) = \sqrt{\mathbf{z}^T \mathbf{z}}; \quad \mathbf{z} \in \Omega_0^{(z)}, \quad (4.50)$$

lub równoważnie, w przestrzeni realizacji  $\mathbf{x}$ :

$$\beta(\mathbf{x}) = \sqrt{(\mathbf{x} - E[\mathbf{X}])^T C_{\mathbf{X}}^{-1} (\mathbf{x} - E[\mathbf{X}])}; \quad \mathbf{x} \in \Omega_0^{(x)}. \quad (4.51)$$

Najkrótsza odległość od punktu początkowego analizy niezawodności do wybranego punktu na powierzchni granicznej została wybrana jako miara wskaźnika niezawodności Hasofera – Linda  $\beta_{HL}$ . Może ona być zapisana jako:

$$\beta_{HL} = \min_{g(\mathbf{z})=0} \beta(\mathbf{z}) = \min_{g(\mathbf{z})=0} \sqrt{\mathbf{z}^T \mathbf{z}}; \quad \mathbf{z} \in \Omega_0^{(z)}, \quad (4.52)$$

lub równoważnie:



$$\beta_{HL} = \min_{g(\mathbf{x})=0} \beta(\mathbf{x}) = \min_{g(\mathbf{x})=0} \sqrt{(\mathbf{x} - E[\mathbf{X}])^T C_{\mathbf{X}}^{-1} (\mathbf{x} - E[\mathbf{X}])}; \quad \mathbf{x} \in \Omega_0^{(\mathbf{x})}. \quad (4.53)$$

Leżący na powierzchni granicznej punkt realizacji  $\mathbf{x}$ , uzyskiwany w procesie poszukiwania wskaźnika niezawodności Hasofera – Linda  $\beta_{HL}$ , oznacza się symbolem  $\mathbf{x}^*$  i nazywa się go punktem projektowym (obliczeniowym) analizy niezawodności [Veneziano, 1974].

Jeżeli mamy do czynienia z powierzchnią graniczną w postaci  $n$  –wymiarowej płaszczyzny, to wartości liczbowe wskaźnika niezawodności Hasofera – Linda  $\beta_{HL}$  oraz wskaźnika niezawodności Cornella  $\beta_C$  są jednakowe. Wskaźnik niezawodności Hasofera – Linda jest więc uogólnieniem wskaźnika niezawodności Cornella dla nieliniowych powierzchni granicznych.

Wskaźnik niezawodności Hasofera – Linda  $\beta_{HL}$  jest rozwiązaniem nieliniowego procesu optymalizacji z jedną funkcją celu. Rozwiązania tego problemu dostarcza szeroka gama algorytmów iteracyjnych. Nie ma jednak pewności, iż algorytmy te będą zbieżne we wszystkich przypadkach funkcji stanów granicznych. Celem optymalizacji jest znalezienie najlepszego (spełniającego sens metody) punktu projektowego  $\mathbf{x}^*$ .

Algorytm wyszukiwania punktu projektowego  $\mathbf{x}^*$  analizy niezawodności, zaproponowany przez Hasofera i Linda, zostanie zobrazowany dla uproszczenia w przestrzeni realizacji  $\mathbf{z}$ . Wówczas zamiennie poszukuje się punktu projektowego  $\mathbf{z}^*$  odpowiadającego punktowi  $\mathbf{x}^*$  oraz jednostkowego wektora normalnego do powierzchni granicznej  $\boldsymbol{\alpha}^*$ , wyznaczanego w punkcie  $\mathbf{z}^*$ , będącego proporcjonalnym do wektora śledzącego punkt  $\mathbf{z}^*$  względem początku układu współrzędnych przestrzeni realizacji  $\mathbf{z}$  [Winkelmann, 2013].

Przy takiej definicji wektorów wskaźnik niezawodności Hasofera – Linda  $\beta_{HL}$  jest stałą proporcjonalności między wektorami realizacji i powierzchni granicznej:

$$\mathbf{z}^* = \alpha^* \cdot \beta_{HL}, \quad (4.54)$$

Punkt  $\mathbf{z}^*$  jest granicą sekwencji algorytmu  $\mathbf{z}^{(0)} \gg \mathbf{z}^{(1)} \gg \dots \gg \mathbf{z}^{(m)} \gg \dots \gg \mathbf{z}^*$ .

Jednostkowy wektor normalny do trajektorii prowadzonej przez algorytm  $g(\mathbf{z}) = g(\mathbf{z}^{(m)})$  zdefiniowany w punkcie  $\mathbf{z}^{(m)}$  oznacza się przez  $\boldsymbol{\alpha}^{(m)}$ , tak więc wektor  $\boldsymbol{\alpha}^{(m)}$  jest równoległy do wektora gradientu trajektorii prowadzonej przez algorytm, zdefiniowanej w punkcie  $\mathbf{z}^{(m)}$  i jest skierowany w stronę obszaru awarii  $\Omega_f = \{\mathbf{z}: g(\mathbf{z}) < 0\}$ . Przedstawić go można następująco:

$$\boldsymbol{\alpha}^{(m)} = -\frac{\nabla g(\mathbf{z}^{(m)})}{|\nabla g(\mathbf{z}^{(m)})|}, \quad (4.55)$$

gdzie  $\nabla g(\mathbf{z}^{(m)})$  jest gradientem funkcji granicznej, zdefiniowanym w punkcie  $\mathbf{z}^{(m)}$ , w postaci:

$$\nabla g(\mathbf{z}^{(m)}) = \left( \frac{\partial g}{\partial z_1}(\mathbf{z}^{(m)}); \frac{\partial g}{\partial z_2}(\mathbf{z}^{(m)}); \dots; \frac{\partial g}{\partial z_n}(\mathbf{z}^{(m)}) \right). \quad (4.56)$$

Punkt startowy algorytmu (punkt początkowy) może być przyjęty w punkcie początku układu współrzędnych przestrzeni realizacji  $\mathbf{z}$ , o współrzędnych  $\mathbf{z}^{(0)} = \{0;0;0;\dots;0\}$ , lub też w tzw. punkcie podporowym w przestrzeni realizacji  $\mathbf{x}$ , o współrzędnych:

$$x^{(p)} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{n}}; \frac{1}{\sqrt{n}}; \frac{1}{\sqrt{n}}; \dots; \frac{1}{\sqrt{n}} \right\}. \quad (4.57)$$

Metoda iteracji jest w każdym kroku algorytmu oparta na linearyzacji. W  $m$ -tym kroku algorytmu punktem startowym jest punkt  $\mathbf{z}^{(m)}$ , a powierzchnia  $z_{n+1} = g(\mathbf{z})$  jest zastępowana przez odpowiadającą jej  $n$ -wymiarową płaszczyznę styczną w punkcie  $\mathbf{z}^{(m)}$ . Obraz przecięcia pomiędzy tą  $n$ -wymiarową płaszczyzną, a płaszczyzną  $z_{n+1} = 0$  można zapisać równaniem:

$$g(\mathbf{z}) = g(\mathbf{z}^{(m)}) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial z_i}(\mathbf{z}^{(m)})(z_i - z_i^{(m)}) = 0. \quad (4.58)$$

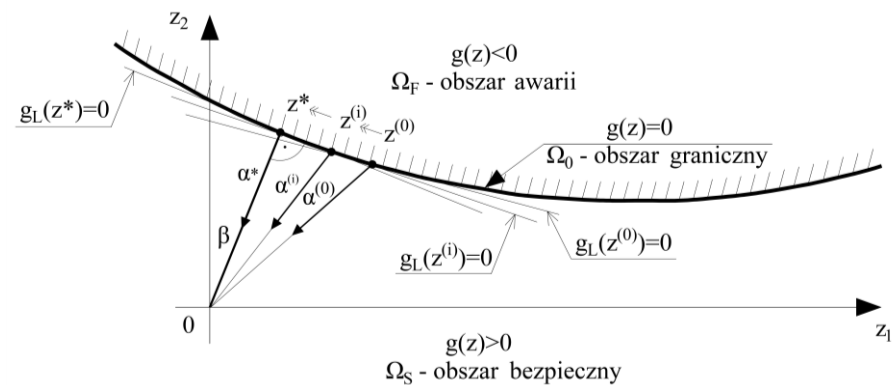
W rezultacie, kolejny punkt sekwencji algorytmu  $\mathbf{z}^{(m+1)}$  znajdujący się na przecięciu (4.58) jako punkt najbliższy do punktu kroku początkowego. Zapisuje się to równaniem:

$$\mathbf{z}^{(m+1)} = \left( \mathbf{z}^{(m)T} \boldsymbol{\alpha}^{(m)} \right) \boldsymbol{\alpha}^{(m)} + \frac{g(\mathbf{z}^{(m)})}{\left| \nabla g(\mathbf{z}^{(m)}) \right|} \boldsymbol{\alpha}^{(m)}. \quad (4.59)$$

Jeśli cała sekwencja algorytmu jest zbieżna do punktu  $\mathbf{z}^*$ , to dla tego punktu ma miejsce spełnienie zapisu (4.54), co odpowiada znalezieniu ustalonej wartości wskaźnika niezawodności Hasofera – Linda  $\beta_{HL}$ .

Szkic procedury iteracyjnego poszukiwania wskaźnika niezawodności Hasofera – Linda  $\beta_{HL}$  w przestrzeni realizacji  $\mathbf{z}$  przedstawiony jest na rys. 4.6.

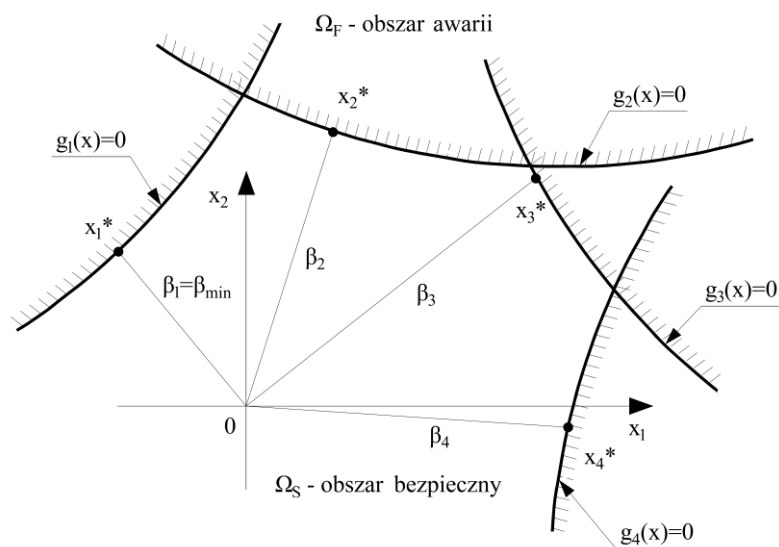
Powierzchnia graniczna może jednak zawierać kilka istotnych punktów projektowych, dla których algorytm znajdzie odpowiadające im ustalone wartości wskaźnika niezawodności. Wówczas konieczne jest odnalezienie wszystkich takich punktów (poprzez założenie kilku różnych punktów startowych algorytmu) i obliczenie w każdym miejscu odrębnej wartości wskaźnika niezawodności [Winkelmann, 2013].

Rys. 4.6. Ilustracja poszukiwania wskaźnika niezawodności w przestrzeni realizacji  $z$  [Winkelmann, 2013]

Wskaźnik niezawodności Hasofera – Linda  $\beta_{HL}$  jest wówczas zdefiniowany jako:

$$\beta_{HL} = \min(\beta_{HL}^1; \beta_{HL}^2; \beta_{HL}^3; \dots; \beta_{HL}^k). \quad (4.60)$$

Przykładowa powierzchnia graniczna zawierają kilka punktów projektowych (przykładowo sporządzana dla systemu szeregowego) zaprezentowana jest na rys. 4.7.

Rys. 4.7. Ilustracja powierzchni granicznej systemu szeregowego, wymagającej wyszukania wskaźnika niezawodności  $\beta$  jako minimum wszystkich wyznaczalnych wskaźników [Winkelmann, 2013]

Przywołując transformację (4.49), można sformułować algorytm iteracyjny Hasofera i Linda w wyjściowej przestrzeni realizacji  $\mathbf{x}$ . Jego krok iteracyjny oblicza się jako:

$$\mathbf{x}^{(m+1)} = E[\mathbf{X}] + C_x \nabla g(\mathbf{x}^{(m)}) \cdot \frac{(\mathbf{x}^{(m)} - E[\mathbf{X}])^T \nabla g(\mathbf{x}^{(m)}) - g(\mathbf{x}^{(m)})}{\nabla g(\mathbf{x}^{(m)})^T C_x \nabla g(\mathbf{x}^{(m)})}. \quad (4.61)$$

Z definicji funkcji Veneziano (4.50) (funkcji wskaźnika niezawodności), którą można także wyrazić jako długość wektora realizacji  $\mathbf{z}$ , zapisać można także, że:

$$\frac{\partial \beta(\mathbf{z})}{\partial z_i} = \frac{\partial}{\partial z_i} \sqrt{\sum_{j=1}^n x_j^2} = a_i. \quad (4.62)$$

Zebrane  $n$  wartości  $a_i$ , oszacowanych w punkcie projektowym analizy  $\mathbf{z}^*$ , który oznaczyć można przez  $a_i^*$ , jest miarą wrażliwości wskaźnika niezawodności na niepewności pojawiające się w zadaniu za pomocą wartości składowych  $z_i$  realizacji punktu projektowego  $\mathbf{z}^*$ . Wartości  $a_i^*$  są często nazywane współczynnikami wrażliwości.

### 4.3. Metoda elementów skończonych w zagadnieniach dynamiki konstrukcji – metoda Hilbera, Hughesa i Taylora

Równanie ruchu w zagadnieniach dotyczących układów o wielu stopniach swobody przyjmuje następującą, powszechnie znaną postać:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{f}(t) \quad (4.63)$$

gdzie  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$  to macierze masy, tłumienia i sztywności,  $\mathbf{q}$ ,  $\dot{\mathbf{q}}$ ,  $\ddot{\mathbf{q}}$  to odpowiednio wektory przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń siatki elementów skończonych, natomiast  $\mathbf{f}$  to wektor sił zewnętrznych w ujęciu MES, przyłożonych w węzłach.

W ogólności, w przypadku obliczeń dotyczących poszukiwania odpowiedzi konstrukcji z dużą ilością stopni swobody, aby uniknąć czasochłonnych obliczeń wartości własnych i wektorów własnych stosuje się metody wykorzystujące algorytmy całkowania równań ruchu w czasie. Metody te mają wspólną cechę polegającą na tym, że muszą być zgodne, czyli muszą posiadać zbieżność z rozwiązaniem dokładnym kiedy krok czasowy  $\Delta t$  jest ograniczony, stabilne, kiedy występują błędy zaokrąglenia rozwiązań, oraz muszą być dokładne jeśli chodzi o rozwiązanie danego problemu. Stabilność metod bezpośredniego całkowania jest szczególnie istotna dla układów z wieloma stopniami swobody, ale nie pozostaje jedynym kryterium wyboru metody obliczeniowej. Kolejnym jest współczynnik tłumienia numerycznego, który odgrywa rolę równie istotną z punktu widzenia końcowych wyników.

Istnieje kilka znanych i dobrze udokumentowanych metod numerycznych. Można do nich zaliczyć: metodę różnic centralnych, metodę Houbolta, metody Newmarka, metodę  $\theta$ -Wilsona, metody kolokacyjne, metodę szacowania najwyższej wartości własnej czy wreszcie niejawną metodę HHT. W niniejszej rozprawie właśnie ta ostatnia metoda została użyta przy rozwiązywaniu przykładów obliczeniowych. Bazową dla niej jest metoda Newmarka [Newmark, 1959], której wyrażenia

określające prędkości i przemieszczenia układu z  $n$  stopniami swobody dla chwil czasowych  $t_n$  oraz  $t_{n+1}$  przedstawiają się w zapisie macierzowym następująco:

$$\dot{\mathbf{q}}_{n+1} = \dot{\mathbf{q}}_n + (1 + \gamma)\Delta t \ddot{\mathbf{q}}_n + \gamma \Delta t \ddot{\mathbf{q}}_{n+1}, \quad (4.64)$$

$$\mathbf{q}_{n+1} = \mathbf{q}_n + \Delta t \dot{\mathbf{q}}_n + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \ddot{\mathbf{q}}_n + \beta \Delta t^2 \ddot{\mathbf{q}}_{n+1}, \quad (4.65)$$

gdzie  $\beta$  i  $\gamma$  są parametrami metod Newmarka ze średnim przyspieszeniem ( $\beta = 1/4$  i  $\gamma = 1/2$ ) i z przyspieszeniem liniowym ( $\beta = 1/6$  i  $\gamma = 1/2$ ). Warto zauważyć, że równania (4.64) i (4.65) są niejawnie, ponieważ zależą od przyspieszenia w czasie  $t_{n+1}$ . Zatem równanie równowagi dynamicznej w czasie  $t_{n+1}$  przyjmuje zmodyfikowaną względem równania (4.63) postać:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}_{n+1} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}_{n+1} + \mathbf{K}\mathbf{q}_{n+1} = \mathbf{f}_{n+1}. \quad (4.66)$$

Wadą metody Newmarka jest fakt, że tłumienie numeryczne wpływa na dokładność obliczeń. Zmodyfikowaną, użytą w przykładach numerycznych tej rozprawy metodą, jest ta zaproponowana przez Hilbera, Hughesa i Taylora [Hughes, 2000; Benitez i Montánas, 2013; Lcoma i Romero, 2017] zwana metodą HHT- $\alpha$ . Wykorzystywane są równania różniczkowe Newmarka (4.64) i (4.65), ale równanie równowagi dynamicznej przyjmuje zmodyfikowaną postać:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}_{n+1} + (1 + \alpha_{HHT})\mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}_{n+1} - \alpha_{HHT}\mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}_n + (1 + \alpha_{HHT})\mathbf{K}\mathbf{q}_{n+1} - \alpha_{HHT}\mathbf{K}\mathbf{q}_n = (1 + \alpha_{HHT})\mathbf{f}_{n+1} - \alpha_{HHT}\mathbf{f}_n. \quad (4.67)$$

Schemat obliczeniowy polega na podstawieniu równań:

$$\ddot{\mathbf{q}}_{n+1} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} (\mathbf{q}_{n+1} - \mathbf{q}_n) - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\mathbf{q}}_n - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \ddot{\mathbf{q}}_n, \quad (4.68)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{n+1} = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} (\mathbf{q}_{n+1} - \mathbf{q}_n) - \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right) \dot{\mathbf{q}}_n - \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right) \Delta t \ddot{\mathbf{q}}_n, \quad (4.69)$$

do równania (4.67), aby uzyskać

$$\hat{\mathbf{K}}\mathbf{q}_{n+1} = \hat{\mathbf{f}}_{n+1}, \quad (4.70)$$

gdzie

$$\hat{\mathbf{K}} = (1 + \alpha_{HHT}) \mathbf{K} + (1 + \alpha_{HHT}) \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{C} + \frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{M}, \quad (4.71)$$

oraz

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{f}}_{n+1} = & (1 + \alpha_{HHT}) \mathbf{f}_{n+1} - \alpha_{HHT} \mathbf{f}_n + \mathbf{M} \left[ \frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{q}_n + \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\mathbf{q}}_n + \left( \frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{\mathbf{q}}_n \right] + \\ & + \mathbf{C} \left[ (1 + \alpha_{HHT}) \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{q}_n + (1 + \alpha_{HHT}) \left( \frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) \dot{\mathbf{q}}_n + (1 + \alpha_{HHT}) \left( \frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \Delta t \ddot{\mathbf{q}}_n \right] + \\ & + \mathbf{C} \alpha_{HHT} \dot{\mathbf{q}}_n + \mathbf{K} \alpha_{HHT} \mathbf{q}_n, \end{aligned} \quad (4.72)$$

przy czym  $\hat{\mathbf{K}}$  jest efektywną macierzą sztywności, natomiast  $\hat{\mathbf{f}}_{n+1}$  to wektor sił efektywnych w czasie  $t_{n+1}$ . Dla parametru  $\alpha_{HHT} = 0$  metoda HHT koresponduje z metodą Newmarka. Metoda HHT jest obliczeniowo stabilna, gdy parametr  $\alpha_{HHT}$  zawiera się w przedziale  $\alpha_{HHT} \in \left[ -\frac{1}{3}; 0 \right]$  [Hughes, 2000; Paultre, 2011]. Relacje algebraiczne pomiędzy parametrami  $\alpha_{HHT}$ ,  $\beta$  i  $\gamma$  prezentują się następująco:

$$\gamma = \frac{1 - 2\alpha_{HHT}}{2}, \quad \beta = \frac{(1 - \alpha_{HHT})^2}{4}. \quad (4.73)$$

#### 4.4. Aproksymacja funkcji odpowiedzi metodą najmniejszych kwadratów

W przykładach numerycznych zaprezentowanych w Rozdziale 5 konieczne było określenie odpowiedzi konstrukcji, m. in. w postaci sił osiowych występujących w krawężnikach wieży, przemieszczeń wierzchołka konstrukcji czy też naprężeń występujących w węzłach, w odpowiednich chwilach czasu, dla układu konstrukcyjnego o określonych parametrach, określonej i ograniczonej liczbie stopni swobody, poddanego działaniu losowego wzbudzenia dynamicznego  $\mathbf{f}(t)$ . Do rozwiązania tego problemu zastosowano tradycyjną metodę najmniejszych kwadratów (*Least Squares Method*) [Kamiński i Szafran, 2015], którą wykorzystano aby uzyskać reprezentację wielomianową, opisującą zależność pomiędzy odpowiedzią konstrukcji a prędkością wiatru. Zapisana jako równanie (4.67) wersja równania ruchu HHT może być zastąpiona w tym celu w następujący sposób:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}}_{n+1}^{(i)} + (1 + \alpha_{HHT}) \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}_{n+1}^{(i)} - \alpha_{HHT} \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}_n^{(i)} + (1 + \alpha_{HHT}) \mathbf{K} \mathbf{q}_{n+1}^{(i)} - \alpha_{HHT} \mathbf{K} \mathbf{q}_n^{(i)} = \\ = (1 + \alpha_{HHT}) \mathbf{f}_{n+1} - \alpha_{HHT} \mathbf{f}_n \end{aligned} \quad (4.74)$$

gdzie  $\mathbf{q}^{(i)}$  i  ${}^{(i)}\mathbf{f}(t)$  dla  $i=1,\dots,n$  to szereg rozwiązań deterministycznej analizy dynamicznej, jak również wektory obciążenia zewnętrznego i wewnętrznego. Macierze są obliczane w tym podejściu tylko raz, a rozwiązania przechowywane dla wszystkich  $n$  eksperymentów numerycznych. Szukana jest zatem następująca reprezentacja wielomianowa w danym punkcie czasu  $\tau$ :

$$\bar{F}_x(\tau) = \bar{F}_x(v, \tau) = D^{(j)}(\tau)v(\tau)^j, \quad j=1,\dots,m; \quad m \leq n-1. \quad (4.75)$$

Określenie zależnych od czasu reszt  $r_{(i)}(\tau)$  w analizowanym punkcie czasowym ma tutaj kluczowe znaczenie z obliczeniowego punktu widzenia – wprowadza się je jako różnice pomiędzy zadanymi składnikami historii obciążenia wiatrem  $F_x^{(i)}(\tau)$  i jego odpowiednikami pochodzącymi z aproksymacji wielomianu opisanymi jako  $f(v_i(\tau), D^{(i)}(\tau))$ :

$$r_{(i)}(\tau) = F_x^{(i)}(\tau) - f(v_i(\tau), D^{(i)}(\tau)) \quad (4.76)$$

Wyznaczenie współczynników  $D^{(i)}(\tau)$  dla ustalonego punktu czasowego  $\tau$  przebiega dla wielomianu od równań gradientu do minimalizacji reszt w odniesieniu do następujących współczynników:

$$\frac{\partial \left( \sum_{i=1}^n r_{(i)}^2(\tau) \right)}{\partial D^{(j)}(\tau)} = 2 \sum_{i=1}^n r_{(i)}(\tau) \frac{\partial r_{(i)}(\tau)}{\partial D^{(j)}(\tau)}; \quad j=1,\dots,n. \quad (4.77)$$

Otrzymuje się zatem:

$$-2 \sum_{i=1}^n r_{(i)}(\tau) \frac{\partial f(v_i(\tau), D^{(i)}(\tau))}{\partial D^{(j)}(\tau)} = 0; \quad j=1,\dots,n. \quad (4.78)$$

Istotną częścią analizy było określenie optymalnego stopnia wielomianu aproksymującego, biorąc pod uwagę błąd aproksymacji oraz błąd obliczeniowy momentów probabilistycznych. Naturalnym kryterium są tutaj:

- maksymalizacja korelacji punktów próbnych pochodzących z eksperymentu MES z założoną krzywą,
- minimalizacja błędu średniokwadratowego RMSE (*Root Mean Square Error*),
- minimalizacja wariancji dopasowywanej krzywej.

Zastosowano współczynnik korelacji Pearsona pomiędzy wartościami obserwowanymi a średnimi:

$$\text{Cor}(r_n, f(v_n)) = \frac{\text{Cov}(r_n, f(v_n))}{\sigma(r_n) \cdot \sigma(f(v_n))}, \quad (4.79)$$

gdzie  $\text{Cov}(r_n, f(v_n))$  jest kowariancją opisaną za pomocą następującej zależności:

$$\text{Cov}(r_n, f(v_n)) = E[r_n \cdot f(v_n)] - (E[r_n] \cdot E[f(v_n)]). \quad (4.80)$$

Ostatecznie, parametr RMSE, który został zastosowany w analizie wrażliwości dany jest wzorem:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (F_x(v_k) - \bar{F}_x(v_k))^2}{n+1}}. \quad (4.81)$$



---

# Rozdział 5

## Stalowe konstrukcje inżynierskie poddane dynamicznym obciążeniom stochastycznym

---

### 5.1. Dynamiczna odpowiedź stalowego komin

Stalowe kominy [Rykaluk, 2005] są szeroko stosowane w przemyśle, między innymi jako konstrukcje umożliwiające usunięcie spalin do wyższych warstw atmosfery. Ich głównymi zaletami w porównaniu z konstrukcjami żelbetowymi są niski ciężar własny, wytrzymałość (wynikająca z wysokiej wartości stosunku ich wytrzymałości do ciężaru), prostota montażu i demontażu (lżejsze elementy montażowe i krótszy czas trwania prac montażowych). Biorąc pod uwagę nośność komin, bardzo ważnym czynnikiem jest wpływ głównego obciążenia, a mianowicie wiatru w kontekście odpowiedzi konstrukcji.

Z uwagi na zmienność oddziaływania wiatru, która jest naturalnym źródłem losowości, a także podatność kominów na wzbudzenie dynamiczne spowodowane tym obciążeniem, zdecydowano się wykorzystać stalowy komin do obserwacji odpowiedzi konstrukcji poddanej oddziaływaniom o charakterze stochastycznym.

Rozważono stalowy komin o wysokości 40,0 m i średnicy 1,2 m (rys. 5.2-5.3), zbudowany z 4 segmentów o różnych grubościach ścianki płaszcz (od 6,0 do 12,0 mm). Na potrzeby analizy przyjęto, że konstrukcja komin jest jednorodna - jest on nieocieplony, zbudowany jedynie z zewnętrznej powłoki, a jego powierzchnia gładka, bez tłumików aerodynamicznych. W kontekście analizy stochastycznej, dużych losowych zmian źródeł wejściowych niepewności oraz konieczności określenia trzeciego i czwartego momentu probabilistycznego, zastosowano metodę perturbacyjną, wykorzystującą rozwinięcia Taylora ósmego (dla wartości oczekiwanych oraz współczynników wariancji) i szesnastego (dla skośności i kurtozy) rzędu [Kamiński i Szafran, 2017]. Na podstawie szeregu iteracyjnych, deterministycznych rozwiązań danego problemu brzegowo-początkowego, uzyskanych przy użyciu metody elementów skończonych (MES) [Kleiber, 1985] przy zmiennych danych wejściowych, wykonano aproksymację funkcji odpowiedzi konstrukcji, którą określono jako wielomian 9 rzędu, wykorzystując do tego celu metodę najmniejszych kwadratów [Björck, 1996, Kamiński i Szafran, 2012]. Obliczenia zostały przeprowadzone dzięki interoperacyjności programu algebry komputerowej MAPLE 2014 z komercyjnym systemem Autodesk Robot Structural Analysis, bazującym na metodzie elementów skończonych. Określono pierwsze cztery charakterystyki probabilistyczne dla odpowiedzi konstrukcji, rozumianej jako przemieszczenia jej wierzchołka.

### 5.1.1. Oddziaływanie wiatru

Algorytm wyznaczania wartości sił oddziaływania wiatru został zaczerpnięty z obowiązującej normy [PN-EN 1991-1-4], przy założeniu lokalizacji komina na terenie kategorii II (obszary z niską roślinnością, taką jak trawa, oraz pojedynczymi przeszkodami (drzewa, budynki) oddalonymi od siebie na odległość nie mniejszą niż 20 ich wysokości). Opór aerodynamiczny konstrukcji został wyznaczony przy zastosowaniu metody wykorzystującej współczynniki siły wiatru elementów konstrukcyjnych, jak dla walców kołowych. Wartość współczynnika oporu aerodynamicznego wynosiła  $c_f = 0,6$ .

Relację pomiędzy ciśnieniem wiatru  $q_b$  a jego prędkością  $v$  zdefiniowano za pomocą dobrze znanej zależności fizycznej:

$$q_b[v(t)] = 0,5 \cdot \rho \cdot v^2(t), \quad (5.1)$$

gdzie  $\rho$  jest gęstością powietrza zależną od wysokości nad poziomem morza, temperatury i ciśnienia atmosferycznego, występującymi w rozważanym regionie podczas silnego wiatru, równą  $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$ . Średnie ciśnienie wiatru w obu modelach wynosiło  $0,3 \text{ kN/m}^2$ .

Najważniejszym parametrem w wykonywanej analizie stochastycznej jest szczytowe ciśnienie prędkości wiatru  $q_p[z, v(t)]$ , które zależy od wysokości nad poziomem terenu  $z$  oraz zmiennej w czasie (dla modelu powłokowego) prędkości wiatru  $v(t)$ . Opisane jest ono następującym wzorem:

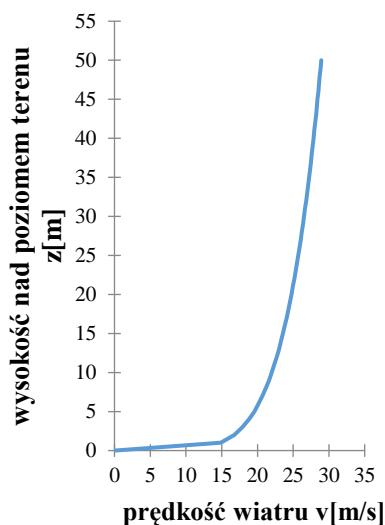
$$q_p[z, v(t)] = C_e(z) \cdot q_b[v(t)], \quad (5.2)$$

gdzie  $C_e(z)$  oznacza współczynnik ekspozycji, równy w tym przypadku  $2,3 \cdot \left(\frac{z}{10}\right)^{0,24}$  (przyjęty jak dla terenu kategorii II wg [PN-EN 1991-1-4]). Przyjętą do obliczeń zależność pomiędzy wysokością nad poziomem terenu a prędkością wiatru zaprezentowano na rys. 5.1.

Siły wywierane przez wiatr na konstrukcję obliczono, a następnie wprowadzono do modelu jako obciążenie liniowe (model prętowy - rys. 5.2), bądź powierzchniowe (model powłokowy), dzieląc komin na pięciometrowe odcinki, bazując na zależności:

$$F_w = c_s c_d \cdot \sum_{\text{elementy}} c_f \cdot q_p[z, v(t)] \cdot A_{ref}, \quad (5.3)$$

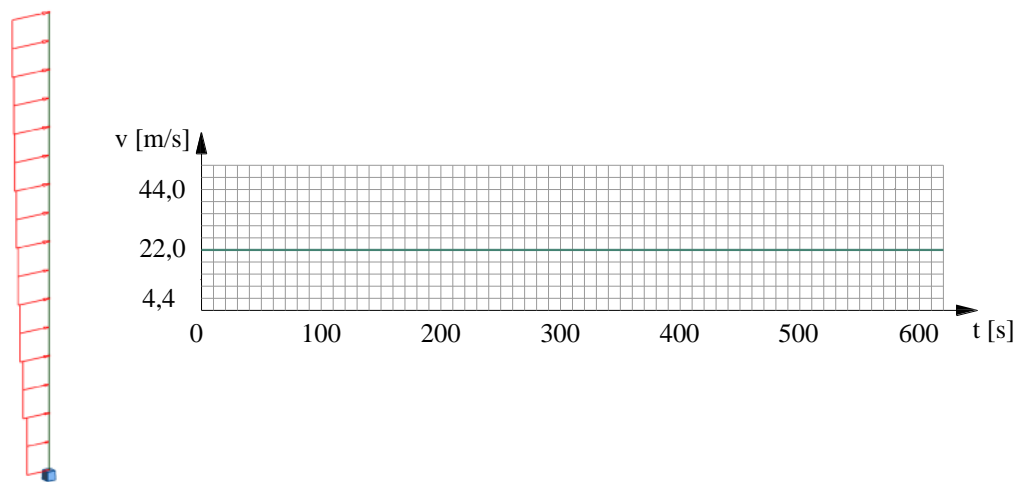
gdzie  $A_{ref}$  jest polem powierzchni odniesienia na którą oddziałuje wiatr, a  $c_s c_d$  współczynnikiem konstrukcyjnym, zależnym, poza parametrami oddziaływania wiatru, również od parametrów konstrukcji, w tym jej charakterystyk dynamicznych (takich jak częstotliwość drgań własnych).



Rys. 5.1. Zależność pomiędzy wysokością nad poziomem terenu a prędkością wiatru

### 5.1.2. Model prętowy

W pierwszym podejściu stalowy komin został zamodelowany w programie Autodesk Robot Structural Analysis jako pionowy wspornik, zamocowany przy podstawie, przy użyciu ośmiu dwuwzłowych, belkowych elementów skończonych (rys. 5.2).



Rys. 5.2. Model MES stalowego kominu w podejściu prętowym (po lewo) oraz typowe normowe obciążenie wiatrem (po prawo)

Przeprowadzono 11 eksperymentów numerycznych różniących się między sobą wartością prędkości wiatru (przyjęto wartości prędkości wiatru o rozkładzie gaussowskim, równe odpowiednio: 12,0 m/s, 14,0 m/s, 16,0 m/s, 18,0 m/s, 20,0 m/s, 22,0 m/s, 24,0 m/s, 26,0 m/s, 28,0 m/s, 30,0 m/s i 32,0 m/s), w wyniku czego otrzymano 11 zestawów odpowiedzi konstrukcji, w postaci przemieszczeń wierzchołka. Prędkość wiatru była w tym przypadku niezależna od czasu, a jej wartość oczekiwana wynosiła  $E[v] = 22,0$  m/s (rys. 5.2 po prawo).

Warto zauważyć, że ten rodzaj podejścia obliczeniowego jest wciąż często używany przy projektowaniu konstrukcji tego typu. Aby uwzględnić możliwość występowania oddziaływań o wartościach większych niż średnie, stosuje się wtedy częściowe współczynniki bezpieczeństwa, które w zależności od przyjętej klasy niezawodności konstrukcji odpowiednio zwiększają wartości obciążeń.

Rezultaty otrzymane za pomocą uproszczonego w opisany powyżej sposób modelu reprezentuje na wykresach pozioma linia (rys. 5.6 - 5.9).

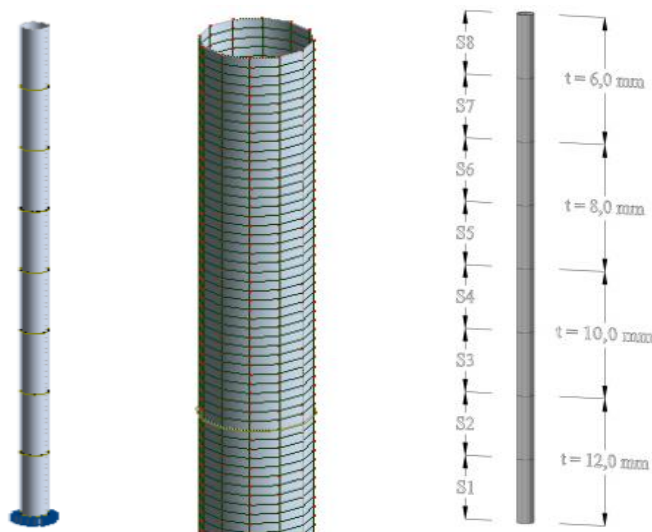
### 5.1.3. Model powłokowy

Drugim podejściem było zamodelowanie komina za pomocą czterowęzłowych, skończonych elementów powierzchniowych (12 x 320 elementów), oraz zastosowanie analizy dynamicznej, uwzględniającej zmienność prędkości wiatru w czasie. Podstawowa funkcja prędkości wiatru w obserwowanym czasie 10 minut (rys. 5.4) została przyjęta na podstawie pomiarów in situ opisanych przez Petersena [Petersen, 1975] oraz Flagę [Flaga, 2008]. Pomiary silnych wiatrów prowadzone były w określonym punkcie przestrzeni w różnych miesiącach roku, za przykład w analizie posłużyły pomiary odnotowane w listopadzie. Podobnie jak w przypadku modelu prętowego, przeprowadzono 11 eksperymentów numerycznych różniących się między sobą bazową prędkością wiatru oddziałującego na powierzchnię komina, w wyniku czego dla każdego obserwowanego punktu czasowego otrzymano zestaw 11 odpowiedzi konstrukcji w postaci przemieszczeń jego wierzchołka. Prędkość wiatru była każdorazowo modyfikowana o  $\pm 10\%$ , przy czym jej wartość oczekiwana wynosiła  $E[v] = 22,0$  m/s (rys. 5.5). Należy zwrócić uwagę, że w przeprowadzonej analizie dynamicznej występują dwa rozkłady: jeden obrazujący prędkość wiatru w analizowanym okresie, wyrażony za pomocą funkcji wzbudzenia (zaprezentowanej na rys. 5.4), oraz drugi, który opisuje rozrzut 11 przypadków o różnych średnich prędkościach wiatru (przedstawiony na rys. 5.5 w kierunku pionowym), zakładający, że prędkość wiatru w dowolnym dyskretnym punkcie czasowym ma rozkład Gaussa.

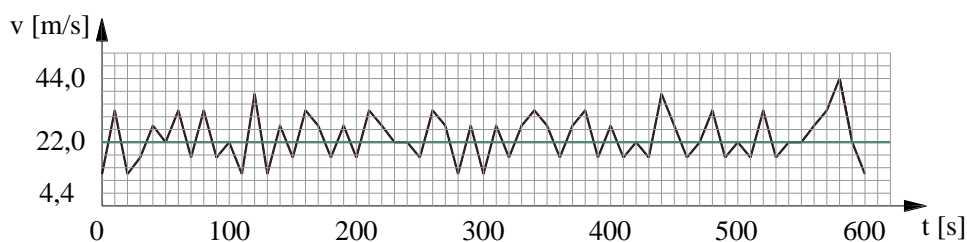
Rozproszenie prędkości wiatru w analizowanym przedziale czasowym, oznaczone na rys. 5.5 jako  $\Delta V$ , jest znaczne i sięga 44,0 m/s (wartość minimalna to 5,5 m/s, maksymalna 49,5 m/s). Odchylenie standardowe wynosi 6,5 m/s. Tak duży rozrzut prędkości wiatru w odniesieniu do relatywnie krótkiego, 600 sekundowego czasu obserwacji można potraktować jako wiatr porywisty.

Całkowanie równań ruchu zostało przeprowadzone za pomocą metody HHT- $\alpha$ , przy użyciu następujących wartości parametrów:

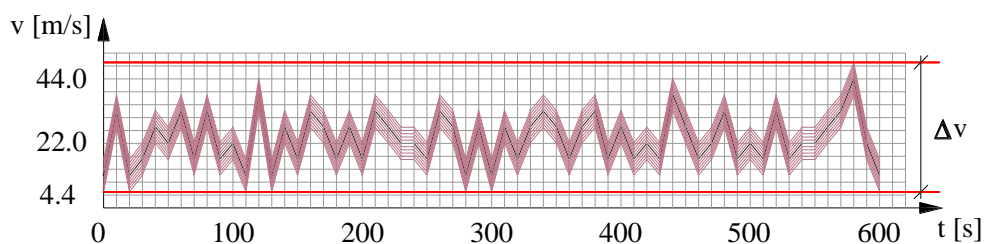
- a) parametr  $\alpha_{HHT}$  równy  $\alpha_{HHT} = -0,3$ ,
- b) krok czasowy zapisu danych równy 1,0 s,
- c) współczynnik tłumienia zastosowany w analizie dynamicznej równy 0,05 ( $\zeta = 0,05$ ),
- d) całkowity analizowany przedział czasowy równy 600 s.



Rys. 5.3. Dyskretyzacja MES stalowego komina w podejściu powłokowym (po lewo i pośrodku) oraz zróżnicowanie grubości ścianki płaszczu na wysokości (po prawo)



Rys. 5.4. Funkcja wzbudzenia przyjęta do analizy dynamicznej (zaznaczona na fioletowo, podejście drugie)



Rys. 5.5. Funkcje wzbudzenia przyjęte do analizy dynamicznej – 11 przypadków obliczeniowych; rozrzut prędkości wiatru w analizowanym przedziale czasowym (podejście drugie)

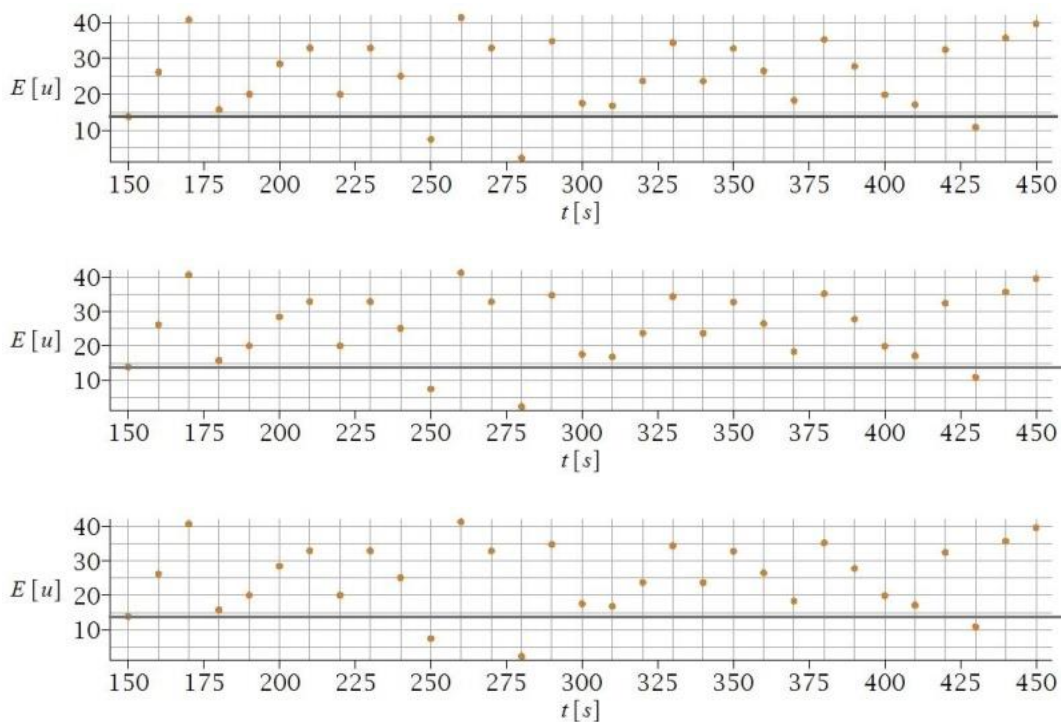
Z całego obserwowanego przedziału czasu zdecydowano się wyodrębnić jego środkowy fragment o długości 300 sekund (sekundy od 150 do 450), dla którego następnie wykonano obliczenia. Analizowany przedział czasowy podzielono na 10-sekundowe kroki czasowe, a następnie dla każdego z nich obliczono za pomocą metody perturbacji stochastycznej ósmego i szesnastego rzędu cztery podstawowe charakterystyki probabilistyczne obserwowanych parametrów. Było to możliwe dzięki zastosowaniu wielomianowej funkcji odpowiedzi, w której argumentem jest wejściowa zmienna losowa Gaussa prędkości wiatru  $v$  [Wittmann i Schneider, 1974]. Wykorzystano wielomian 9 stopnia,

bazując na rezultatach otrzymanych z obliczeń MES trójwymiarowego, wspornikowego modelu komina.

### 5.1.4. Rezultaty

Wartości oczekiwane przemieszczeń wierzchołka  $E[u]$  otrzymane z obu modeli: analizy czasowej przeprowadzonej przy wykorzystaniu modelu powłokowego konstrukcji, oraz modelu prętowego i niezmiennej w czasie prędkości wiatru, zostały określone w funkcji wejściowego współczynnika wariancji  $\alpha_{in}$  (opisującego rozproszenie prędkości wiatru) (rys. 5.6).

Należy zwrócić uwagę na fakt, że otrzymane z analizy wartości odpowiedzi konstrukcji obliczone są jako charakterystyczne, tj. nie uwzględniają one współczynników częściowych, stosowanych w praktyce inżynierskiej przy analizie statycznej, mających na celu uwzględnienie możliwości wystąpienia wyższych wartości prędkości wiatru niż wartość średnia. Wprowadzając do analizy bazową prędkość wiatru równą  $v_b = 22,0$  m/s ( $q_b = 0,3$  kN/m<sup>2</sup>), otrzymujemy finalnie, po uwzględnieniu charakterystyki terenu, parametrów dynamicznych konstrukcji oraz turbulencji wiatru, dla konstrukcji komina o wysokości ok. 40,0 m, wartość ciśnienia równą ok. 0,62 kN/m<sup>2</sup>. Przy uwzględnieniu współczynnika częściowego dla obciążeń zmiennych, do których zaliczamy oddziaływanie wiatru, przykładowo dla 2 klasy niezawodności konstrukcji ( $\gamma = 1,4$ ), ciśnienie wywierane na komin rośnie do ok. 0,87 kN/m<sup>2</sup> (wartość obliczeniowa).



Rys 5.6. Wartości oczekiwane przemieszczeń wierzchołka komina [cm] dla wejściowego współczynnika wariancji  $\alpha_{in}$  ( $\nu$ ) równego 0,05 (na górze), 0,10 (pośrodku) i 0,15 (na dole)

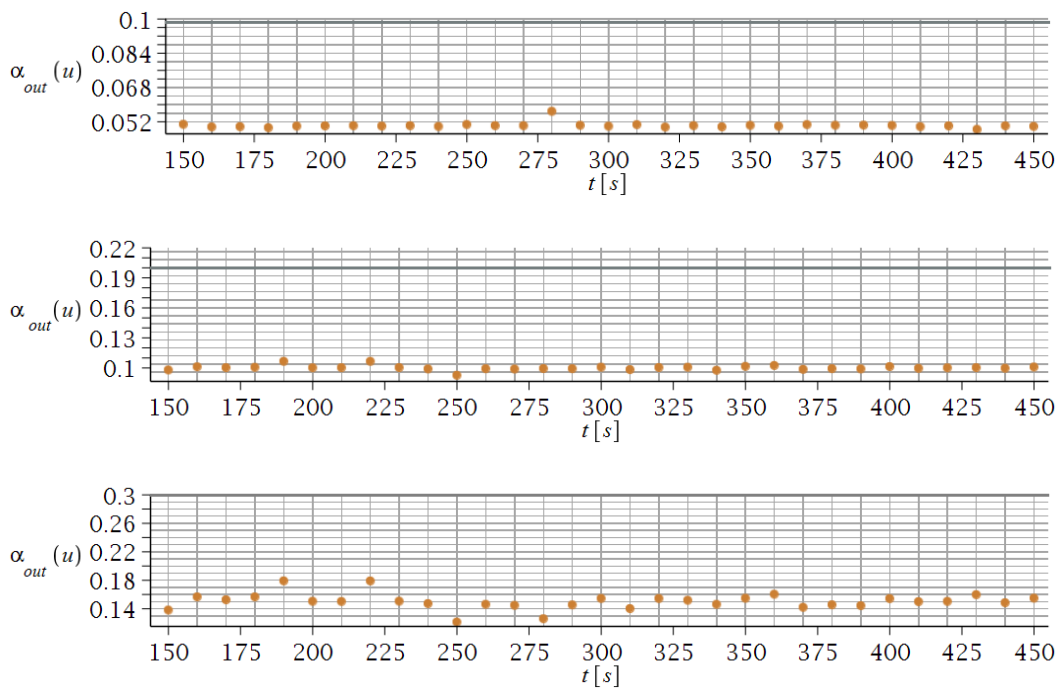
Analiza czasowa pozwala na obserwację wahań parametrów statystycznych w analizowanym przedziale czasu, pokazując znaczne różnice pomiędzy poszczególnymi punktami czasowymi. Różnice w wartościach oczekiwanych przemieszczeń wierzchołka komina otrzymanych dla różnych wejściowych współczynników wariancji  $\alpha_{in}$  są bardzo niewielkie (rys. 5.6, tabela 5.1), na prezentowanych wykresach wręcz niewidoczne. Interesujące natomiast jest porównanie rezultatów otrzymanych z analizy czasowej z wynikami uzyskanymi w analizie statycznej (odzworowane na wykresach za pomocą poziomych linii), przeprowadzonej dla stałej w czasie wartości prędkości wiatru. Widać wyraźnie, że dla większości obserwowanych punktów czasowych wartości przemieszczeń otrzymane z analizy czasowej są większe niż te, będące wynikiem podejścia statycznego. Nieuwzględnienie fluktuacji prędkości wiatru w czasie może zatem prowadzić do niedoszacowania odpowiedzi konstrukcji, w tym wypadku przemieszczeń wierzchołka komina.

Tabela 5.1a. Tabela zestawienia wartości oczekiwanych przemieszczeń wierzchołka komina dla analizy statycznej i dynamicznej oraz różnych wartości współczynnika wejściowego wariancji

Analiza dynamiczna				Analiza statyczna		
Obserwowany punkt czasowy	$\alpha_{in} = 0,05$	$\alpha_{in} = 0,10$	$\alpha_{in} = 0,15$	$\alpha_{in} = 0,05$	$\alpha_{in} = 0,10$	$\alpha_{in} = 0,15$
sek. 150	13,81	13,80	13,79	14,68	14,77	14,94
sek. 160	26,21	26,20	26,19			
sek. 170	40,75	40,74	40,74			
sek. 180	15,72	15,73	15,74			
sek. 190	20,02	20,02	20,03			
sek. 200	28,48	28,48	28,48			
sek. 210	32,91	32,91	32,90			
sek. 220	20,02	20,02	20,03			
sek. 230	32,92	32,91	32,90			
sek. 240	25,11	25,10	25,11			
sek. 250	7,43	7,43	7,44			
sek. 260	41,39	41,37	41,37			
sek. 270	32,92	32,90	32,89			
sek. 280	2,22	2,23	2,24			
sek. 290	34,82	34,82	34,82			
sek. 300	17,50	17,52	17,52			
sek. 310	16,81	16,80	16,79			
sek. 320	23,72	23,73	23,74			
sek. 330	34,39	34,38	34,38			

Tabela 5.1b. Tabełaryczne zestawienie wartości oczekiwanych przemieszczeń wierzchołka komina dla analizy statycznej i dynamicznej oraz różnych wartości współczynnika wejściowego wariancji c.d.

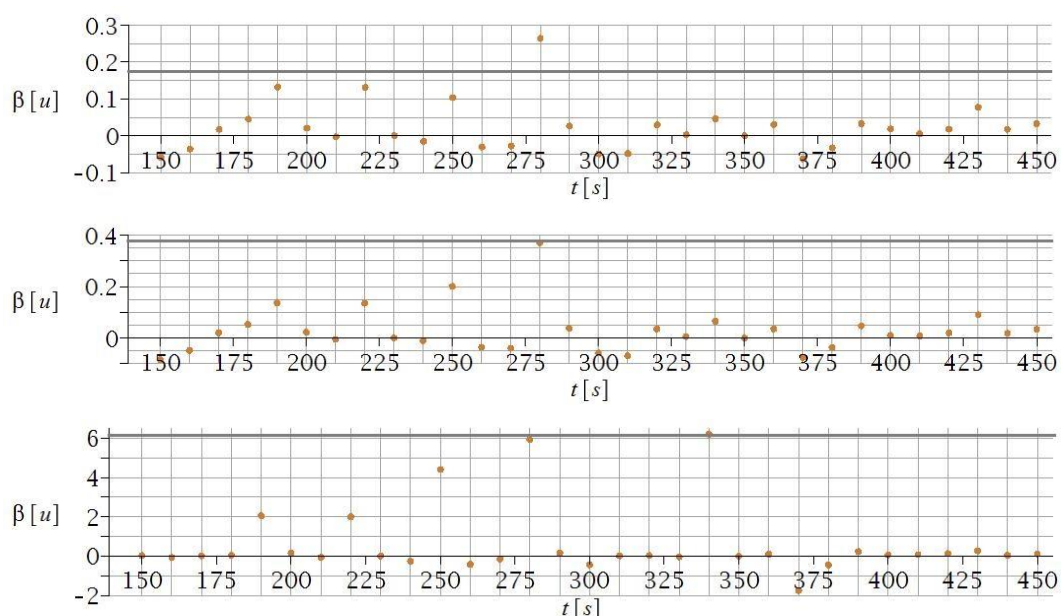
Analiza dynamiczna				Analiza statyczna		
Obserwowany punkt czasowy	$\alpha_{in} = 0,05$	$\alpha_{in} = 0,10$	$\alpha_{in} = 0,15$	$\alpha_{in} = 0,05$	$\alpha_{in} = 0,10$	$\alpha_{in} = 0,15$
sek. 340	23,70	23,67	23,65	14,68	14,77	14,94
sek. 350	32,82	32,81	32,80			
sek. 360	26,52	26,53	26,54			
sek. 370	18,27	18,27	18,27			
sek. 380	35,28	35,27	35,27			
sek. 390	27,79	27,81	27,82			
sek. 400	19,92	19,91	19,90			
sek. 410	17,10	17,10	17,10			
sek. 420	32,49	32,48	32,48			
sek. 430	10,83	10,83	10,84			
sek. 440	35,74	35,73	35,73			
sek. 450	39,66	39,64	39,64			



Rys. 5.7. Współczynnik wariancji dla przemieszczeń wierzchołka komina przy wejściowym współczynniku wariancji  $\alpha_{in}(v)$  równym 0,05 (na górze), 0,10 (pośrodku) i 0,15 (na dole)



Na rys. 5.7 zaprezentowano wykresy wyjściowego współczynnika wariancji dla przemieszczeń wierzchołka komina  $\alpha_{out}(u)$  w funkcji czasu, przy 3 wartościach wejściowego współczynnika wariancji  $\alpha_{in}(v)$ . Analizując powyższe można zauważyć, że dla wybranych punktów czasowych rozrzut na wyjściu  $\alpha_{out}(u)$  ma charakter nieliniowy. Widoczne są różnice pomiędzy podejściem dynamicznym (pełnej analizy czasowej), a uproszczonym (statycznym). Wyniki otrzymane z analizy, w której prędkość wiatru była stała w czasie, są około dwukrotnie większe. Zauważyć można również, że różnice pomiędzy rozrzutem wartości wejściowej (rozproszeniem prędkości wiatru), a rozrzutem wyjściowym (odnoszącym się do przemieszczeń wierzchołka), są mniejsze w przypadku analizy czasowej. Jak można było przypuszczać, wyjściowy współczynnik wariancji rośnie wraz ze wzrostem odchylenia standardowego prędkości wiatru.

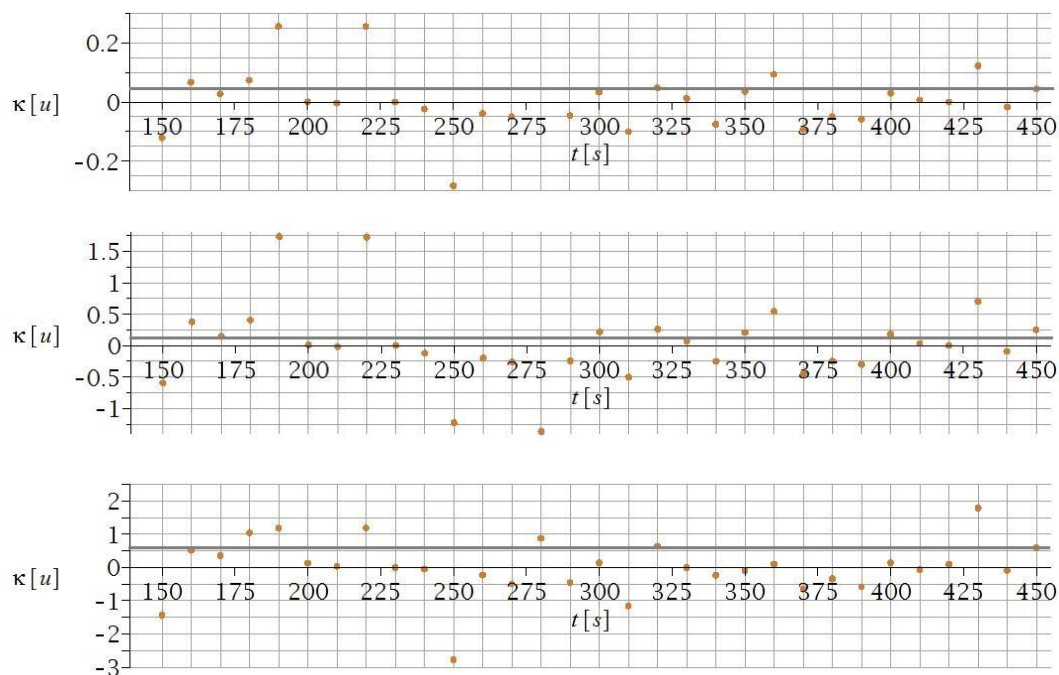


Rys. 5.8. Wartości skośności przemieszczeń wierzchołka komina dla wejściowego współczynnika wariancji  $\alpha_{in}(v)$  równego 0,05 (na górze), 0,10 (pośrodku) i 0,15 (na dole)

Poza dwoma pierwszymi momentami statystycznymi: wartością oczekiwaną i współczynnikiem wariancji, określono również wartości momentu trzeciego i czwartego – skośności i kurtozy. Pierwsza z nich jest miarą asymetrii rozkładu wartości wynikowych, w tym wypadku odpowiedzi konstrukcji w postaci przemieszczeń wierzchołka komina. Skośność określa, jak wyniki kształtują się wokół średniej, innymi słowy, czy większość wyników jest zbliżonych do wartości średniej, czy też są od niej wyższe bądź niższe. Jeśli współczynnik skośności ( $\beta[u]$ ) przyjmuje wartość bliską 0, świadczy to o braku asymetrii wyników (rozkład wyjściowy jest symetryczny). Wartości współczynnika większe od 0 informują o prawostronnej asymetrii rozkładu (tzw. rozkład dodatnio skośny), który występuje w przypadku, gdy większość wyników jest mniejsza od średniej. Wartości mniejsze od 0 określają rozkład jako ujemno skośny (asymetria lewostronna) – większość wyników jest większa od średniej. Czwarty moment statystyczny – kurtoza, jest miarą koncentracji wyników wokół średniej, określa „spłaszczenie” rozkładu. Dodatnie wartości kurtozy wskazują na rozkład leptokurtyczny,

tj. skoncentrowanie wyników wokół średniej (wartości wynikowe skoncentrowane są wokół średniej bardziej niż w przypadku rozkładu normalnego, tzw. mezokurtycznego, w którym wartość kurtozy jest równa 0), wartości ujemne natomiast świadczą o rozkładzie platokurtycznym, w którym wartości są mniej skoncentrowane wokół średniej, niż ma to miejsce w rozkładzie normalnym.

Analizując wykresy skośności przedstawione na rys. 5.8 można zauważyć, że dla analizy statycznej jej wartości, w odniesieniu do wartości wejściowych współczynników wariancji, mają charakter zbliżony do liniowego i są z reguły wyższe niż te otrzymane z analizy czasowej. W przypadku podejścia dynamicznego, dla niektórych punktów czasowych zależność skośności od wejściowego współczynnika zmienności jest nieliniowa.



Rys. 5.9. Wartości kurtozy dla przemieszczeń wierzchołka komina przy wejściowym współczynniku wariancji  $\alpha_{in}(v)$  równym 0,05 (na górze), 0,10 (pośrodku) i 0,15 (na dole)

Obserwując wykresy kurtozy w czasie (rys. 5.9) również można zauważyć wzrost ich rozproszenia wraz ze wzrostem odchylenia standardowego prędkości wiatru. Dla wybranych chwil czasowych wartości otrzymane z analizy czasowej przewyższają te uzyskane z modelu statycznego. Należy także zauważyć, że zarówno kurtoza jak i skośność uzyskują w określonych przedziałach czasu, np. (240; 300) w przypadku kurtozy, ujemne wartości. Taka sytuacja nie występuje w zredukowanym modelu statycznym.

Przeprowadzenie analizy stochastycznej z wykorzystaniem funkcji prędkości wiatru w czasie pozwala na obserwację parametrów probabilistycznych w analizowanym okresie, co daje jej przewagę nad podejściem statycznym. Różnice pomiędzy analizowanymi modelami są znaczące. Statystyki wyższych rzędów pozwalają oszacować rozkład prawdopodobieństwa odpowiedzi konstrukcji jako nie gaussowski.

## 5.2. Niezawodność stalowej, kratowej wieży telekomunikacyjnej określona w oparciu o nośność wyboczeniową krawężników

### 5.2.1. Kratowe wieże telekomunikacyjne w ujęciu stochastycznym

Kratowe wieże można zidentyfikować jako smukłe, szkieletowe i wysokie układy przestrzenne, bardzo wrażliwe na wzbudzenia dynamiczne. Tradycyjnie takie wieże są analizowane za pomocą liniowych modeli statycznych, przy wykorzystaniu metody elementów skończonych, zakładając, że wszystkie elementy konstrukcyjne są poddawane siłom osiowym, których odkształcenia są niewielkie [Prasad i inni, 2012]. Wiadomym jest, że równoważny model belkowy wież [Nguyen i inni, 2015], w którym te systemy konstrukcyjne są modelowane jako proste, smukłe belki wspornikowe o jednej lub większej liczbie skoncentrowanych mas i o zmiennym przekroju, jest zdecydowanie nieprecyzyjny. Jest raczej oczywiste, że konstrukcje te są na tyle popularne, że optymalizacja ich ciężaru własnego, a co za tym idzie kosztów ich budowy, staje się znaczącym problemem ekonomicznym i inżynierskim. Są one niezwykle wrażliwe na zjawiska aeroelastyczne, dlatego wymagają zaawansowanych analiz obliczeniowych (nawet o sprzężonym charakterze, takich jak interakcja płyn - ciało stałe), aby opisać odpowiednio złożoną odpowiedź konstrukcji.

Kratowe wieże telekomunikacyjne są (poza ciężarem własnym) poddawane głównie następującym rodzajom oddziaływań: obciążeniom technologicznym i sejsmicznym, obciążeniom środowiskowym, obciążeniom skorelowanym z oblodzeniem, a także obciążeniom występującym podczas montażu czy konserwacji konstrukcji. Głównym oddziaływaniem środowiskowym jest obciążenie wiatrem działające na korpus wieży, anteny, moduły radiowe, drabiny włazowe i kablowe itp., które ma charakter poziomy. Oddziaływanie wiatru determinuje podstawowe parametry geometryczne wieży, takie jak przekrój poprzeczny (kwadratowy, prostokątny, trójkątny), rozstaw krawężników, zbieżność, a przede wszystkim rodzaj i wielkość przekrojów poszczególnych elementów konstrukcyjnych, dlatego też jego precyzyjne określenie jest niezwykle ważne w kontekście niezawodności i trwałości konstrukcji. Badania naukowe w tej dziedzinie obejmują m. in. wpływ dynamicznych oddziaływań wiatru na wysokie i smukłe konstrukcje, poszukiwania metodologii szacowania dynamicznej odpowiedzi wolnostojących wież kratowych na oddziaływanie wiatru, a także przybliżenie rozkładu obciążenia wiatrem [Holmes, 1996a ; Holmes, 199b; Repetto i Solari, 2001; Repetto i Solari, 2010; Belloli i inni, 2014].

Wiadomym jest, że wzbudzenie dynamiczne konstrukcji w wielu przypadkach może być rozważane jedynie w ujęciu stochastycznym [Roberts i Spanos, 1986; Roberts i Spanos, 1990; Spanos, 1981; Sobczyk i inni, 1996; Mignolet i Soize, 2008; Muscolino i inni, 1997; Soize, 2013]. Opis takiego wzbudzenia w podejściu deterministycznym jest raczej niemożliwy, lub możliwy jedynie w bardzo ograniczonym zakresie, obejmującym tylko zakres wibracji lub ich maksymalną amplitudę. Dynamiczne wzbudzenia układów są zazwyczaj opisywane w kategoriach probabilistycznych poprzez wartości średnie, odchylenia standardowe fluktuacji oraz korelacje przestrzenne i/lub czasowe.

Wzbudzenia wiatru tradycyjnie przedstawiane są jako suma dwóch składników: (a) części średniej, przyjmowanej jako niezmiennej w ciągu dowolnego realistycznego przedziału czasu, i (b) części oscylującej (zmiennej), reprezentującej pewne atmosferyczne turbulencje, modelowane najczęściej jako stacjonarny proces losowy Gaussa [Carassale i Solari, 2006]. Intensywność i średni kierunek wiatru różnią się w zależności od fluktuacji w różnych warstwach atmosfery, zależnych od chropowatości terenu, orografii i strefy wiatru (w ujęciu Eurokodów). Statystyczne właściwości turbulencji zależą od powyższych parametrów, a także od średniej prędkości wiatru. Zmienne te identyfikują widmo wiatru, którego prawdopodobieństwo wystąpienia określa się za pomocą pomiarów *in situ*. Wybór metody obliczeniowej, modelu MES, jak również metody niezawodności (w tym wystarczająco precyzyjnego typu analizy stochastycznej) ma kluczowe znaczenie dla efektywnej analizy konstrukcji poddanych wzbudzeniu dynamicznemu wiatru.

W sensie ogólnym poziom niezawodności konstrukcji można zmierzyć za pomocą wskaźnika niezawodności, który jest miarą prawdopodobieństwa, że konstrukcja spełnia określone, stawiane jej wymagania dotyczące nośności i użyteczności podczas całego okresu, w którym przewidziano jej użytkowanie [Valdebenito i inni 2012]. Określenie prawdopodobieństwa awarii (bądź odpowiadającego jej poziomu niezawodności) podczas analizy układów z losowym wzbudzeniem wydaje się być kluczową kwestią. Pozwala uwzględnić niepewność przyszłych obciążeń i zapewnia bardziej precyzyjne modelowanie konstrukcji. Definicja awarii opiera się na przekroczeniu wstępnie zdefiniowanego poziomu progowego [Goller i inni 2013], a głównym wyzwaniem w procesie projektowania jest nieprzekroczenie ekstremalnej wartości odpowiedzi konstrukcji w odniesieniu do naprężeń (odkształceń) lub przemieszczeń. W przypadku większości problemów inżynierskich awaria występuje w momencie, gdy wartość progowa zostaje przekroczona po raz pierwszy (*first excursion problem* [Au i Beck, 2001; He, 2009]). Losowe wzbudzenia w układach konstrukcyjnych o właściwościach deterministycznych są uwzględniane za pomocą dobrze znanych procedur numerycznych [Goller i inni 2013], na przykład przy użyciu rozkładu Karhunen-Loève'a lub szybkiej transformacji Fouriera (*Fast Fourier Transform - FFT*) do zobrazowania niepewnego spektrum wiatru. Stosuje się również procedury próbkowania ważności [Pradlwarter i Schuëller, 2009; Pradlwarter i Schuëller, 2010], metodę dekompozycji (*Domain Decomposition Method*) [Katafygiotis i Cheung, 2006] lub metodę perturbacji stochastycznej drugiego bądź wyższych rzędów.

Głównym celem kolejnego przykładu obliczeniowego było rozwinięcie algorytmu obliczeniowego zastosowanego w przykładzie numerycznym opisanym w podrozdziale 5.1, mającego służyć do szacowania poziomu niezawodności konstrukcji. Przedmiotem analizy była wieża telekomunikacyjna, identyczna jak ta, która poddana została testom w pełnej skali (opis konstrukcji oraz wyniki eksperymentu zamieszczono w Rozdziale 3).

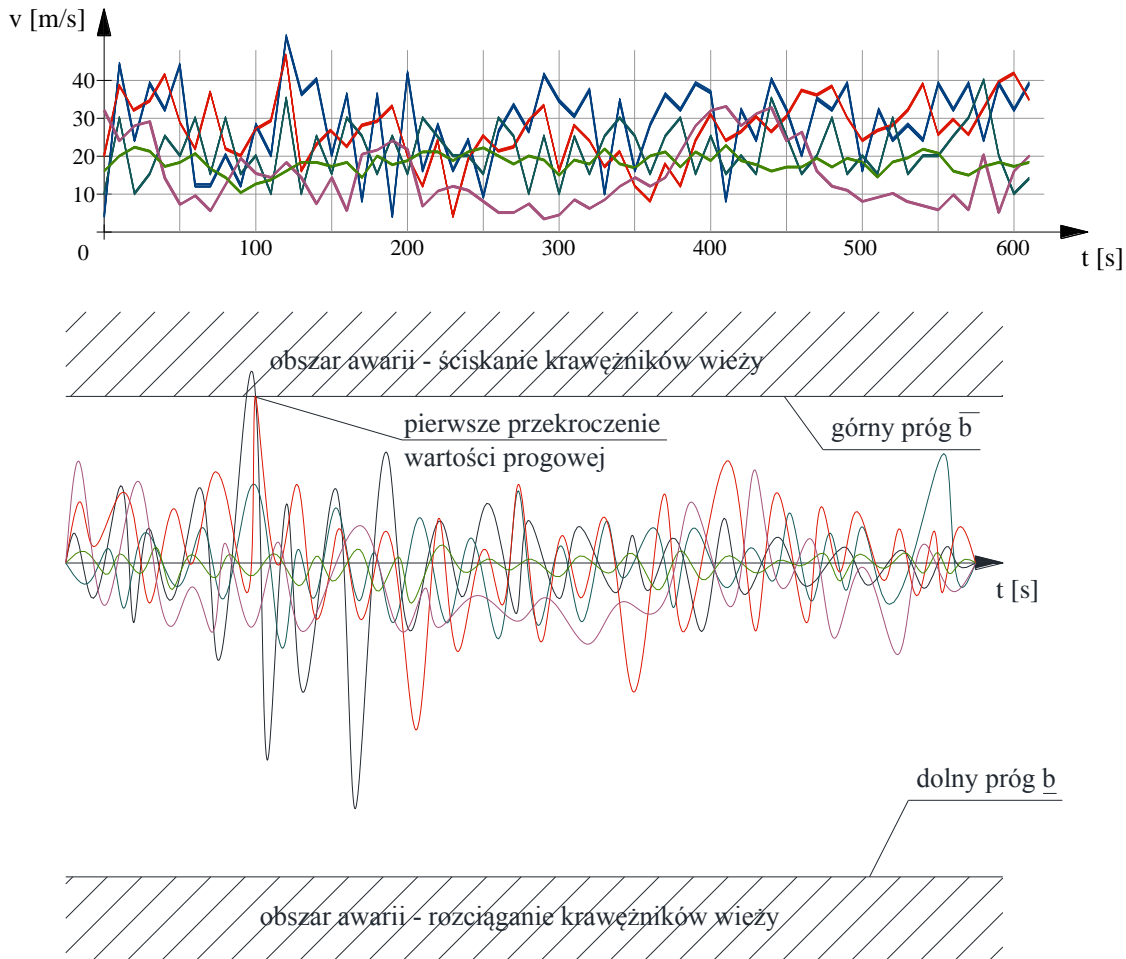
### 5.2.2. Niezawodność układów konstrukcyjnych przy losowym wzbudzeniu dynamicznym

Analiza niezawodności wysokich, lekkich, smukłych konstrukcji stalowych poddanych wzbudzeniu dynamicznemu wiatrem zwykle bierze pod uwagę wpływ kilku zmiennych losowych o różnych rozkładach prawdopodobieństwa i wzajemnych korelacjach. Do ważniejszych należą: chwilowa prędkość wiatru, chropowatość przyległego do konstrukcji terenu, kierunek wiatru [Deoliya i Datta, 2000], oblodzenie, a także mechaniczne czy geometryczne imperfekcje. Wpływają one na wartość oporu aerodynamicznego poszczególnych elementów konstrukcji oraz segmentów wieży, a także na jej nośność i przemieszczenia. W zaprezentowanym przykładzie numerycznym wpływ niepewności kierunku wiatru został pominięty - zdecydowano się uprościć analizę, zakładając kierunek oddziaływania wiatru na wieżę identyczny z przyjętym w przeprowadzonym eksperymencie w naturalnej skali konstrukcji (opisanym w Rozdziale 3). Jest to najbardziej niekorzystny kierunek działania obciążenia dla wieży trójkątnej, generujący maksymalne siły ściskające w jednym z krawężników wieży. Możliwym jest, że w określonych przypadkach (np. przy niesymetrycznym rozlokowaniu sprzętu telekomunikacyjnego na wieży) inny kierunek działania wiatru okaże się mniej korzystny, jednakże zakłada się, że są to sytuacje sporadyczne. Założenie takie upraszcza również znacząco problem oszacowania powierzchni odniesienia i oporu aerodynamicznego związanych bezpośrednio z kierunkiem działania obciążenia. Wzbudzenie dynamiczne  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \alpha, A(t))$  jest funkcją współrzędnych przestrzennych  $\mathbf{x}$  (zaimplementowanych w analizie MES), kierunku działania obciążenia (również określonego w analizie MES) i jego amplitudy  $A(t)$  jako funkcji czasu. Wzbudzenie  $\mathbf{f}(t)$  jako funkcję czasu można zatem zdyskretyzować jako wektor z  $m$  składowymi, gdzie  $m$  oznacza całkowitą liczbę stopni swobody konstrukcji w modelu. Zakłada się, że prędkość wiatru  $v_0$  charakterystyczna dla danej lokalizacji jest jedyną wejściową zmienną Gaussa ze znaną wartością oczekiwaną i przedziałem zmienności współczynnika wariancji. Wybór ten jest uzasadniony zależnością profilu wiatru na wysokości wieży w odniesieniu do  $v_0$ , to samo tyczy się widma wiatru w funkcji czasu.

Pradlwarter i Schuëller zdefiniowali problem pierwszego przekroczenia wartości progowej w przypadku losowego wzbudzenia Gaussa jako prawdopodobieństwo, że krytyczna odpowiedź konstrukcji przekroczy co najmniej raz próg  $b_i$   $i$ -tego składnika krytycznej odpowiedzi konstrukcji  $\mathbf{y}(t, \theta)$  w rozpatrywanym przedziale czasu  $[0; T]$ ; gdzie  $\theta$  reprezentuje zestaw niezbędnych parametrów deterministycznych [Pradlwarter i Schuëller, 2010].

Celem drugiego przykładu obliczeniowego było znalezienie fluktuacji w funkcji czasu maksymalnej siły ściskającej w krawężniku najniższego segmentu wieży (element ten został wybrany jako „najsłabsze ogniwo” na podstawie przeprowadzonych testów, opisanych w Rozdziale 3), tak, aby warunek krytycznej odpowiedzi konstrukcji był wyrażony za pomocą funkcji  $F_x(t, \theta)$ , gdzie  $\theta$  oznacza ciężar własny wieży. Interpretacja graficzna tego problemu zaprezentowana została na

rys. 5.10. Przedstawia on pięć przykładowych, niezależnych funkcji prędkości wiatru w czasie (u góry) i odpowiadające im pierwsze przekroczenie górnej wartości progowej  $\bar{b}$  (u dołu).



Rys. 5.10. Przykładowe (wybrane na potrzeby zobrazowania problemu pierwszego przekroczenia wartości progowej) funkcje prędkości wiatru w czasie (na górze) i odpowiadające im pierwsze przekroczenie wartości progowej (na dole)

Wielkość pomiarów in-situ prędkości wiatru  $v$  w czasie  $t$  zależy od:

- pory roku podczas której zbierano dane,
- wysokości nad poziomem morza oraz wysokości otaczającego konstrukcję terenu,
- lokalizacji konstrukcji (tereny wiejskie, miejskie, lasy),
- odległości od otaczających obiektów itd.

Prędkość wiatru w ustalonym punkcie w przestrzeni ma złożony, chaotyczny rozkład w funkcji czasu, który może być zamodelowany jedynie jako stochastyczny, wielowymiarowy proces. W szczególnym przypadku oddziaływania wiatru (jak zobrazowano na rys. 5.10) widmo prędkości  $v(t)$  wywołuje znaczne wahania maksymalnej siły ściskającej w obserwowanym elemencie konstrukcyjnym  $F_x(v(t))$ , powodujące przekroczenie wartości granicznej (rys 5.10 na dole). Można przyjąć, że górny próg  $\bar{b}$

jest w tym wypadku eksperymentalną nośnością wyboczeniową  $F_{b,exp}$  krawężnika wieży, podczas gdy próg dolny  $\underline{b}$  jest graniczną wytrzymałością na rozciąganie przekroju  $F_T$ , biorąc pod uwagę fakt, że wytrzymałość przekroju krawężnika na rozciąganie jest znacznie większa niż jego nośność wyboczeniowa. Prawdopodobieństwo zniszczenia (uszkodzenia) elementu konstrukcyjnego w wyniku ściskania jest zatem wyższe niż przy jego rozciąganiu, co zobrazowano na rys. 5.10 jako pierwsze przekroczenie wartości progowej.

### 5.2.3. Analiza numeryczna

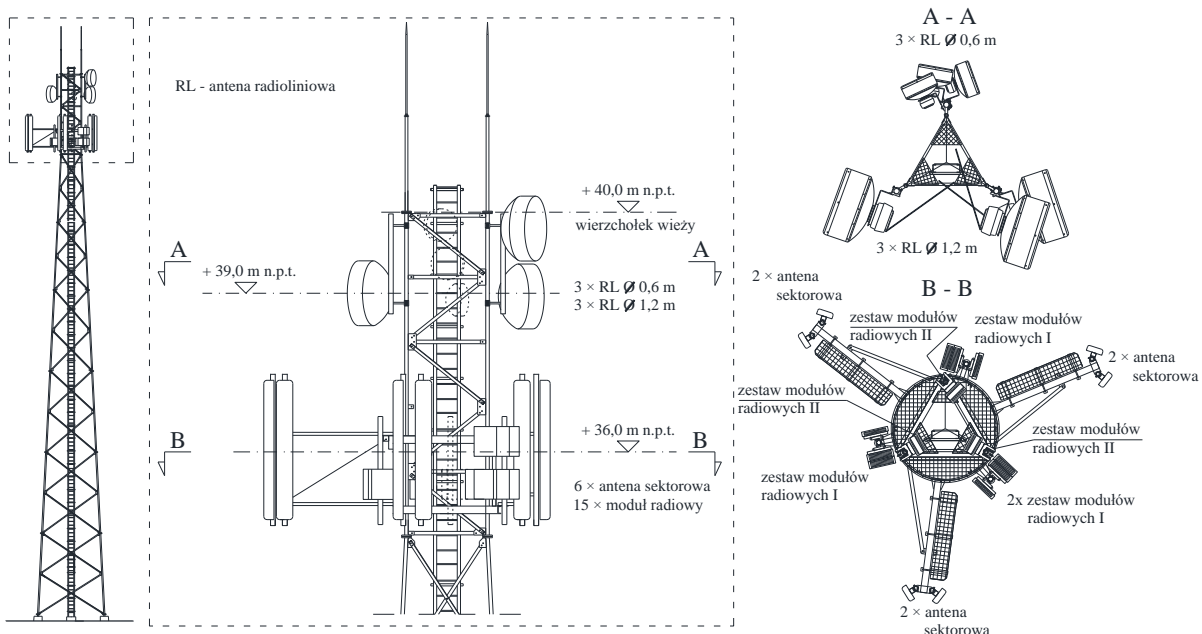
Eksperyment numeryczny jest w pełni poświęcony analizie dynamicznej SMES, prowadzonej w zdefiniowanym przedziale czasu, przy czym głównym celem jest określenie zależnych od czasu fluktuacji wskaźnika niezawodności przy dynamicznym wzbudzeniu wiatrem. W analizie zostały wzięte pod uwagę następujące założenia i parametry:

- konstrukcja wieży zastosowana w przykładzie numerycznym jest identyczna z wieżą badaną w pełnoskalowym eksperymencie (Rozdział 3),
- konstrukcja jest wyposażona w typowy sprzęt telekomunikacyjny (rys. 5.11), a ciśnienie wiatru zostało oszacowane w taki sposób, aby wykreować stan obciążenia liniowo zależny od charakterystycznej prędkości wiatru, która jest dalej traktowana jako wejściowa zmienna losowa Gaussa,
- właściwości mechaniczne (ich wartości oczekiwane) stali konstrukcyjnej zostały przyjęte na podstawie testów laboratoryjnych opisanych w Rozdziale 3 (tab. 3.5, 3.6),
- model MES został utworzony z uwzględnieniem wstępnych imperfekcji geometrycznych i sprężystości podpór, zweryfikowanych podczas badania wieży w pełnej skali,
- konstrukcja wieży podlega dużym nieliniowym deformacjom w każdym kroku czasowym (efekt P- $\Delta$ ),
- wahania prędkości wiatru w czasie są uwzględnione w obliczeniach, a siły ściskające w krawężnikach wieży wyznaczone są za pomocą analizy SMES przy zastosowaniu metody HHT,
- główne statystyki sił osiowych  $F_x$  oraz wskaźnik niezawodności  $\beta_{SORM}$  są obliczane za pomocą metody perturbacji stochastycznej ósmego (wartość oczekiwana i współczynnik zmienności) i szesnastego (skośność i kurtoza) rzędu, przy czym stopień wielomianu aproksymującego został określony na drodze optymalizacji,
- prawdopodobieństwo wystąpienia wzbudzenia wirowego konstrukcji kratowej (bez obudowy sprzętu telekomunikacyjnego w formie np. walca) jest niewielkie, biorąc pod uwagę brak informacji o występowaniu tego zjawiska w odniesieniu do wież kratowych, jak również brak danych dotyczących awarii tego rodzaju konstrukcji z powodu zmęczenia np. połączeń pochodzącego od wzbudzenia wirowego.

### 5.2.3.1. Szacowanie obciążenia wiatrem

Opór aerodynamiczny konstrukcji został wyznaczony w oparciu o normy [PN-EN 1993-3-1; PN-EN 1991-1-4], przy wykorzystaniu metody współczynników siły wiatru. Główne założenia procedury szacowania obciążenia wiatrem są następujące:

- kierunek obciążenia wiatrem jest identyczny z kierunkiem obciążenia zewnętrznego przyłożonego podczas eksperymentu w pełnej skali (najmniej korzystny kierunek dla wieży o przekroju trójkątnym z punktu widzenia nośności krawężników),
- relacja pomiędzy zależnym od czasu ciśnieniem wiatru  $q_b$  a prędkością wiatru  $v$  jest zdefiniowana dobrze znaną zależnością fizyczną, opisaną równaniem (5.1),
- obciążenie wiatrem wprowadzane do modelu jest rozpatrywane w odniesieniu do oporu aerodynamicznego elementów konstrukcyjnych wieży i przykładane do konstrukcji segment po segmencie,
- w celu nadania analizie bardziej realistycznego charakteru, uwzględniono typowy zestaw urządzeń telekomunikacyjnych zamontowanych na wierzchołku wieży (typ, liczba oraz rodzaj anten sektorowych, radioliniowych, modułów radiowych, ich wysokość n.p.t., a także konfiguracja konstrukcji wsporczych pod urządzenia przedstawiona została na rys. 5.11), reprezentowany w modelu MES jako zestaw sił skupionych od ich ciężaru oraz oddziaływania wiatru.



Rys. 5.11. Konfiguracja sprzętu telekomunikacyjnego i konstrukcji wsporczych przyjęta do analizy

Równoważne obciążenie wiatrem działające w kierunku wiatru na trzon wieży określono za pomocą następującego równania:



$$F[z;v(t)] = F_{m,W}(z) \cdot \left[ 1 + \left( 1 + 0,2 \cdot \left( \frac{z_m}{h} \right)^2 \right) \cdot \frac{(1 + 7 \cdot I_v(z)) \cdot c_s c_d - 1}{c_o(z_m)} \right], \quad (5.4)$$

gdzie  $c_o(z_m)$  jest współczynnikiem orografii równym  $c_o(z_m)=1,0$ ,  $z_m$  wysokością nad poziomem terenu, na której rozpatrywane jest oddziaływanie wiatru,  $h$  reprezentuje całkowitą wysokość konstrukcji (równą w tym przypadku 40,0 m), natomiast  $I_v(z)$  to intensywność turbulencji na wysokości odniesienia  $z_e$ , zdefiniowana następująco:

$$I_v(z_e) = \frac{k_l}{c_o(z_e) \cdot \ln\left(\frac{z_e}{z_0}\right)} \quad \text{dla } z_{\min} \leq z_e \leq z_{\max}, \quad (5.5)$$

$$I_v(z_e) = I_v(z_{\min}) \quad \text{dla } z_e < z_{\min},$$

gdzie  $k_l$  oznacza współczynnik turbulencji, przyjęty równy  $k_l=1,0$ , jako wartość rekomendowana przez normę,  $z_0$  to natomiast chropowatość terenu, równa w tym przypadku  $z_0=0,05$ . Współczynnik konstrukcyjny w przypadku tego typu wieży przyjmuje wartość  $c_s c_d=1,05$  (wartość przyjęto na podstawie doświadczeń z obliczeń istniejących obiektów tego rodzaju). Średnie obciążenie wiatrem w kierunku wiatru działającego na wieżę zostało obliczone zgodnie z poniższą zależnością:

$$F_{m,W}(z) = \frac{q_p[z;v(t)]}{1 + 7 \cdot I_v(z_e)} \sum c_f A_{ref}, \quad (5.6)$$

gdzie szczytowe ciśnienie prędkości  $q_p(z)$  w zależności od czasu wyrażone jest zależnością (5.2), a współczynnik ekspozycji  $C_e(z)$  przyjęto jak w przypadku poprzedniego przykładu obliczeniowego (komin stalowy, podrozdział 5.1).

Wszystkie parametry niezbędne do wprowadzenia ciśnienia wiatru do modelu MES podane w równaniu (5.4) zostały zebrane i wraz z ich wartościami zestawione w tabeli 5.2.

Biorąc pod uwagę fakt, że wartości obciążenia wiatrem zależą od kilku parametrów, jak np. wysokość nad poziomem terenu, tabela 5.3 przedstawia zmienność tych obciążeń w odniesieniu do różnych prędkości wiatru, równych 11,0; 22,0 i 44,0 m/s. Zebrane dane mają charakter informacyjny, mający na celu zobrazowanie różnic pomiędzy wynikami dla różnych bazowych prędkości wiatru. Pokazują one wielkości różnych współczynników oraz wartości oczekiwane obciążenia, będącego pochodną prędkości wiatru.

Oszacowania siły wiatru działającej na poszczególne elementy wyposażenia konstrukcji, takie jak anteny czy konstrukcje wsporcze, dokonano za pomocą następującego wyrażenia:

$$F_w = c_s c_d \cdot \sum_{\text{elementy}} c_f \cdot q_p [z; v(t)] \cdot A_{ref}, \quad (5.7)$$

przy czym opór aerodynamiczny  $c_f$  oraz powierzchnie odniesienia  $A_{ref}$  odnoszące się do poszczególnych urządzeń telekomunikacyjnych i dodatkowego wyposażenia zestawiono w tabeli 5.4.

Tabela 5.2. Parametry przyjętego w analizie ciśnienia wiatru

Parametr	Definicja	Wartość
$c_s c_d$	współczynnik konstrukcyjny	1,05
$C_o(z_m)$	wskaźnik orografii	1,0
$z_m$	wysokość nad poziomem terenu, na której rozważany jest wpływ obciążenia	-
$h$	całkowita wysokość wieży	40,0 m
$I_v(z)$	intensywność turbulencji	$I_v(z) = \frac{1,0}{1,0 \cdot \ln\left(\frac{z}{0,05}\right)}$
$c_f$	współczynnik oporu aerodynamicznego	obliczony osobno dla każdej sekcji wieży, dodatkowych elementów, anten itd. (tabela 5.3 i 5.4)
$A_{ref}$	powierzchnia odniesienia	obliczona osobno dla każdej sekcji wieży, dodatkowych elementów, anten itd. (tabela 5.3 i 5.4)

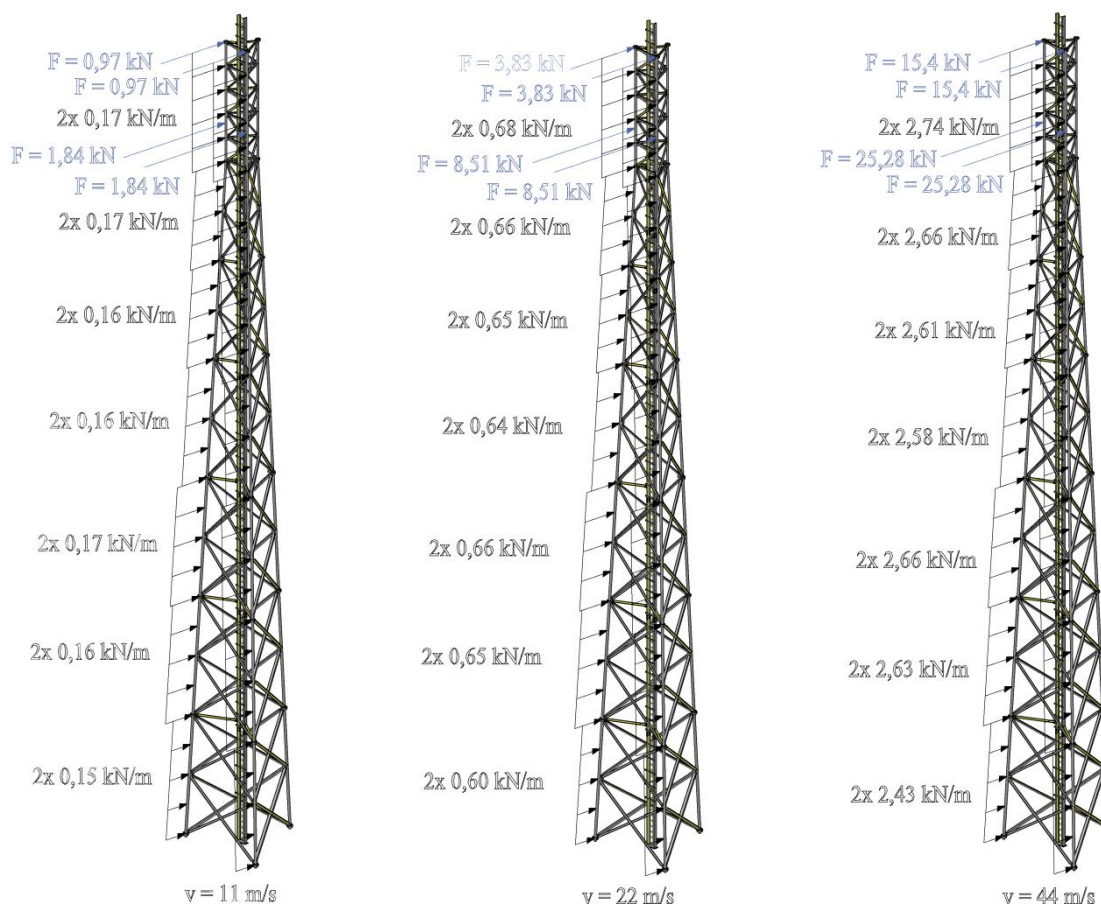
Tabela 5.3. Wielkości obciążenia wiatrem na trzon wieży dla prędkości wiatru równych 11,0; 22,0 i 44,0 m/s

Segment	wysokość $z$ [m]	Współczynnik ekspozycji $C_e(z)$	Szczytowe ciśnienie prędkości $q_p$ [kN/m <sup>2</sup> ] dla różnych prędkości wiatru			Opór aerodynamiczny $c_f$ [-]	Pow. odniesienia $A_{ref}$ [m <sup>2</sup> ]	Obciążenie równomiernie rozłożone [kN/m] dla różnych prędkości wiatru [m/s]		
			11,0 [m/s]	22,0 [m/s]	44,0 [m/s]			11,0 [m/s]	22,0 [m/s]	44,0 [m/s]
S-7	6,5	2,07	0,16	0,62	2,51	2,26	4,89	0,15	0,60	2,43
S-6	12,5	2,43	0,18	0,73	2,94	2,21	4,58	0,16	0,65	2,63
S-5	18,5	2,67	0,20	0,80	3,23	2,14	4,30	0,17	0,66	2,66
S-4	24,5	2,85	0,22	0,86	3,45	2,09	3,94	0,16	0,64	2,58
S-3	29,5	2,98	0,23	0,89	3,61	1,99	3,28	0,16	0,65	2,61
S-2	34,5	3,10	0,24	0,93	3,75	1,92	3,16	0,17	0,66	2,66
S-1	40,5	3,22	0,24	0,97	3,89	1,82	3,98	0,17	0,68	2,74

Tabela 5.4. Wielkości obciążenia wiatrem na anteny, konstrukcje wsporcze i dodatkowe wyposażenie dla prędkości wiatru równych 11,0; 22,0 i 44,0 m/s

Element	Wysokość $z$ [m]	Współczynnik ekspozycji $C_e(z)$	Szczytowe ciśnienie prędkości $q_p$ [kN/m <sup>2</sup> ] dla różnych prędkości wiatru			Opór aerodynamiczny $c_f$ [-]	Pow. odniesienia $A_{ref}$ [m <sup>2</sup> ]	Całkowite oddziaływanie $F_w$ [kN] dla różnych prędkości wiatru [m/s]			
			11,0 [m/s]	22,0 [m/s]	44,0 [m/s]			11,0 [m/s]	22,0 [m/s]	44,0 [m/s]	
Odgromnik (3 szt.)	42,0	3,25	0,25	0,97	3,93	1,03	0,13	2x 0,97	2 x 3,83	2x 15,4	
3 x antena RL Ø 1,2 m	40,0	3,21	0,24	0,96	3,88	1,20	1,31				
3 x antena RL Ø 0,6 m						1,20	0,35				
Konstrukcje wsporcze pod anteny RL						0,79	0,35				
Balustrada ochronna						1,84	0,06				
Belka wizująca						1,72	0,14				
6 x antena sektorowa	36,0	3,13	0,24	0,94	3,78	1,20	1,30	2x 1,84	2 x 8,51	2x 25,28	
Moduły radiowe						Zestaw 1 (4 szt.)	1,20				0,48
						Zestaw 2 (3 szt.)	1,20				0,23
Konstrukcje wsporcze pod anteny sektorowe						1,69	0,94				
Konstrukcje wsporcze pod moduły radiowe (3 szt.)						0,8	0,30				
Balustrada ochronna						1,84	0,06				

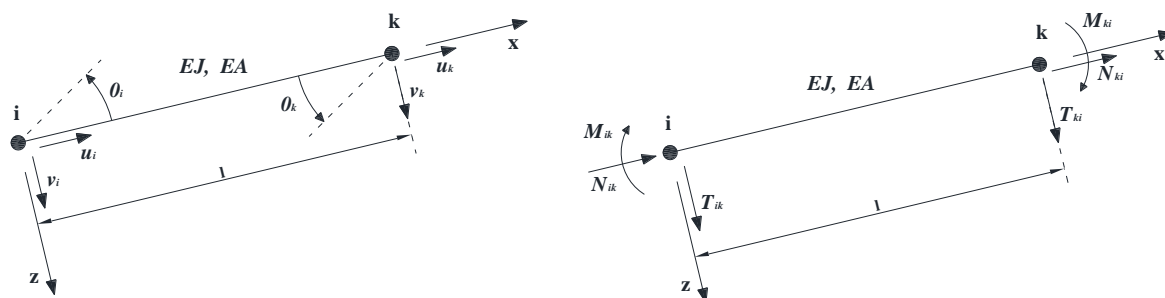
Należy zauważyć, że ilość anten, dodatkowych urządzeń telekomunikacyjnych i konstrukcji wsporczych przyjętych do analizy jest stosunkowo duża, w odniesieniu do standardowych wymagań technologicznych (w przypadku, gdy wieża jest przeznaczona do montażu urządzeń jednego operatora telefonii komórkowej). Rozkład obciążenia wiatrem (dla różnych prędkości wiatru) na wieży, zaimplementowany w modelu numerycznym został schematycznie przedstawiony na rys. 5.12.



Rys. 5.12. Różnorodność obciążenia wiatrem dla różnych wartości prędkości wiatru

### 5.2.3.2. Kalibracja modelu MES

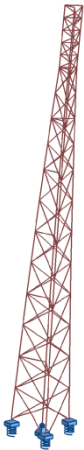
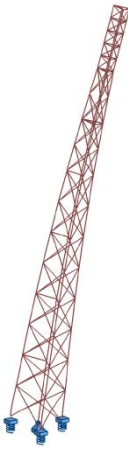
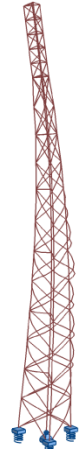
Model MES został przygotowany w oprogramowaniu inżynierskim Autodesk ROBOT Structural Analysis. Model obliczeniowy o 2766 stopniach swobody (6 stopni swobody w każdym węźle) został utworzony przy użyciu 402 liniowych, ramowych elementów skończonych 3D, połączonych w 284 punktach węzłowych. Element ramowy [Guminiak i Rakowski, 2012] rozumiany jest jako pręt, którego węzły mogą doznawać przemieszczeń skierowanych wzdłuż osi pręta ( $u$ ), przemieszczeń w kierunku poprzecznym do osi pręta ( $v$ ) oraz w których węzłach może nastąpić obrót osi pręta ( $\varphi$ ). Występują w nim siły przywęzłowe do których możemy zaliczyć siły osiowe ( $N$ ), siły poprzeczne ( $T$ ) oraz momenty zginające ( $M$ ). Element ramowy opisują również pewne parametry charakterystyczne - geometryczne i fizyczne, takie jak moduł sprężystości podłużnej (Moduł Younga -  $E$ ), moment bezwładności ( $J$ ) oraz pole przekroju poprzecznego pręta ( $A$ ), przypisane do materiału z którego element jest wykonany oraz zadanego mu przekroju poprzecznego. Obciążenie elementów ramowych może występować zarówno w węzłach jak i pomiędzy nimi. Element ramowy w układzie dwuwymiarowym, stanowiący złożenie elementu belkowego i elementu pracującego osiowo wraz z odpowiadającymi mu przemieszczeniami węzłów oraz siłami przywęzłowymi, został przedstawiony na rys. 5.13.



Rys. 5.13 Przemieszczenia węzłów (po lewo) oraz siły przywęzłowe elementu ramowego

Wszystkie połączenia – pomiędzy krawężnikami, jak również pomiędzy krawężnikami a skratowaniem zamodelowano jako sztywne. Charakterystyki dynamiczne, takie jak częstotliwość drgań własnych i postacie drgań, zostały przedstawione w tabeli 5.5.

Tabela 5.5. Charakterystyki dynamiczne analizowanej wieży

	pierwsza	druga	trzecia
Postać drgań			
Częstotliwość drgań własnych	1,37 Hz	1,59 Hz	6,90 Hz

Model MES został skalibrowany na podstawie pomiarów rzeczywistej konstrukcji poddanej badaniom eksperymentalnym w pełnej skali (opisanych w Rozdziale 3).

#### 1) Uwzględniono **geometryczne imperfekcje**.

Aby umożliwić montaż krzyżulców do krawężników wieży zastosowano blachy węzłowe, przyspawane do krawężników w połowie ich rozpiętości. Procedura spawania spowodowała powstanie naprężeń spawalniczych, skutkujących wygięciami krawężników (wygięcie w kierunku dwusiecznej przekroju poprzecznego wieży, na zewnątrz, rys. 3.4, Rozdział 3), które stanowiły wstępne geometryczne niedoskonałości. Zostały one wprowadzone do modelu obliczeniowego w dwóch dolnych segmentach wieży. Ich wartości, pomierzone podczas badań eksperymentalnych (pomiary in situ przed badaniem) były tu największe: odpowiednio 15,0 mm w segmencie S-7 oraz 8,0 mm w segmencie S-6. Dyskretyzacja modelu została

wykonana z zastąpieniem idealnej, liniowej geometrii nowymi elementami skończonymi, odpowiadającymi kształtem wstępnie zdeformowanym krawężnikom. Ostateczne, wynikowe wartości przemieszczeń węzłów konstrukcji podano z uwzględnieniem jej rzeczywistej geometrii. W pozostałych segmentach pomierzone wartości odchyłek od prostoliniowości krawężników uznano za pomijalne.

2) Uwzględniono **podatność podpór**.

Określono dla poszczególnych podpór konstrukcji właściwości sprężyste (przy połączeniach z fundamentem, dla każdej z podpór niezależnie), które umożliwiły odwzorowanie odkształcenia podłoża. Zostały one określone na podstawie przemieszczeń podpór wieży (mierzonych geodezyjnie podczas eksperymentu) i sił powodujących te przemieszczenia (dla obciążenia równego 125,0 kN), zaobserwowanych podczas badania w pełnej skali (tabela 5.6). Zależność ta prezentuje się następująco:

$$K_{zi} = \frac{F_i}{s_i}, \quad (5.8)$$

gdzie  $F_i$  jest siłą odpowiadającą zaobserwowanym deformacjom podłoża, a  $s_i$  jest wartością przemieszczeń podpór, odpowiednio 1, 2 i 3 (oznaczonych na rys. 3.8, Rozdział 3).

Tabela 5.6. Wartości obserwowanych przemieszczeń pionowych podpór wieży przy sile w linie 125,0 kN (maksymalne zarejestrowane obciążenie przed utratą stateczności krawężnika). Wartości podano w [cm]

1	2	3
-1,5	1,4	1,1

Aby sprawdzić, czy utworzony w opisany powyżej sposób model MES będzie stanowił odpowiednie odwzorowanie badanej konstrukcji, przeprowadzono symulację eksperymentu w programie obliczeniowym (Autodesk Robot Structural Analysis 2016), uwzględniając dane otrzymane z badań niszczących. Porównano przemieszczenia mierzone geodezyjnie w wybranych punktach pomiarowych zlokalizowanych na krawężnikach, na różnych wysokościach konstrukcji (tabela 3.7, rys. 3.35-3.37, Rozdział 3) z przemieszczeniami tych punktów odwzorowanych w modelu MES.

Przeanalizowano kilka modeli MES wieży, różniących się między sobą dokładnością odwzorowania charakterystyk konstrukcji oraz doбором parametrów analizy obliczeniowej. Wyraźne różnice zaobserwowano pomiędzy dwoma wariantami modelu:

- model 1: model z **podporami sztywnymi**,
- model 2: model uwzględniający **podpory sprężyste**.

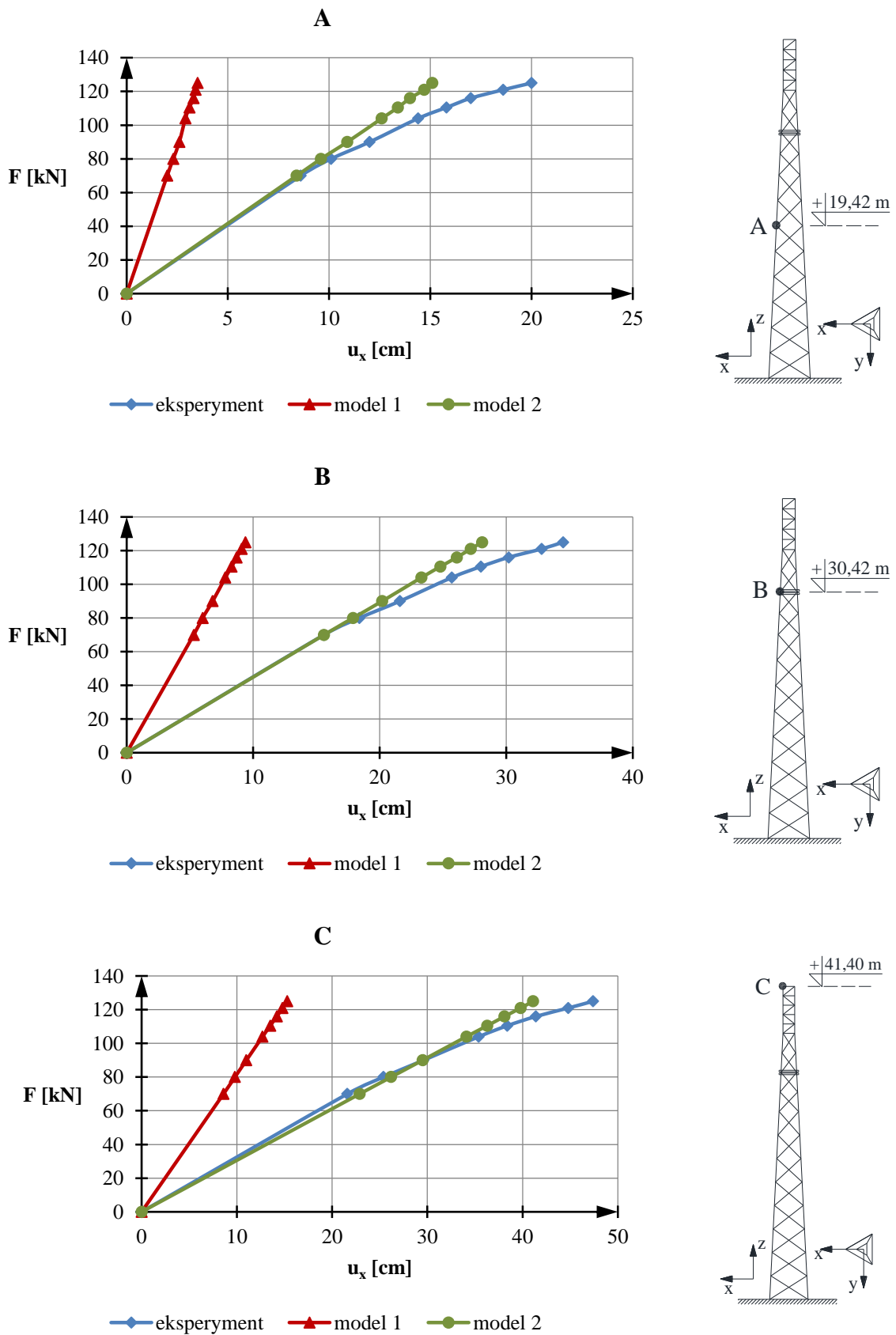
Do obu modeli wprowadzono obciążenie zewnętrzne odpowiadające co do kierunku i wartości siłom w linie mierzonym podczas badań, dla których rejestrowano pomiary przemieszczeń. Przeprowadzona

została analiza statyczna, w wyniku której otrzymano zależności pomiędzy siłą w linie a przemieszczeniami dla wybranych punktów pomiarowych, które zestawiono następnie z wartościami eksperymentalnymi (rys. 5.14-5.16). Z uwagi na fakt, że odczytu dla siły 132,5 kN dokonano po utracie stateczności konstrukcji (po osiągnięciu odkształceń plastycznych), zakres obciążenia zewnętrznego przyjęto jako przedział od 0,0 kN do 125,0 kN.

Analizując wykresy przemieszczeń w kierunku  $u_x$  (kierunek działania obciążenia) można zauważyć, że wyniki otrzymane z modelu 1 znacząco odbiegają od pomiarów in situ i rezultatów odczytanych dla modelu 2. Do wartości siły w linie ok. 80,0 kN rezultaty otrzymane z analizy MES dla modelu 2 są zbieżne z pomiarami rzeczywistej konstrukcji, różnice pojawiają się dopiero przy wyższych wartościach obciążenia zewnętrznego. W modelu 1 różnice w wynikach widoczne są już od samego początku przykładania obciążenia. Porównując przemieszczenia konstrukcji w obserwowanych punktach przy maksymalnej wartości siły w linie, zarejestrowanej przed utratą stateczności wieży (125,0 kN) można zauważyć, że maksymalne różnice pomiędzy poszczególnymi modelami i pomiarami rzeczywistymi występują w punkcie „A”, zlokalizowanym najniżej. Różnica pomiędzy modelem 1 a eksperymentem sięga tu ok. 83 %, podczas gdy rozbieżność pomiędzy eksperymentem a modelem 2 wynosi ok. 25%. W punkcie „B” różnice te są nieco mniejsze – model 1 odbiega od rzeczywistych pomiarów o ok. 73%, model 2 natomiast ok. 19%. W punkcie pomiarowym „C”, zlokalizowanym na wierzchołku wieży, przemieszczenie badanej konstrukcji wyniosło 47,4 cm. To samo przemieszczenie odczytane z modelu 2 sięgało 41,1 cm, a więc różniło się o ok. 13% od wartości pomierzonej. Wartości przemieszczeń w modelu 1 sięgały 32,1 cm, stanowiąc różnicę ok. 68% w stosunku do pomiarów rzeczywistych.

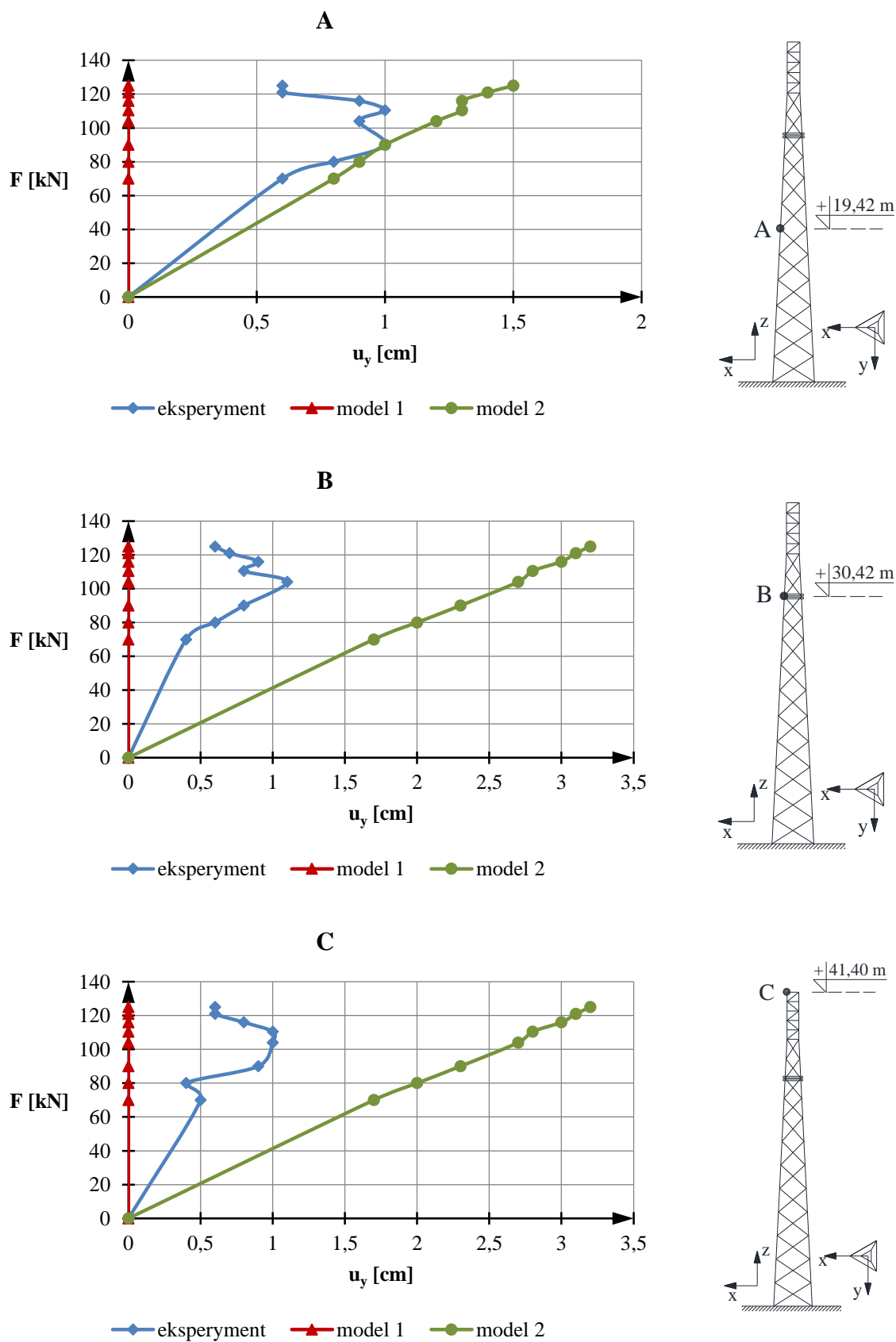
Dla konstrukcji wsporczych pod urządzenia telekomunikacyjne przemieszczenie wierzchołka jest istotne z punktu widzenia technologicznego. Aby zachować łączność pomiędzy sąsiednimi stacjami bazowymi nie powinno zostać przekroczone dopuszczalne przemieszczenie, definiowane jako odchylenie od pionu stycznej do wieży w punkcie zamocowania anten (zwykle jest to wierzchołek konstrukcji). Dla analizowanej wieży maksymalne dopuszczalne odchylenie od pionu wynosi ok. 0,35 m ( $0,5^\circ$ ). Widać zatem, że jeszcze przed utratą stateczności konstrukcji nastąpiło przekroczenie jej stanu granicznego użyteczności.

Obserwując wykresy przemieszczeń zamieszczone na rys. 5.15 można zauważyć, że zarówno konstrukcja rzeczywista, jak i ta odwzorowana w modelu 2, doznają niewielkich przemieszczeń w kierunku prostopadłym do działającego obciążenia zewnętrznego. W modelu 1, z uwagi na sztywne podpory, przemieszczeń w tym kierunku nie zaobserwowano. Analizując pomiary in situ wieży widoczna jest większa nieregularność – można przypuszczać, że poza podatnością podpór na wychylenia konstrukcji wpływają również inne parametry, których nie udało się zidentyfikować. Pomimo geodezyjnego wytyczenia jej ustawienia, mogą mieć na nie wpływ niewielkie, chwilowe podmuchy wiatru w tym kierunku. Dla modelu 2 maksymalne wychylenia w kierunku  $u_y$  są nawet trzykrotnie większe niż pomiary prowadzone podczas badania, jednak nominalnie wartości te są niewielkie (nie przekraczają 3,5 cm).

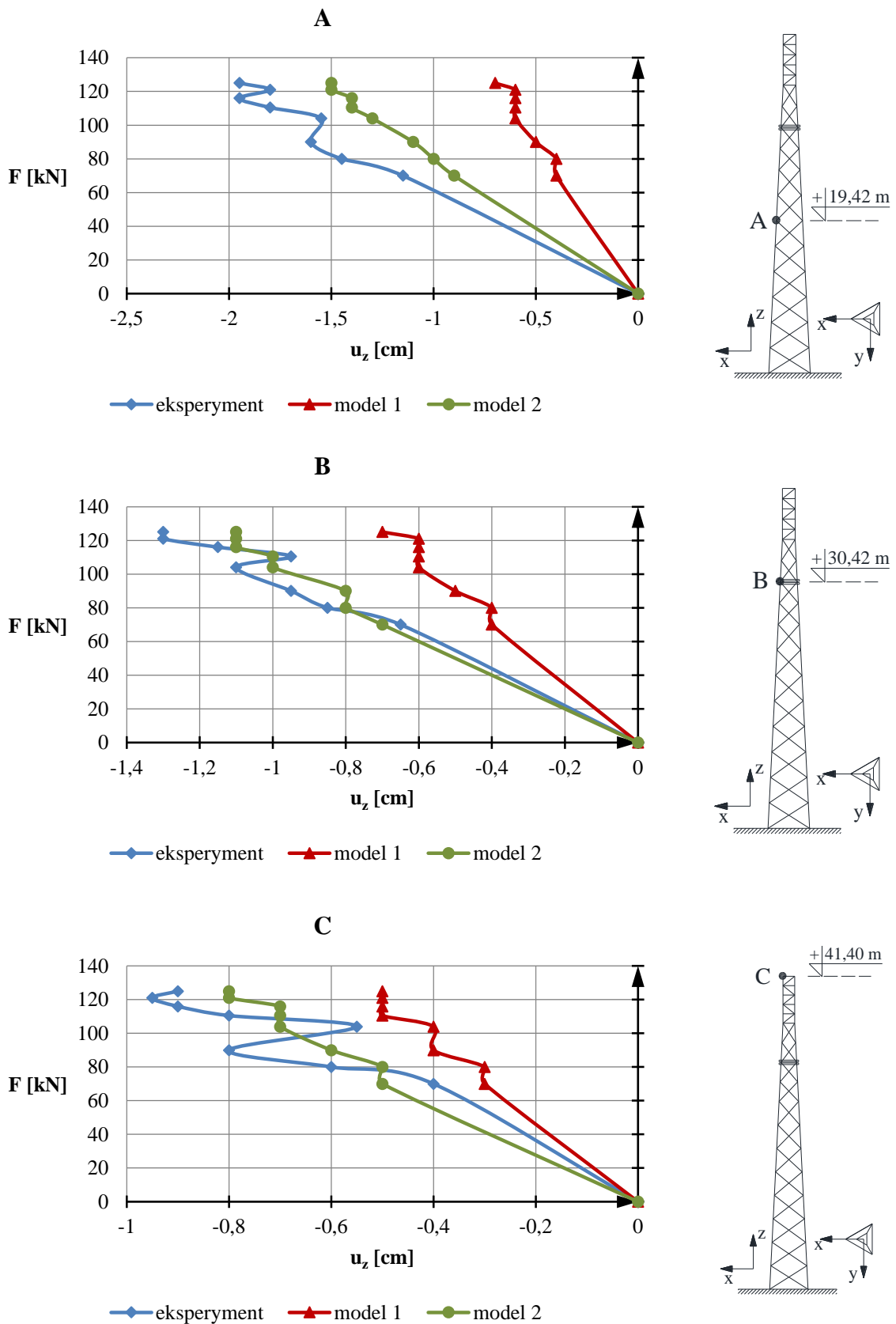


Rys. 5.14. Przeszyczenia punktów pomiarowych: A (na górze), B (pośrodku) i C (na dole) w odniesieniu do obciążenia zewnętrznego w kierunku  $u_x$





Rys. 5.15. Przeszczenia punktów pomiarowych: A (na górze), B (pośrodku) i C (na dole) w odniesieniu do obciążenia zewnętrznego w kierunku  $u_y$



Rys. 5.16. Przemieszczenia punktów pomiarowych: A (na górze), B (pośrodku) i C (na dole) w odniesieniu do obciążenia zewnętrznego w kierunku  $u_z$

W kierunku  $u_z$  przemieszczenia są niewielkie (sięgają ok. 1,95 cm), najmniejsze obserwuje się dla modelu 1 (maksymalne ok. 0,7 cm). O ile dla poprzednich kierunków przemieszczenia obserwowanych punktów były tym większe, im wyżej analizowany punkt się znajdował, tak w tym przypadku widoczna jest odwrotna zależność (zarówno jeśli chodzi o pomiary rzeczywistej konstrukcji, jak i przemieszczenia zaobserwowane w analizie MES). Również tutaj widoczna jest lepsza zbieżność modelu 2 z konstrukcją poddaną testom – na przemieszczenia w kierunku pionowym, poza deformacjami sprężystymi konstrukcji, składa się również obrót podstawy wieży (spowodowany podatnością podpór).

Analizując wykresy przemieszczeń można stwierdzić, że model 2, który został dopasowany do rodzaju konstrukcji w oparciu o jej zachowanie w pełnoskalowym badaniu niszczącym, zapewnia znacznie lepsze przybliżenie niż model 1. Warto tu nadmienić, że rodzaj modelowania nieuwzględniający rzeczywistej podatności podpór konstrukcji, jest rozwiązaniem wciąż często stosowanym w praktyce inżynierskiej. Z przeprowadzonego porównania wynika, że **uwzględnienie odpowiedniej sprężystości podpór wieży jest konieczne, aby uzyskać satysfakcjonującą zgodność modelu numerycznego z rzeczywistym zachowaniem konstrukcji**. Podobieństwo pomiędzy rezultatami uzyskanymi z modelu 2 i pomiarami prowadzonymi podczas eksperymentu jest szczególnie widoczne w przypadku wychylenia wierzchołka wieży w kierunku „x” (kierunek działania obciążenia). W przypadku kierunku „y” widoczne są nieco większe różnice, można jednak wnioskować, że przemieszczenia te wykazywały cechy losowości, ponieważ wpływ na nie miały nawet niewielkie odchylenia od założonego kierunku przykładania obciążenia (niewspółliniowość układu lina – pojazd generujący obciążenie). Biorąc pod uwagę powyższe można przyjąć, że model 2 jest wystarczającym przybliżeniem do dalszych rozważań numerycznych.

Parametry mechaniczne zastosowane w analizie przyjęto na podstawie testów laboratoryjnych (opisanych w Rozdziale 3, tab. 3.5, 3.6). We wszystkich węzłach w miejscach przecięcia się krzyżulców zadano węzły kompatybilne – węzły, które gwarantują jednakową wartość przemieszczeń obu elementów w miejscu ich przecięcia (36 węzłów kompatybilnych). Model MES uwzględnia dodatkowo analizę geometrycznie nieliniową (tzw. P- $\Delta$ ), która została przeprowadzona zgodnie ze znanym algorytmem BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) [Kelley, 1999]. Do analizy wybrano następujące parametry:

- a) całkowita liczba przyrostów obciążenia równa 10,
- b) maksymalna liczba iteracji dla pojedynczego przyrostu równa 40,
- c) liczba redukcji długości przyrostu równa 3,0,
- d) współczynnik redukcji długości przyrostu równy 0,5,
- e) tolerancja względnej normy sił resztkowych równa 0,0001,
- f) tolerancja względnej normy dla przemieszczeń równa 0,0001.

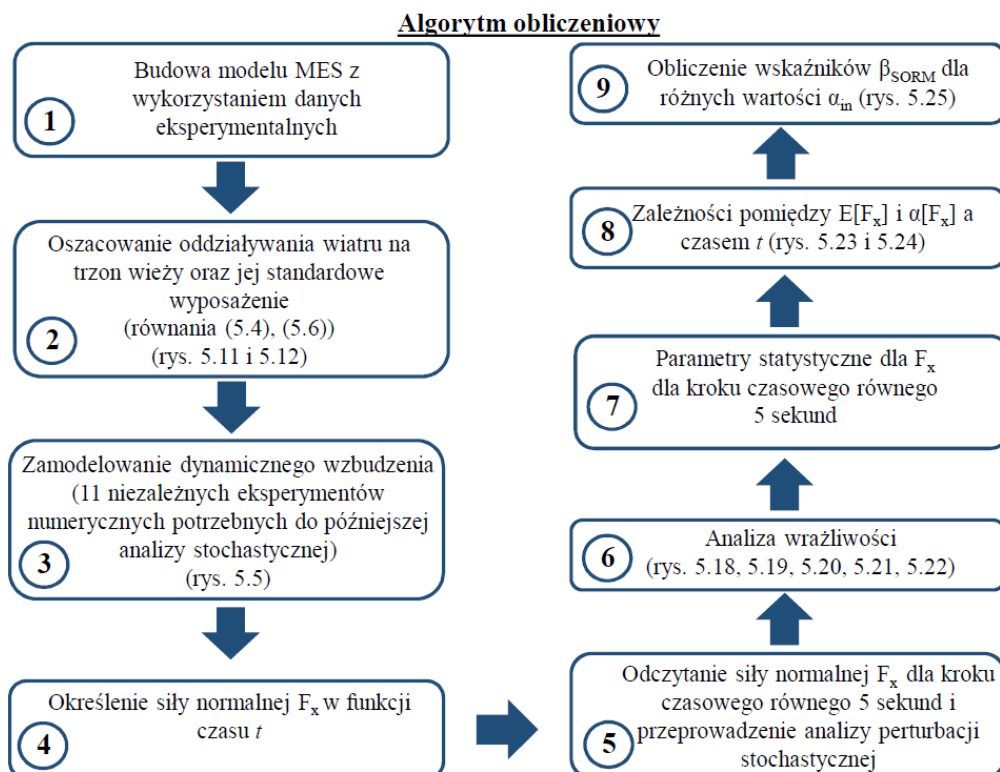
Sprężystość podpór zadano jedynie w kierunku pionowym, podczas gdy pozostałe stopnie swobody przy podporach wieży pozostawiono zablokowane. Cykl obliczeń MES dla pojedynczego zakresu obciążeń wiatrem trwał ok. 11 minut, przy czym ok. 190 sekund trwały obliczenia metodą HHT,

a pozostały czas zajęła iteracja BFGS. Obliczenia prowadzono na komputerze z wbudowanym procesorem Intel Core i5-4200U CPU, taktowanym w częstotliwościach od 1,60 GHz do 2,30 GHz i zainstalowanej pamięci RAM 6,0 GB.

### 5.2.3.3. Modelowanie wzbudzenia dynamicznego

Funkcja reprezentująca relację pomiędzy prędkością wiatru a czasem, w analizowanym okresie 10 minut, zastosowana w przykładzie numerycznym jest identyczna jak ta, którą wykorzystano w przypadku poprzedniego przykładu obliczeniowego (komin stalowy, podrozdział 5.1, rys. 5.4, 5.5).

Podobnie jak w poprzednim przykładzie obliczeniowym, dla każdego analizowanego punktu czasowego przeprowadzono 11 eksperymentów numerycznych, aby określić zestaw odpowiedzi konstrukcji w postaci maksymalnych sił ściskających w dolnym krawężniku wieży. Prędkość wiatru była modyfikowana dla każdego eksperymentu o  $\pm 10\%$  w stosunku do wartości oczekiwanej w danym punkcie czasowym. Uzyskane wyniki stanowiły podstawę do aproksymacji wielomianowej metodą najmniejszych kwadratów. Obliczono podstawowe statystyki dla odpowiedzi konstrukcji w postaci sił w krawężniku wieży wykorzystując metodę perturbacji stochastycznej, przy założeniu, że prędkość wiatru w dowolnym dyskretnym punkcie czasu ma rozkład Gaussa, a współczynnik wariancji należy do przedziału  $\alpha_{in} = (0,0; 0,15)$ . Jak wcześniej wspomniano, rozproszenie prędkości wiatru w rozważanym przedziale czasu (oznaczone na rys. 5.5 jako  $\Delta V$ ) jest znaczne i dla pełnego spektrum czasowego sięga wartości 44,0 m/s. Ma to oczywiście znaczący wpływ na maksymalne siły ściskające w elementach wieży.



Rys. 5.17. Zastosowany algorytm obliczeniowy

Proponowana metodologia może być stosowana dla dowolnego spektrum czasowego prędkości wiatru, najlepiej reprezentowanego przez pomiary in situ, prowadzone w lokalizacji gdzie znajduje się, bądź ma zostać wzniesiona konstrukcja dla której prowadzona jest analiza. Poza lokalnymi warunkami klimatycznymi pomiary prędkości wiatru uwzględniają również odpowiednią chropowatość otaczającego konstrukcję terenu.

W analizie numerycznej przy całkowaniu równań ruchu metodą HHT zastosowano wartości parametrów analogiczne jak w przypadku poprzedniego przykładu obliczeniowego (komin stalowy, podrozdział 5.1). Podstawowe statystyki odpowiedzi konstrukcji zostały obliczone dla każdego obserwowanego punktu czasowego (dla każdej sekundy). Algorytm procedury obliczeniowej przedstawiono na rys. 5.17.

#### 5.2.3.4. Weryfikacja zaproponowanego modelu MES

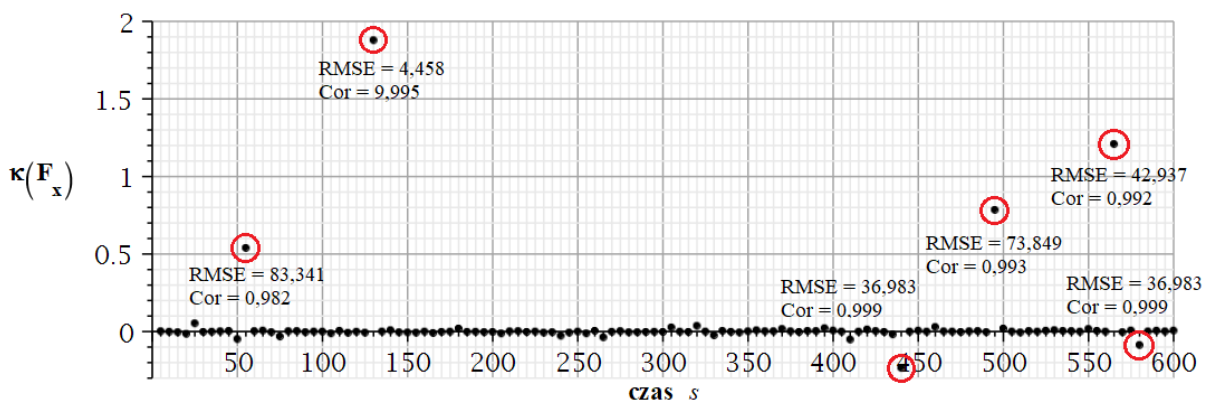
Jedną z podstawowych kwestii przy stosowaniu uogólnionej metody perturbacji stochastycznej jest odpowiedni dobór stopnia wielomianu aproksymującego. Po zweryfikowaniu formuł perturbacyjnych opisujących statystyki wyższych rzędów jasnym jest, że ich wartości silnie od tego wyboru zależą – niższe rzędy perturbacji prowadzą do zerowania się trzeciego i czwartego momentu centralnego, wyższe rzędy natomiast mogą skutkować niekontrolowanym wzrostem tych momentów, w szczególności dla większych wartości wejściowego współczynnika wariancji. Przeprowadzono zatem optymalizację wielomianowej funkcji aproksymującej dane uzyskane z analizy MES (maksymalne siły osiowe w krawężniku w zestawieniu z odpowiadającymi im prędkościami wiatru). Warunkami, które musi spełniać funkcja, aby zostać uznana za optymalną są maksymalizacja korelacji (wartość korelacji jak najbardziej zbliżona do 1,0) oraz minimalizacja błędu średniokwadratowego. Na podstawie przeprowadzonej analizy stwierdzono, że dla zdecydowanej większości rozważanych punktów czasowych najbardziej odpowiedni jest wielomian dziewiątego stopnia. Analiza wyników otrzymanych dla tak zdefiniowanej funkcji aproksymującej wykazała, że w niektórych momentach czasowych (sekundy 55, 130, 400, 495, 565 i 580) wartości współczynników wariancji, skośności i kurtozy znacząco różnią się od wartości uzyskanych dla pozostałych punktów czasowych. Fluktuacje kurtozy w czasie obliczone dla siły ściskającej w krawężniku wieży przedstawiono na rys. 5.18.

Dla wszystkich ekstremalnych odpowiedzi konstrukcji określono współczynnik korelacji i błąd średniokwadratowy. W celu porównania parametrów analizy wrażliwości wybrano dwa punkty czasowe tj. sekundy 10 i 55 (odpowiednio o „umiarkowanych” i „ekstremalnych” wartościach parametrów), których parametry optymalizacyjne w odniesieniu do rzędu wielomianu aproksymującego zestawiono w tabeli 5.7.

Z porównania wynika, że błąd średniokwadratowy RMSE dla punktów czasowych o skrajnych wartościach kurtozy przyjmuje wartości większe o około cztery rzędy niż te, występujące przy punktach czasu o „umiarkowanej” kurtozie. Można również zaobserwować, że optymalny rząd wielomianu różni się w zależności od analizowanego punktu czasowego – optymalnym wyborem dla

sekundy 10 jest rząd dziewiąty wielomianu, natomiast sekunda 55 wymaga bazy wielomianowej ósmego rzędu.

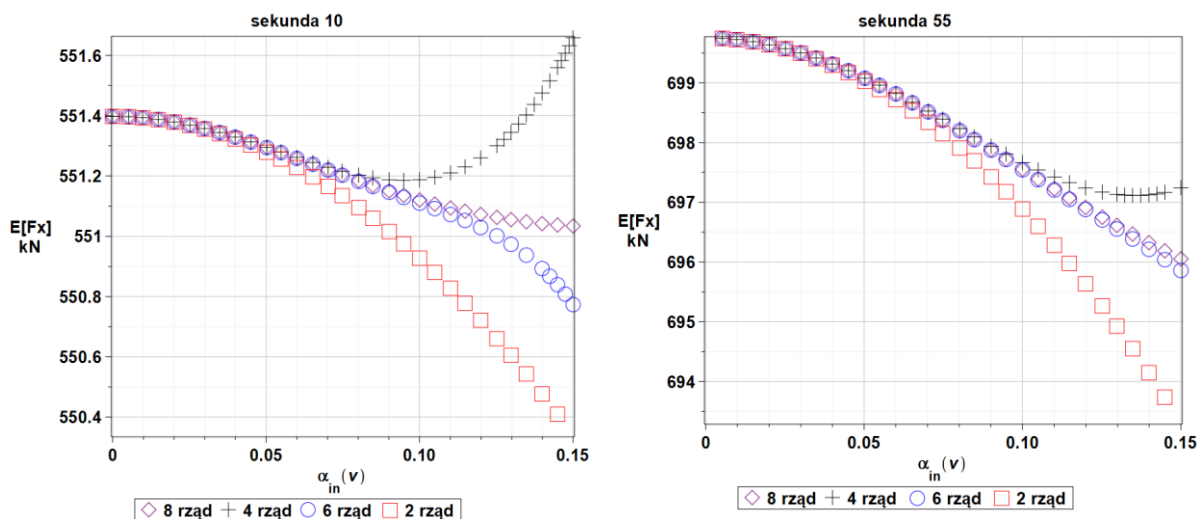
Wartości oczekiwane oraz wariancja maksymalnej siły ściskającej w krawężniku wieży w odniesieniu do wejściowego współczynnika wariancji prędkości wiatru  $\alpha_{in}$  zostały zaprezentowane odpowiednio na rys. 5.19 i 5.20. Porównano powyższe statystyki obliczone dla wybranych rzędów wielomianu przy zastosowaniu podejścia SFEM.



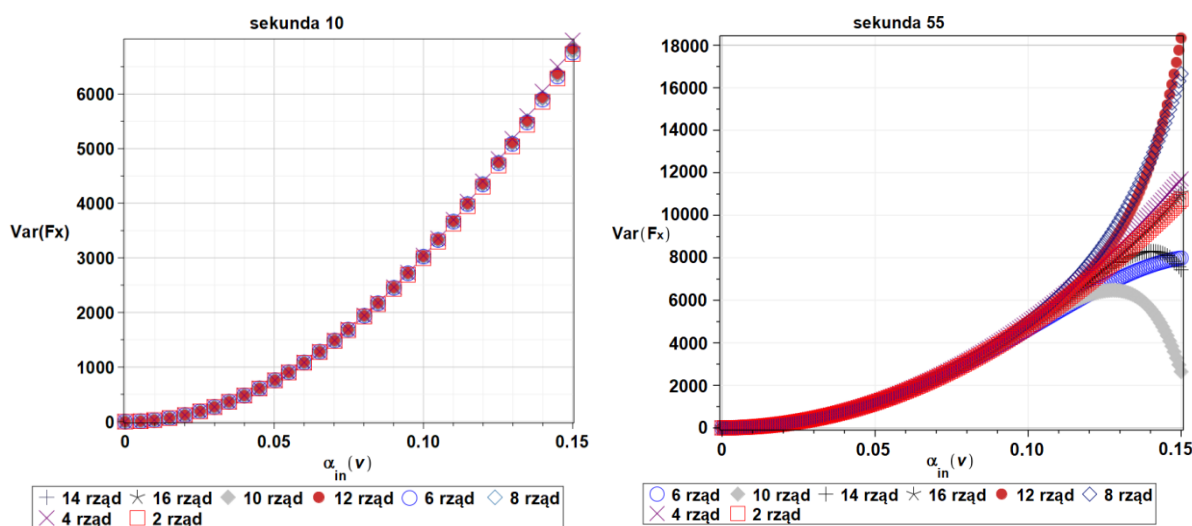
Rys. 5.18. Kurtzoza w poszczególnych punktach czasowych określona dla siły ściskającej w dolnym krawężniku wieży

Tabela 5.7. Rezultaty optymalizacji statystycznej stopnia wielomianowej funkcji odpowiedzi dla 10 i 55 sekundy

Stopień wielomianu	Sekunda 10		Sekunda 55	
	Korelacja	RMSE	Korelacja	RMSE
1	1,0	0,0220842	0,999720	5,19868
2	1,0	0,0206966	0,999731	5,09308
3	1,0	0,0205863	0,999754	4,85576
4	1,0	0,0199382	0,999764	4,75155
5	1,0	0,0171221	0,999793	4,45499
6	1,0	0,0125326	0,999802	4,35128
7	1,0	0,0089392	0,999837	3,95827
8	1,0	0,0288299	0,999844	3,88425
9	1,0	0,0036085	0,982474	83,34130



Rys. 5.19. Wartości oczekiwane siły osiowej w ściskanym krawężniku dla sekundy 10 (po lewo) i 55 (po prawo)

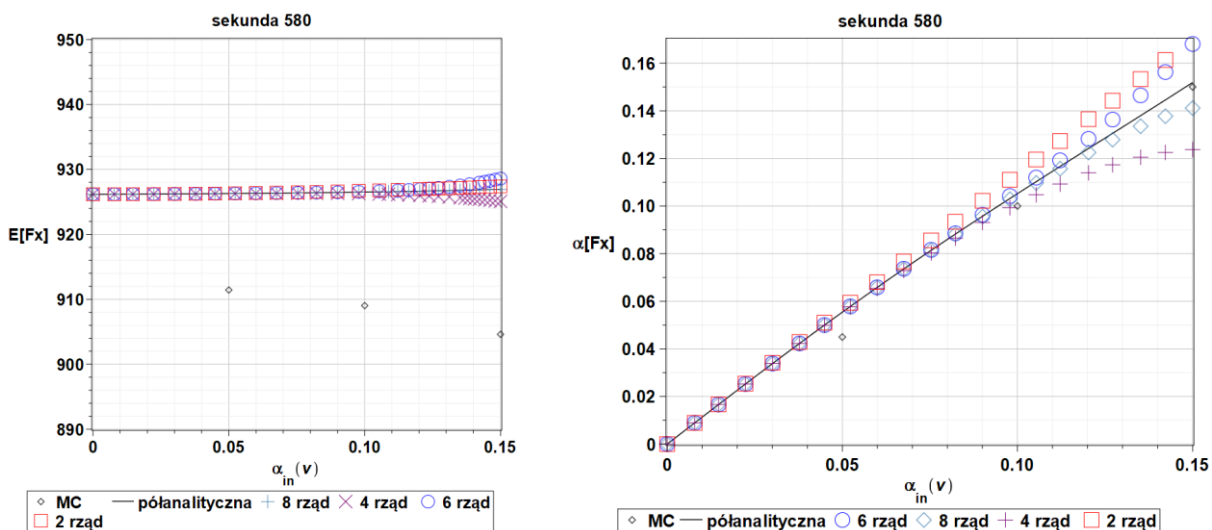


Rys. 5.20. Wariancja siły osiowej w ściskanym krawężniku dla sekundy 10 (po lewo) i 55 (po prawo)

Analiza powyższych wyników potwierdza wniosek wyciągnięty na podstawie tabeli 5.7 – rozrzut wyników w przypadku „ekstremalnej” sekundy 55 jest znaczny w porównaniu do punktów czasowych o wartościach umiarkowanych parametrów – różnica wartości oczekiwanych sięga kilku kiloniutonów przy wejściowym współczynniku wariancji równym 0,15, a rezultaty otrzymane dla różnych rzędów wielomianu zaczynają się różnić bardzo szybko (już przy małych wartościach rozrzutu losowego). Obserwując wyniki uzyskane dla sekundy o „umiarkowanych” wartościach odpowiedzi konstrukcji (sek. 10), widać dobrą zgodność prawie wszystkich rzędów metody perturbacyjnej i niewielkie różnice w wartościach oczekiwanych dla dowolnych wartości wejściowego współczynnika wariancji  $\alpha_{in}$ . Zjawisko to jest bardzo dobrze widoczne na wykresach wariancji przedstawionych na rys. 5.20. Widać tu niemal idealną zbieżność wyników dla różnych rzędów perturbacji obliczonych dla punktu czasowego o „umiarkowanej” wartości odpowiedzi konstrukcji, w zestawieniu z bardzo dużym ich

rozrzutem dla analogicznej odpowiedzi obliczonej dla sekundy „ekstremalnej”. Biorąc pod uwagę powyższe, zdecydowano się odrzucić punkty czasowe obciążone dużym błędem RMSE i przeprowadzić analizę SFEM jedynie dla dyskretnych momentów czasowych o „umiarkowanych” wartościach odpowiedzi konstrukcji. Przyjęto funkcję wielomianową dziewiątego rzędu jako wystarczająco dokładną dla zastosowanej metody SFEM (95% punktów czasowych o dobrej zgodności). Rysunki 5.21 – 5.22 prezentują podstawowe statystyki (wartości oczekiwane i współczynniki zmienności określone za pomocą metody perturbacyjnej rzędu ósmego, skośność i kurtoza – przy rozwinięciu do rzędu szesnastego) oraz wskaźniki niezawodności obliczone przy użyciu metody perturbacji stochastycznej ósmego rzędu.

Istotnym zagadnieniem było także sprawdzenie, czy zaproponowana metoda perturbacji stochastycznej może być stosowana w analizie SFEM nieliniowych problemów dynamicznych z losowym wzbudzeniem Gaussa. Wartości oczekiwane i współczynniki wariancji obserwowanych sił ściskających zostały obliczone przy zastosowaniu metody perturbacji stochastycznej drugiego, czwartego, szóstego i ósmego rzędu, a następnie porównane z wynikami otrzymanymi za pomocą symulacji Monte Carlo (MCS, 100 tys. prób losowych), oraz przy zastosowaniu metody półanalizycznej. Statystyki wyższych rzędów zostały obliczone również przy zastosowaniu metody perturbacyjnej rzędu dziesiątego. Wszystkie parametry statystyczne zostały przedstawione jako funkcje wejściowego współczynnika wariancji  $\alpha_{in}$ , reprezentującego statystyczne rozproszenie wejściowej, losowej prędkości wiatru. Porównanie wspomnianych metod zostało przedstawione dla sekundy 580, w której średnia wartość losowego parametru wejściowego jest największa i wynosi 44,0 m/s.

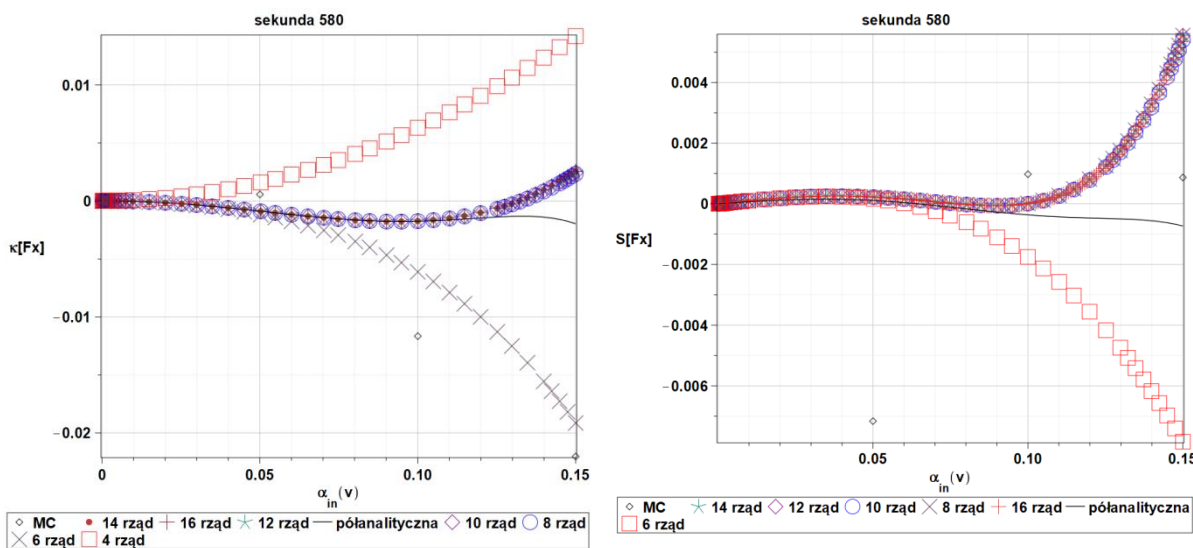


Rys. 5.21. Wartości oczekiwane (po lewo) i współczynniki wariancji (po prawo) siły normalnej dla sekundy 580

Różne numeryczne metody probabilistyczne zwracają prawie takie same wyniki w przypadku wartości oczekiwanych. Dotyczy to w szczególności perturbacji stochastycznej i podejścia półanalizycznego.



Różnice pomiędzy tymi dwiema metodami a symulacją Monte Carlo sięgają natomiast do ok. 2% przy maksymalnej wartości wejściowego współczynnika wariancji  $\alpha_{in}$  równego  $\alpha_{in} = 0,15$ . Wyjściowe współczynniki zmienności  $\alpha_{out}[F_x]$  zależą w przybliżeniu liniowo od wartości wejściowej  $\alpha_{in}$ , niezależnie od zastosowanej metody obliczeniowej. Rozwinięcie ósmego rzędu metody perturbacji stochastycznej wydaje się być odpowiednie dla całego analizowanego zakresu wejściowego współczynnika wariancji i daje właściwie te same rezultaty co metoda symulacji Monte Carlo i metoda półanalityczna.



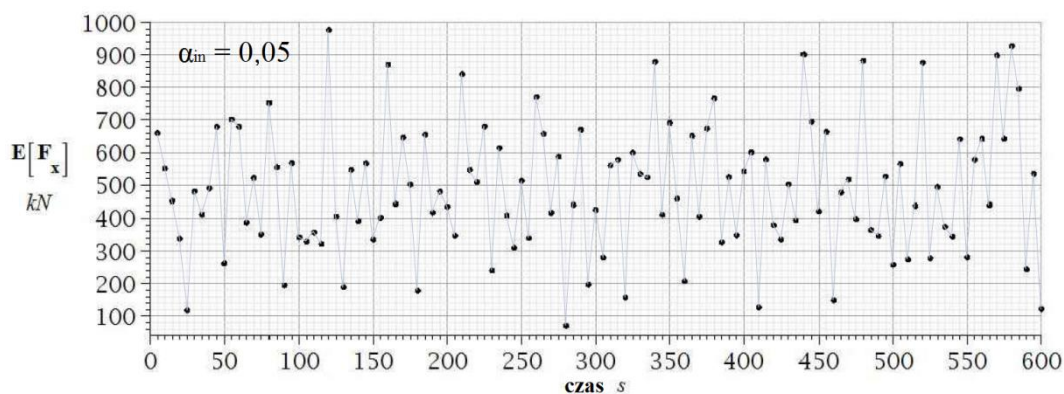
Rys. 5.22. Kurtოza (po lewo) i skośność (po prawo) siły normalnej w krawężniku wieży obliczona metodą perturbacyjną, metodą symulacji Monte Carlo oraz metodą półanalityczną

W przypadku zależności kurtოzy i skośności od wejściowego współczynnika zmienności, obserwowanych dla maksymalnej siły ściskającej, ich wartości uzyskane dla niezależnych metod numerycznych zaczynają się różnić przy wartości rozrzutu wejściowego  $\alpha_{in} = 0,10$ . Można zaobserwować, że wyniki otrzymane za pomocą stochastycznej analizy perturbacyjnej rzędu ósmego i wyższych są niemal idealnie zbieżne zarówno pomiędzy sobą, jak i z podejściem półanalitycznym oraz symulacją Monte Carlo, dla zakresu  $\alpha_{in} = (0,0; 0,10)$ . Podejścia perturbacyjne niższych rzędów nie są tak spójne z rozwiązaniami referencyjnymi. W obserwowanym przedziale wartości zarówno skośności jak i kurtოzy są bliskie zero, co pozwala na stwierdzenie, że wynikowa funkcja gęstości prawdopodobieństwa dla maksymalnych sił ściskających obserwowanych w krawężniku wieży może być traktowana jako symetryczna, a spłaszczenie rozkładu jest podobne do spłaszczenia rozkładu normalnego. Biorąc pod uwagę fakt, że w dalszej analizie niezawodności zaimplementowane zostaną jedynie dwa pierwsze momenty probabilistyczne (wartość oczekiwana i wariancja), można stwierdzić, że przeprowadzone porównanie różnych probabilistycznych technik obliczeniowych potwierdza zasadność zastosowania uogólnionej metody perturbacji stochastycznej w połączeniu z Metodą Elementów Skończonych do eksperymentu numerycznego uwzględniającego zagadnienia dynamiczne.

### 5.2.3.5. Szacowanie niezawodności

Jedną z ważniejszych informacji, jakie uzyskano z przeprowadzonego w pełnej skali eksperymentu jest ta, że najbardziej wrażliwym na zniszczenie elementem analizowanej wieży, poddanej obciążeniu quasi-statycznemu w założonym kierunku, jest ściskany krawężnik dolnego segmentu. Na tej podstawie przeprowadzoną analizę numeryczną oparto na założeniu, że o niezawodności konstrukcji decyduje nośność wybozeniowa krawężnika jej dolnego segmentu. W przypadku rozpatrywania wyłącznie nośności kratowego trzonu wieży, nie włączając do analizy nośności i stateczności jej fundamentów, założenie takie wydaje się być prawdopodobne.

Rys. 5.23 przedstawia wartości oczekiwane maksymalnej siły ściskającej  $E[F_x]$  w funkcji czasu, w obserwowanym przedziale 10 minut. Można zauważyć, że schemat zmienności w obserwowanym okresie jest bardzo zbliżony do funkcji wzbudzenia dynamicznego (zmienności prędkości w czasie).



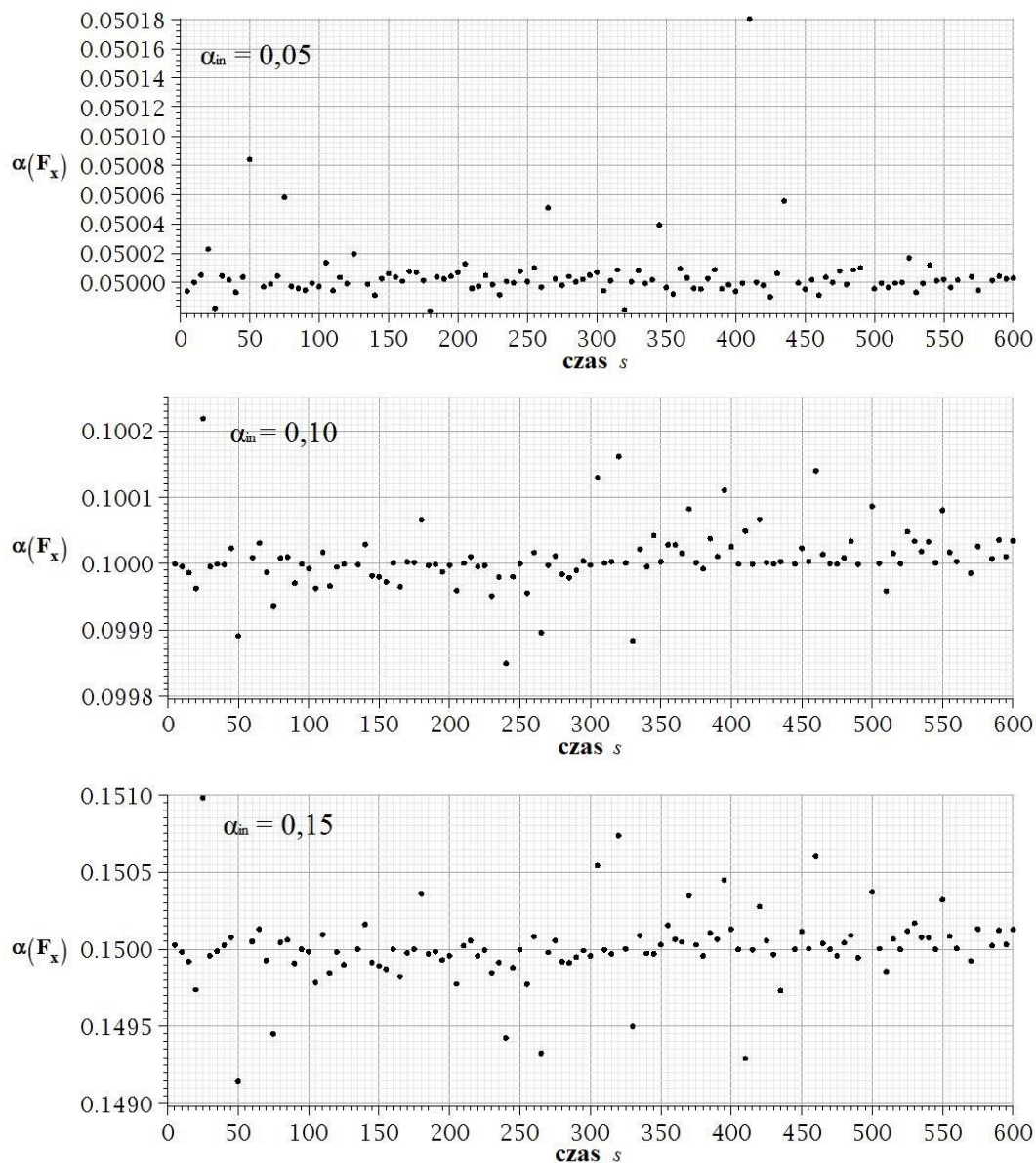
Rys. 5.23. Zależność wartości oczekiwanych sił osiowych w ściskanym krawężniku dolnego segmentu wieży  $E[F_x]$  od czasu (wartości określone dla współczynnika zmienności prędkości wiatru  $\alpha_{in}=0,05$ )

Bardzo istotny jest fakt, że analiza dynamiczna MES w rozpatrywanym spektrum czasu, w przeciwieństwie do podejścia quasi-statycznego, pozwala na obserwacje fluktuacji stanu naprężenia, uwzględniając również efekt poprzedzającego punktu czasowego. Zdecydowanie wzbogaca to obserwacje odpowiedzi konstrukcji, w szczególności przy podejściu stochastycznym. Można również zauważyć, że zmienność prędkości wiatru w czasie  $\Delta V$  znacząco wpłynęła na wartości oczekiwane ekstremalnych sił ściskających – największa wartość oczekiwana siły ściskającej osiągnęła ok. 980,0 kN (125 i 580 sekunda), podczas gdy jej minimalna wartość jest ponad dziesięciokrotnie mniejsza i wynosi ok. 70 kN (280 sekunda). Przedstawione wyniki uzyskano dla wejściowego współczynnika wariancji prędkości wiatru  $\alpha_{in} = 0,05$ , co należy rozumieć jako 5% zmienność (odchylenie od średniej) prędkości wiatru w każdym obserwowanym punkcie czasu (założenie to dotyczy wszystkich kolejnych rezultatów). Nie ma dużej różnicy w wartościach oczekiwanych przy wzrastającym parametrze  $\alpha_{in}$ , dlatego też zdecydowano się przedstawić jedynie wykres dla  $\alpha_{in} = 0,05$ .

Zmienność wyników w wybranym spektrum czasowym jest rezultatem głównie rozrzutu statystycznego prędkości w czasie. Można zatem stwierdzić, że oddziaływanie wiatrem o dużej

zmienności prędkości w krótkim czasie powoduje znaczne odchylenia od wartości średnich naprężeń w elementach konstrukcyjnych, zbliżone do ich rzeczywistej wytrzymałości.

Na rys. 5.24 zaprezentowano wykresy wyjściowego współczynnika zmienności siły osiowej w krawężniku  $\alpha_{out}(F_x)$ , obliczonego dla trzech różnych wartości współczynnika wejściowego  $\alpha_{in}$ .



Rys. 5.24. Relacja pomiędzy współczynnikiem wariancji siły osiowej w ściskanym krawężniku dolnego segment wieży  $\alpha_{out}[F_x]$  i czasem, obliczona dla wejściowego współczynnika zmienności  $\alpha_{in} = 0,05$  (na górze),  $\alpha_{in} = 0,10$  (pośrodku),  $\alpha_{in} = 0,15$  (na dole)

Analizując współczynnik wariancji  $\alpha_{out}[F_x]$  jako funkcję losowej prędkości wiatru można stwierdzić, że ich wzajemna zależność może być z dobrą dokładnością określona jako liniowa w podejściu globalnym, tj. analizując całe spektrum czasowe, w zakresie  $[0,0; 0,15]$ . Widocznym jest, że dla parametru  $\alpha_{in} = 0,05$  wartości współczynnika zmienności siły osiowej w krawężniku  $\alpha_{out}$  również

oscylują wokół tej wartości. Podobnie sytuacja wygląda w przypadku dwóch pozostałych analizowanych wartości parametru  $\alpha_{in}$ . Rozpatrując powyższe wykresy lokalnie, tj. obserwując poszczególne punkty czasowe osobno, można zauważyć, że nie wszystkie odpowiadają liniowej zależności.

W przeciwieństwie do wartości oczekiwanych ekstremalnych sił ściskających, widmo wiatru nie przekłada się bezpośrednio na kształt wykresu wyjściowego współczynnika zmienności.

Głównym celem przykładu numerycznego było przeprowadzenie obliczeniowej oceny poziomu niezawodności konstrukcji (bądź inaczej oceny prawdopodobieństwa jej awarii), poprzez określenie niezawodności metodami zarówno pierwszego jak i drugiego rzędu (*First Order Reliability Method* i *Second Order Reliability Method* -  $\beta_{FORM}$  i  $\beta_{SORM}$ ).

Zaproponowano następującą funkcję stanu granicznego, która reprezentuje nośność wieży poddanej losowym obciążeniom wiatrem, przy założeniu, że nośność wybozeniowa krawężnika jest kluczowa:

$$g = F_{b,ex} - F_x, \quad (5.9)$$

gdzie  $F_{b,ex}$  jest eksperymentalną nośnością wybozeniową krawężnika,  $F_x$  to natomiast siła ściskająca występująca w elemencie. Wskaźnik niezawodności zgodnie z metodą niezawodności pierwszego rzędu (FORM) jest definiowany jako odwrotność marginesu bezpieczeństwa, co w tym przypadku sprowadza się do wyrażenia:

$$\beta_{FORM} = \frac{E[F_{b,ex}] - E[F_x]}{\sqrt{\sigma^2[F_{b,ex}] + \sigma^2[F_x]}}, \quad (5.10)$$

gdzie  $E[F_{b,ex}]$  oznacza wartość oczekiwaną eksperymentalnej nośności wybozeniowej,  $E[F_x]$  jest wartością oczekiwaną siły osiowej w krawężniku, odpowiadającą losowej prędkości wiatru, a  $\sigma[F_{b,ex}]$  i  $\sigma[F_x]$  są wartościami odchyłeń standardowych powyższych zmiennych.

Wskaźnik niezawodności szacowany zgodnie z metodą drugiego rzędu (SORM) obliczono wykorzystując następujące wyrażenie:

$$\beta_{SORM} = -\Phi^{-1}(P_{f2}), \quad (5.11)$$

gdzie  $P_{f2}$  oznacza prawdopodobieństwo awarii dla gaussowskiego rozkładu prawdopodobieństwa  $\Phi$ , opisane funkcją zależną od  $\beta_{FORM}$ , wyrażoną za pomocą następującej zależności:

$$P_{f2} = \frac{\Phi(\beta_{FORM})}{\sqrt{1 + \beta_{FORM} \kappa}}, \quad (5.12)$$

gdzie  $\kappa$  jest krzywizną funkcji granicznej  $g$  (powierzchni), zwykle definiowanej jako:

$$\kappa = \frac{\frac{\partial^2 g}{\partial v^2}}{\left(1 + \left(\frac{\partial g}{\partial v}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}, \text{ gdzie } \kappa > \begin{cases} -1 \\ \Phi(-\beta_{FORM}) \\ -1 \\ \beta_{FORM} \end{cases}. \quad (5.13)$$

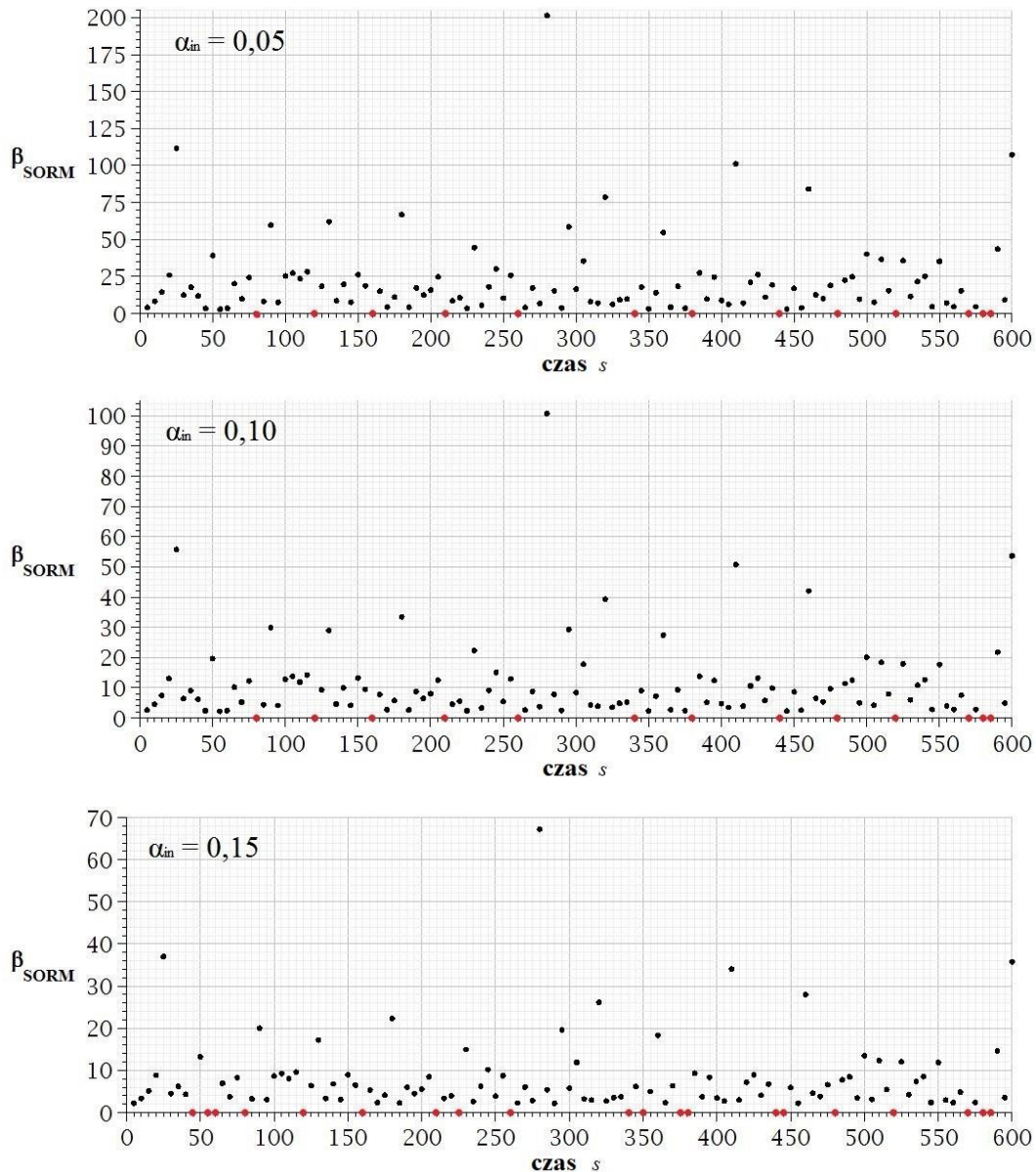
Główną trudność stanowiło zjawisko gwałtownych wahań wskaźników niezawodności w czasie, będące efektem dużego rozproszenia prędkości wiatru w analizowanym spektrum. Nośność wybozeniowa elementów konstrukcji użyta do obliczeń została określona na podstawie badania niszczonego wieży w pełnej skali, poddanej obciążeniu quasi-statycznemu (nośność eksperymentalna). Parametry mechaniczne i ich statystyki potrzebne w analizie stochastycznej MES zostały zaczerpnięte z przeprowadzonych testów laboratoryjnych (omówionych w Rozdziale 3).

Wartość oczekiwaną nośności wybozeniowej krawężnika w dolnym segmencie wieży przyjęto jako średnią arytmetyczną z wartości sił przekrojowych w punktach pomiarowych 2 i 3 (Rozdział 3, Tabela 3.3) - 808,3 kN, a jej odchylenie standardowe jako procentową różnicę pomiędzy poszczególnymi pomiarami, równą 9%. Procedura prowadząca do obliczeń wszystkich probabilistycznych charakterystyk odpowiedzi konstrukcji wraz ze wskaźnikami niezawodności FORM i SORM została zaimplementowana w systemie algebry komputerowej MAPLE 2016, gdzie rozwiązane zostały również wszystkie równania metody perturbacji stochastycznej. Rys. 5.25 przedstawia zależność wskaźnika niezawodności  $\beta_{SORM}$  od czasu dla wybranych wejściowych wartości współczynników zmienności.

Podczas analizy niezawodności konstrukcji po raz kolejny widoczny jest wpływ charakteru widma wiatru w czasie. Warunki obciążenia przyjęte do obliczeń znacznie przekraczają zakresy określone w normach inżynierskich. Pierwsze przekroczenie wartości progowej (*First Excursion*) pojawiło się w sekundzie 80, podczas gdy ilość punktów czasowych, w których poziom niezawodności osiągnął wartość  $\beta_{SORM} = 0,0$  przedstawia się następująco: dla parametru  $\alpha_{in} = 0,05$  poziom progowy został osiągnięty 13 razy, dla  $\alpha_{in} = 0,10$  - również 13 razy, natomiast w przypadku wejściowego parametru zmienności  $\alpha_{in} = 0,15$  - 20 razy. Widać zatem, że pomimo dwukrotnego wzrostu wartości wejściowego współczynnika zmienności (z  $\alpha_{in} = 0,05$  na  $\alpha_{in} = 0,10$ ) poziom progowy został przekroczony w jednakowej ilości punktów czasowych. Rozrzut poziomu niezawodności w całym obserwowanym przedziale czasu jest dość duży, ale należy zauważyć, że wpływają na niego silnie wahania wejściowego procesu losowego. Efekt zmienności w poszczególnych momentach czasowych jest widoczny również na rys. 5.26.

Zestawiono tu zależne od czasu wartości oczekiwane sił ściskających w krawężniku wieży  $E[F_x]$  (dla  $\alpha_{in} = 0,05$ ) z jego eksperymentalną nośnością wybozeniową (zaznaczoną czerwoną linią). Maksymalna wartość oczekiwana siły ściskającej jest większa niż nośność badanego elementu konstrukcyjnego w dziewięciu dyskretnych punktach czasu (zaznaczone czerwonymi kwadratami na

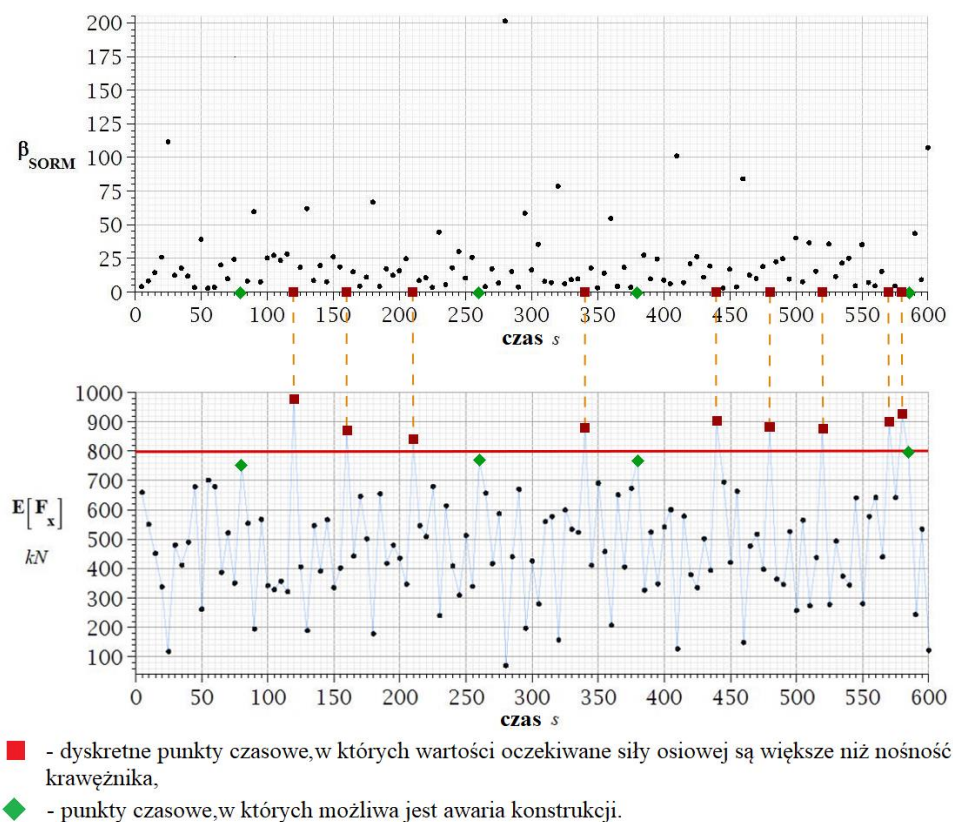
dolnym wykresie). Obserwacja wskaźników niezawodności, na które wpływa krótkotrwały rozrzut ciśnienia wiatru pozwala stwierdzić, że w analizowanym przedziale czasu istnieje aż 13 punktów czasowych ( $\beta_{SORM} = 0$ ), w których prawdopodobna jest awaria konstrukcji (zaznaczone zielonymi rombami i czerwonymi kwadratami). Można zatem przypuszczać, że stochastyczny charakter wzbudzenia wiatrem oraz rozrzut statystyczny obciążenia zewnętrznego powinny być uwzględniane w analizie niezawodności konstrukcji tego rodzaju.



Rys. 5.25. Zależność pomiędzy wskaźnikiem niezawodności  $\beta_{SORM}$  i czasem, obliczona dla wejściowego współczynnika zmienności  $\alpha_{in} = 0,05$  (na górze),  $\alpha_{in} = 0,10$  (pośrodku),  $\alpha_{in} = 0,15$  (na dole)

Zastosowana w zadaniu procedura pozwala na uzyskanie dynamicznej odpowiedzi konstrukcji, uwzględniającej niepewność obciążeń oraz wymagania dotyczące poziomu bezpieczeństwa. W przeciwieństwie do powszechnie stosowanej w praktyce inżynierskiej tradycyjnej metody, wykorzystującej statyczny odpowiednik ciśnienia wiatru, nie ma konieczności stosowania tu

dotychczasowych mnożników. Procedurę tą można wykorzystać dla dowolnej lokalizacji wieży, stosując odpowiednie widmo wiatru oraz przyjmując dowolne kryteria niezawodności konstrukcji.



Rys. 5.26. Wartości oczekiwane sił osiowych w ściskanym krawężniku dolnego segmentu wieży  $E[F_x]$  w zestawieniu ze wskaźnikami niezawodności  $\beta_{SORM}$  dla całego obserwowanego spektrum czasu (wartości określone dla współczynnika zmienności prędkości wiatru  $\alpha_{in} = 0,05$ )

Przeprowadzona tu probabilistyczna analiza numeryczna potwierdza, że uogólniona technika perturbacji stochastycznej, zaimplementowana jako stochastyczna metoda elementów skończonych, jest skuteczna w komputerowym modelowaniu konstrukcji inżynierskich wykazujących geometryczne nieliniowości i losowe wzbudzenia wywołane przez wiatr. Pierwsze dwa momenty probabilistyczne, będące podstawą obliczeń wskaźnika niezawodności, mają bardzo dobrą zbieżność z tradycyjnymi, referencyjnymi metodami: symulacją Monte Carlo i metodą półanalityczną – rozwinięcia ósmego rzędu zwracają wszystkie cztery momenty probabilistyczne i współczynniki z zadowalającą dokładnością, przy wejściowym współczynniku wariancji  $\alpha_{in} < 0,10$ . Rozwiązanie probabilistyczne otrzymane przy użyciu statystycznie zoptymalizowanej funkcji odpowiedzi pokazuje, że do uzyskania efektywnego przybliżenia podstawowych momentów probabilistycznych niezbędne jest zastosowanie bazy wielomianowej wyższego rzędu (w tym przypadku dziewiątego rzędu). Istotnym jest, że zaproponowane podejście numeryczne może być z powodzeniem wykorzystane w praktyce inżynierskiej, jako stosunkowo proste w zastosowaniu. Jest to szczególnie użyteczne w tych przypadkach, gdzie razem z funkcjami obciążenia w czasie dysponuje się statystykami eksperymentalnymi właściwościami mechanicznymi i parametrami geometrycznymi. **Pełnoskalowe**

badania niszczące pomogły w zrozumieniu mechanizmu zniszczenia analizowanej konstrukcji wieżowej, a także identyfikacji „najsłabszego ogniwa”, co było bardzo przydatne w tworzeniu, rozwoju i kalibracji modelu MES wieży. Zaprezentowany algorytm obliczeniowy został dzięki nim niewątpliwie wzbogacony, nie są one jednak niezbędne do przeprowadzenia analizy.

### **5.3. Niezawodność stalowej, kratowej wieży telekomunikacyjnej określona w oparciu o nośność węzłów**

#### **5.3.1. Połączenia kołnierzowe w konstrukcjach wieżowych**

Kształtowniki rurowe okrągłe i pręty pełne są często stosowane jako główne elementy nośne w popularnych typach wież telekomunikacyjnych. Ze względu na znaczną wysokość konstrukcji wieżowych należy je podzielić na segmenty (z uwagi na ograniczenia produkcyjne, transportowe oraz montażowe) i zmontować na placu budowy. Do łączenia poszczególnych segmentów stosuje się śrubowe połączenia kołnierzowe (*Circular flanged bolted connections - CFBC*). Fakt ten jest jednym z powodów, dla których zachowanie węzłów CFBC oraz ich wpływ na odpowiedź konstrukcji są tak ważnymi zagadnieniami w odniesieniu do wież telekomunikacyjnych.

W przeciwieństwie do wielu analiz niezawodności wysokich, lekkich i smukłych konstrukcji stalowych poddanych wzbudzeniu dynamicznemu, które zwykle biorą pod uwagę wpływ wielu zmiennych losowych o różnych rozkładach prawdopodobieństwa, a także ich korelacje (przede wszystkim średnią prędkość i kierunek wiatru [Deoliya i Datta, 2000]), analiza obliczeniowa opisana w niniejszym podrozdziale miała na celu oszacowanie niezawodności wieży telekomunikacyjnej przy założeniu, że elementami determinującymi nośność konstrukcji są jej rozciągane węzły. Biorąc pod uwagę powyższe, podobnie jak w przypadku analizy omówionej w podrozdziale 5.2, uproszczono rozważania zakładając, że wpływ niepewności kierunku wiatru można pominąć, ponieważ znany jest najmniej korzystny kierunek wiatru dla wieży trójkątnej, powodujący występowanie maksymalnych sił rozciągających w jednym z krawężników, a tym samym maksymalnych sił rozciągających w węzłach.

Uszkodzenie jednego z węzłów nie spowoduje natychmiastowego zniszczenia całej konstrukcji, ale wpłynie na jej pracę i rozkład naprężeń pod obciążeniem. W rezultacie może nastąpić znaczny wzrost przemieszczeń wierzchołka wieży (jeden z krawężników nie będzie odpowiednio przymocowany do dolnej części wieży) i uszkodzenie pozostałych dwóch krawężników, które zostaną uszkodzone poprzez nadmierne wygięcie. Zdeformowana konstrukcja nie przenosi prawidłowo obciążeń, co może doprowadzić do zniszczenia wieży (awarii). Mając na uwadze zastosowanie wież telekomunikacyjnych istotnym jest, aby ich przemieszczenia i obrót były jak najmniejsze, w przeciwnym razie znajdujące się na konstrukcji anteny mogą utracić łączność z pobliskimi bazowymi stacjami nadawczo-odbiorczymi.



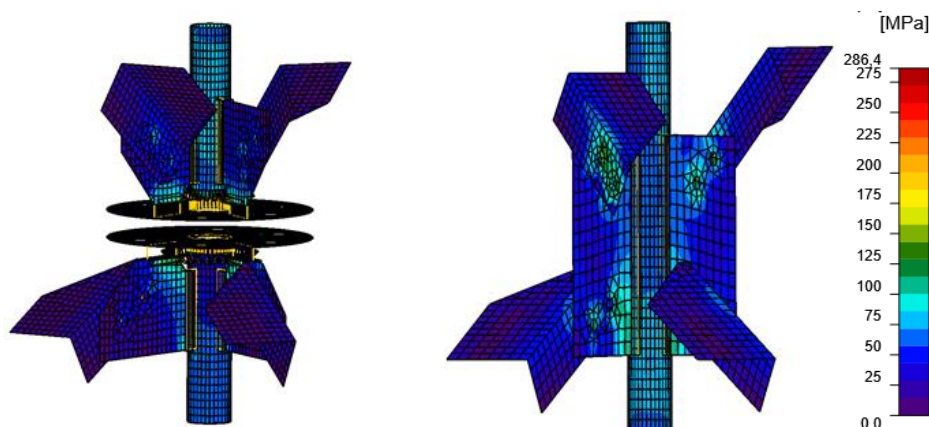
Opisany w niniejszym podrozdziale eksperyment numeryczny poświęcony jest analizie dynamicznej konstrukcji wieży telekomunikacyjnej, wykonanej przy zastosowaniu metody elementów skończonych oraz uogólnionej metody perturbacji stochastycznej. Celem eksperymentu było określenie wskaźników niezawodności (FORM i SORM) w funkcji czasu, bazujących na niezawodności rozciąganych węzłów, przy dynamicznym wzbudzeniu wiatrem.

### 5.3.2. Analiza numeryczna

Opisany w Rozdziale 3 eksperyment wieży telekomunikacyjnej przeprowadzony w pełnej skali miał na celu uzyskanie maksymalnych sił ściskających w jednym z krawężników wieży, powodując tym samym utratę nośności konstrukcji na skutek wyboczenia ściskanego elementu. Dla tak założonego kierunku obciążenia siły rozciągające rozdzielone zostały na dwa pozostałe krawężniki wieży. Z obserwacji połączeń po przeprowadzonym badaniu wynika, że węzły pozostały w stanie nienaruszonym (fot. 5.1).



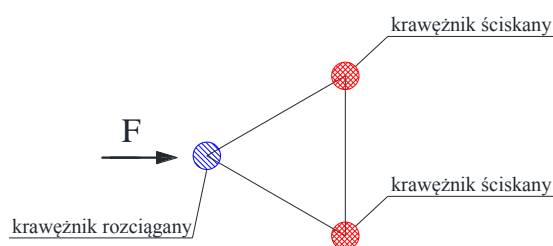
Fot. 5.1. Rozciągane węzły po przeprowadzonym eksperymencie w pełnej skali: połączenie pomiędzy segmentem S-6 i S-7 (po lewo) oraz połączenie krzyżulców z krawężnikiem w segmencie S-7 (po prawo)



Rys. 5.27. Mapy naprężeń uzyskane dla eksperymentalnych sił rozciągających: 490,5 kN dla węzła pomiędzy segmentami S-6 i S-7, 589,6 kN w połączeniu krzyżulców z krawężnikiem w połowie segmentu S-7

Fotografie węzłów zestawiono z ich modelami (rys. 5.27), obrazującymi stan naprężenia uzyskany dla sił eksperymentalnych w jednym z rozciąganych krawężników wieży (przebieg analizy przeprowadzonej na elementach powierzchniowych opisano w podrozdziale 5.3.2.1). Można na tej podstawie stwierdzić, że poziom niezawodności obserwowanych podczas testów w pełnej skali połączeń jest satysfakcjonujący.

Chcąc wykonać pełną analizę konstrukcji, uwzględniającą również wytrzymałość jej połączeń, należałoby rozważyć kierunek wiatru o przeciwnym zwrocie – powodujący występowanie maksymalnych sił rozciągających w jednym z krawężników wieży, a tym samym maksymalnych sił rozciągających w węzłach konstrukcji – obciążenie najmniej korzystne dla pracy połączeń CFBC. Taki kierunek obciążenia – odwrócony w stosunku do pełnoskalowego testu o  $180^\circ$ , został wprowadzony do symulacji komputerowej (rys. 5.28).

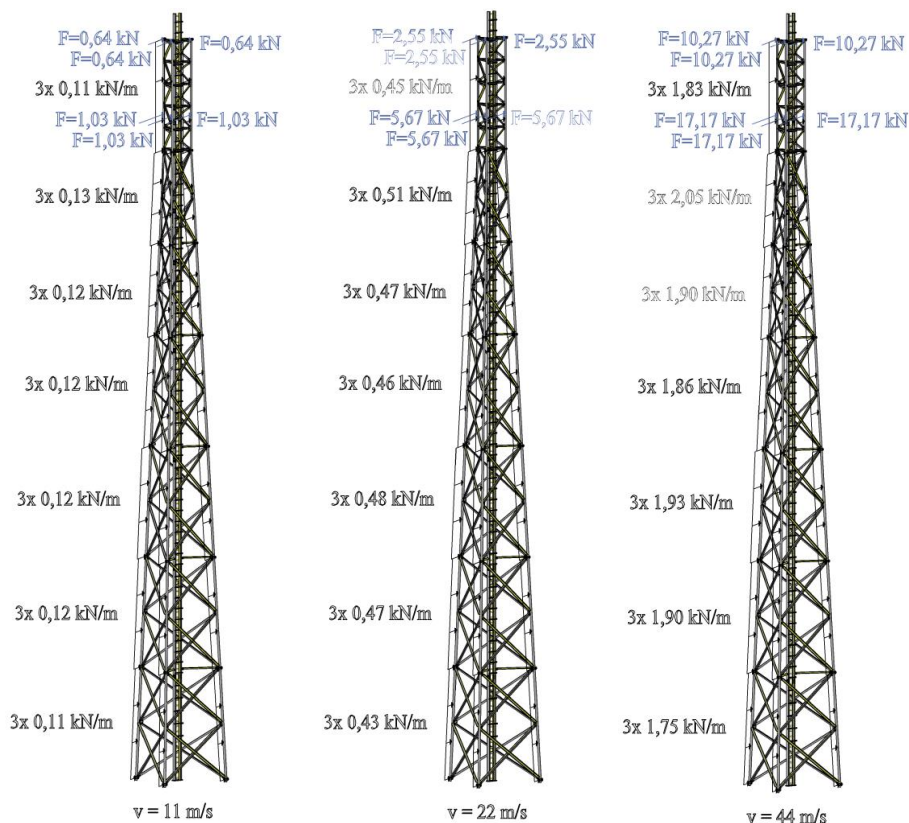


Rys. 5.28. Kierunek obciążenia zamodelowany w symulacji dynamicznej

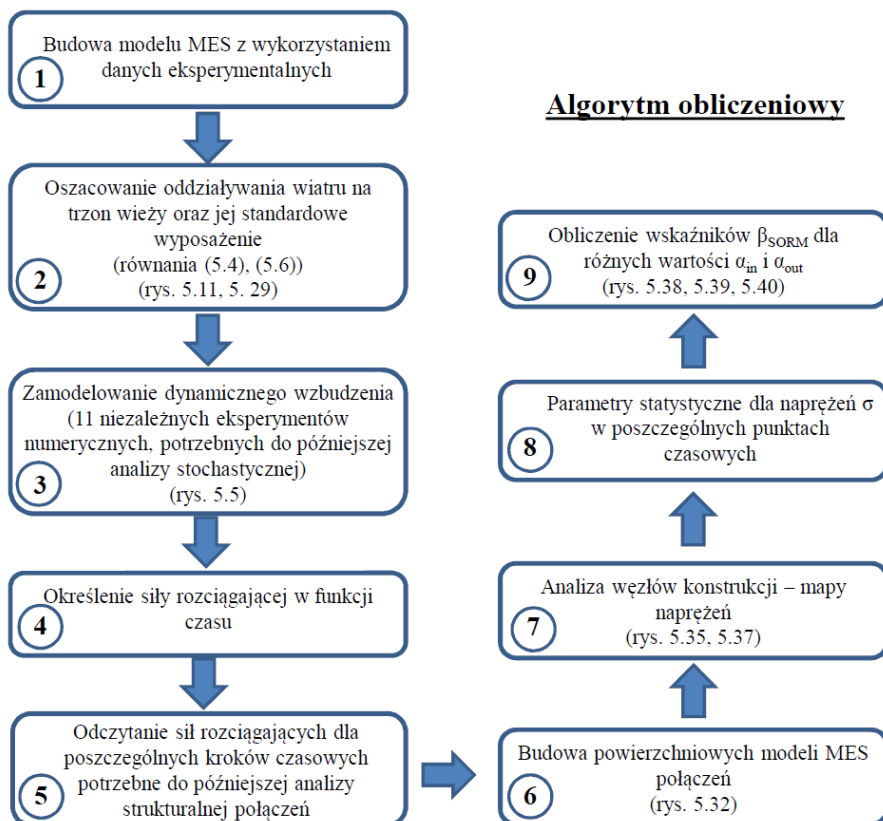
Podobnie jak w przykładzie numerycznym omówionym w podrozdziale 5.2, punktem wyjścia i podstawą do kalibracji modelu obliczeniowego całej wieży były badania konstrukcji w pełnej skali (uwzględniono podatność podpór, imperfekcje geometryczne krawężników oraz parametry mechaniczne stali konstrukcyjnej uzyskane na podstawie badań laboratoryjnych w statycznej próbie rozciągania; Rozdział 3). Została tu także zastosowana opisana w podrozdziale 5.2 procedura szacowania niezawodności, której efektem końcowym są wskaźniki niezawodności określone metodą pierwszego i drugiego rzędu ( $\beta_{FORM}$  i  $\beta_{SORM}$ ), określone w funkcji czasu. Przeprowadzona zgodnie z algorytmem BFGS analiza dynamiczna MES, z uwzględnieniem wpływu nieliniowości geometrycznych (analiza P- $\Delta$ ) również jest analogiczna.

Oddziaływanie wiatru na trzon wieży oraz sprzęt telekomunikacyjny i konstrukcje wsporcze (przyjęto konfigurację identyczną jak zaprezentowana na rys. 5.11) zostało oszacowane, podobnie jak w eksperymencie numerycznym omówionym w podrozdziale 5.2, na podstawie Eurokodów [PN-EN 1993-3-1, PN-EN 1991-1-4]. Różnicą jest jedynie kierunek działającego obciążenia. Zaimplementowane w modelu numerycznym oddziaływania dla różnych prędkości wiatru zaprezentowano na rys. 5.29.

Rysunek 5.30 prezentuje algorytm przeprowadzonego eksperymentu numerycznego. Jak wcześniej wspomniano, większość kroków podjętych w niniejszej analizie jest analogiczna do tych, które omówiono w podrozdziale 5.2, dlatego też zdecydowano się skupić jedynie na przeanalizowaniu modelowania węzłów, które jest zagadnieniem nowym.



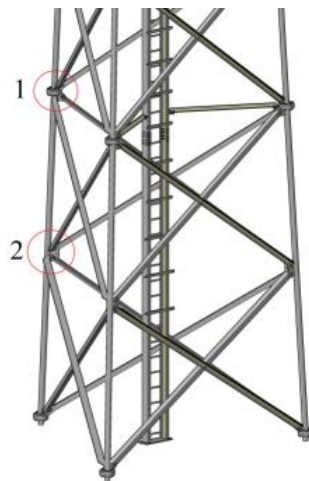
Rys. 5.29. Obciążenie wiatrem oszacowane dla różnych wartości prędkości wiatru



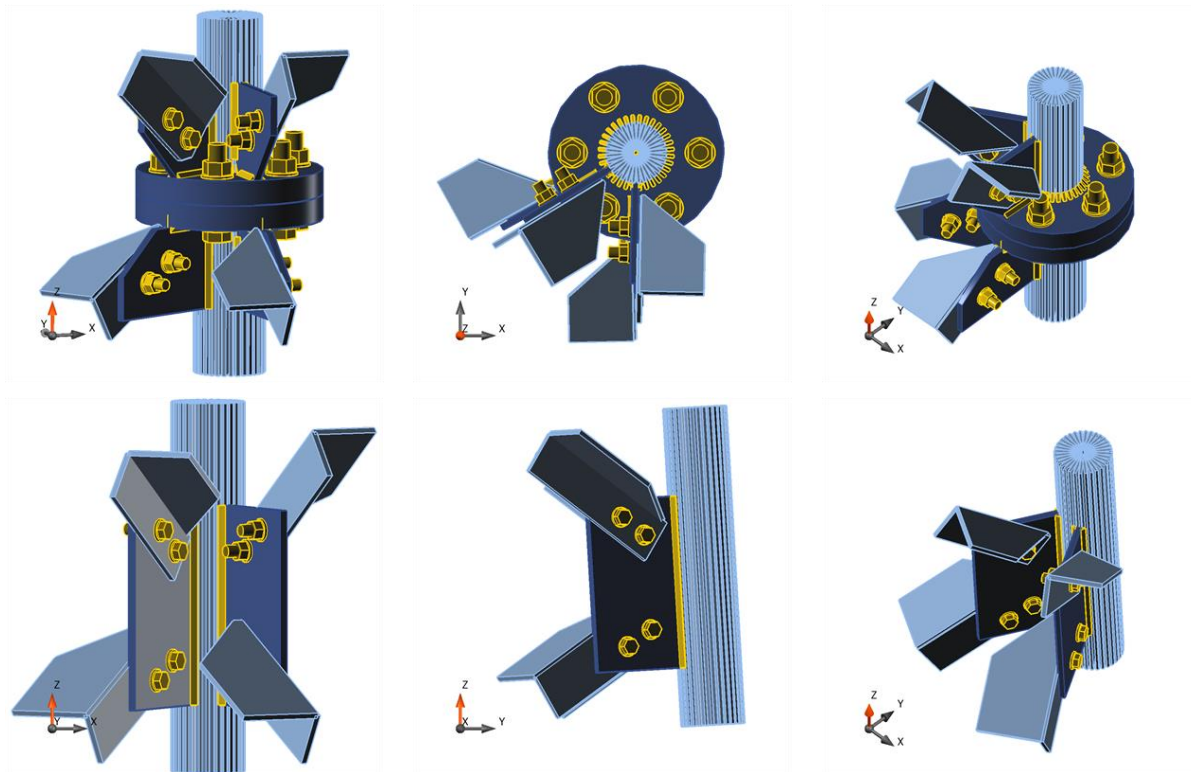
Rys. 5.30. Algorytm procedury obliczeniowej zastosowanej w przykładzie numerycznym

### 5.3.2.1. Modelowanie węzłów konstrukcji

Siły wewnętrzne uzyskane w analizie dynamicznej posłużyły jako dane wejściowe do stworzenia modeli numerycznych złączy konstrukcyjnych CFBC w komercyjnym oprogramowaniu IDEA StatiCa. Obliczenia wykonano dla dwóch rozciąganych węzłów dolnego segmentu wieży: połączenia łączącego krawężniki segmentów S-6 i S-7 (połączenie nr 1) oraz połączenia pośredniego, znajdującego się w połowie segmentu S-7, łączącego krawężnik ze skratowaniem (połączenie nr 2). Lokalizacje połączeń oraz ich modele geometryczne przedstawiono odpowiednio na rys. 5.31 i 5.32.



Rys. 5.31. Analizowane węzły w segmencie S-7



Rys. 5.32. Geometria modeli połączeń: nr 1 (na górze) i nr 2 (na dole)

Analiza strukturalna połączeń jest zagadnieniem złożonym i wymaga szczególnej uwagi [Idea Statica, 2016]. W rzeczywistości wyniki uzyskane z analizy liniowej są właściwie bezużyteczne przy obliczeniach połączeń. Ich zachowanie jest nieliniowe i nieliniowości te należy wziąć pod uwagę, m. in. uplastycznienie blach węzłowych, kontakt pomiędzy kołnierzami, pracę śrub czy spoin. W niniejszym przykładzie numerycznym zastosowano do obliczeń Metodę Elementów Skończonych bazującą na komponentach połączenia (*The component-based FEM – CBFEM*). Używana jest ona bardzo często i pozwala traktować połączenie jako system powiązanych ze sobą elementów, tzw. komponentów. Dla każdego typu złącza został zbudowany odpowiedni model, w celu określenia sił i naprężeń występujących w każdym jego elemencie. Każdy komponent sprawdzany jest osobno, za pomocą odpowiednich formuł.

Poszczególne elementy połączeń zostały podzielone na płyty. Zastosowano czterowęzłowe, czworokątne elementy powłokowe z węzłami w narożnikach, przy czym każdy węzeł charakteryzował się sześcioma stopniami swobody: trzema przemieszczeniami ( $u_x, u_y, u_z$ ) i trzema obrotami ( $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ ). Materiał został zamodelowany jako nieliniowy, sprężysto-plastyczny z umocnieniem, zgodnie z [PN-EN 1993-1-5]. Zachowanie materiału opiera się na kryterium plastyczności von Misesa – zakłada się, że materiał jest sprężysty przed osiągnięciem granicy plastyczności  $f_y$ .

Elementy ciągłe, które są elementami nośnymi (krawężniki) zostały podparte tylko na jednym końcu (dolnym). Połączenie obciążono siłą, którą zdefiniowano w węźle. Siła jest przenoszona za pomocą sztywnych połączeń do węzłów końcowego przekroju. W metodzie CBFEM śruby przy ścinaniu i rozciąganiu są elementami opisanymi przez nieliniowe sprężyny. Śruba rozciągana jest reprezentowana przez sprężynę z początkową sztywnością osiową, projektową wytrzymałością, inicjalizacją uplastycznienia i zdolnością do odkształcania. Przy początku uplastycznienia i odkształcania przyjmuje się, że plastyczne deformacje pojawiają się tylko w gwintowanej części trzonu śruby. Siła na początku uplastycznienia jest równa:

$$F_{y,ini} = f_{y,b} \cdot A_t, \quad (5.14)$$

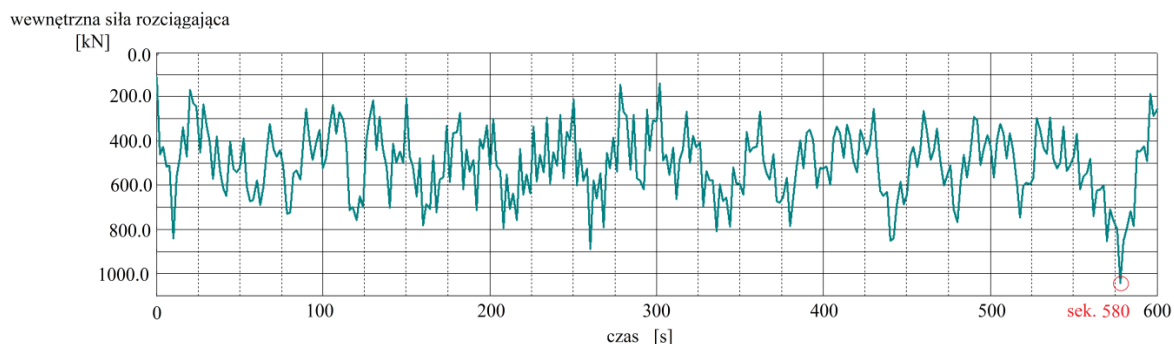
gdzie  $f_{yb}$  jest granicą plastyczności, a  $A_t$  polem powierzchni rozciąganej śruby. Połączenia zamodelowane zostały jako niesprężane.

Kryterium Stanu Granicznego Nośności (*Ultimate Limit State*) dla obszarów niewrażliwych na wyboczenie jest osiągnięcie wartości granicznej głównego odkształcenia powłoki. Rzeczywiste naprężenie i odkształcenie uzyskane zostało za pomocą następujących wzorów:

$$\begin{aligned} \sigma_{true} &= \sigma (1 + \varepsilon), \\ \varepsilon_{true} &= \ln (1 + \varepsilon), \end{aligned} \quad (5.15)$$

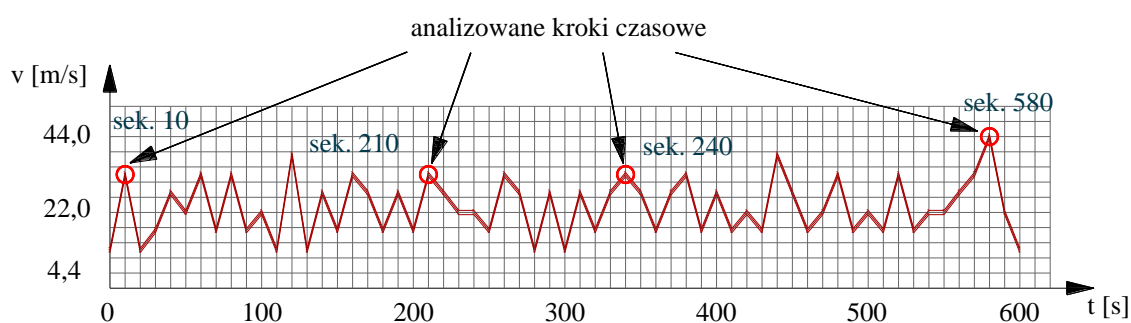
gdzie  $\sigma_{true}$  jest rzeczywistym naprężeniem,  $\varepsilon_{true}$  rzeczywistym odkształceniem,  $\sigma$  jest naprężeniem nominalnym, a  $\varepsilon$  nominalnym odkształceniem. Określenie zachowania się powłoki opiera się na

badaniu przeprowadzonym przez Ibrahimbegovica [Ibrahimbegovic i inni, 1990]. Powłoka została podzielona na pięć punktów całkowania wzdłuż wysokości płyty, a zachowanie plastyczne było analizowane w każdym z nich (całkowanie Gaussa-Lobatto) [Idea Statica, 2016].



Rys. 5.33. Wykres sił wewnętrznych występujących w węźle nr 1 w analizowanym przedziale czasu

Nieliniowa faza sprężysto-plastyczna materiału była analizowana w każdej warstwie w oparciu o znane odkształcenia. Parametry mechaniczne stali zostały przyjęte na podstawie przeprowadzonych badań laboratoryjnych – prób statycznego rozciągania elementów konstrukcyjnych badanej w pełnoskalowym eksperymencie wieży: wartość oczekiwana modułu Younga równa  $E[E] = 205,11$  GPa, wartość oczekiwana granicy plastyczności równa  $E[f_y] = 286,37$  MPa. Wartości zaimplementowanych do modeli węzłów sił wewnętrznych (maksymalna wartość siły wewnętrznej odpowiadająca maksymalnej wartości prędkości wiatru, rys. 5.33) zostały uzyskane bezpośrednio z globalnej analizy dynamicznej (całej konstrukcji) i przyjęte jak dla sekundy 580, oraz dla sekund odpowiednio 10, 210 i 340, gdzie wartości oczekiwane prędkości wiatru są takie same, tj. równe 33 m/s ( $E[v] = 33,0$  m/s) (rys. 5.34).



Rys. 5.34. Rozważane punkty czasowe analizowanego przedziału

### 5.3.2.2. Analiza niezawodności

Zaproponowano następującą funkcję stanu granicznego, która reprezentuje nośność wieży poddanej losowym obciążeniom wiatrem, przy założeniu, że nośność połączeń jest kluczowa:

$$g = \sigma_{b,ex} - \sigma_x, \quad (5.16)$$

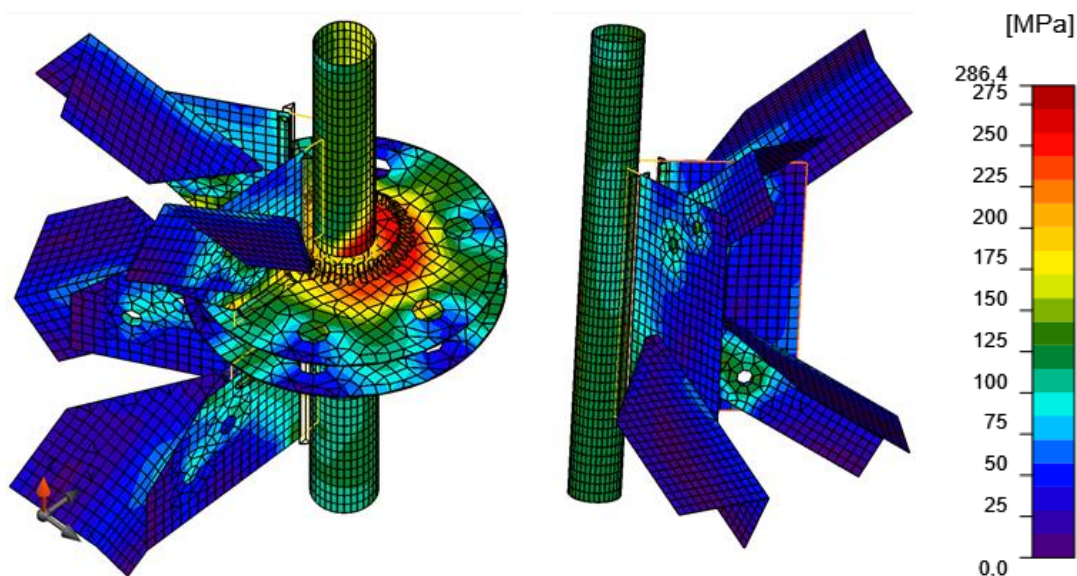
gdzie  $\sigma_{b,ex}$  jest granicą plastyczności uzyskaną na podstawie badań laboratoryjnych,  $\sigma_x$  to natomiast naprężenia występujące w rozciąganych połączeniach. Wskaźnik niezawodności pierwszego rzędu (FORM) sprowadza się w tym przypadku do wyrażenia:

$$\beta_{FORM} = \frac{E[\sigma_{b,ex}] - E[\sigma_x]}{\sqrt{s^2[\sigma_{b,ex}] + s^2[\sigma_x]}}, \quad (5.17)$$

gdzie  $E[\sigma_{b,ex}]$  oznacza wartość oczekiwaną eksperymentalnej granicy plastyczności,  $E[\sigma_x]$  jest wartością oczekiwaną naprężeń w rozciągającym złączu, odpowiadającą losowej prędkości wiatru, a  $s[\sigma_{b,ex}]$  i  $s[\sigma_x]$  są wartościami odchyłeń standardowych powyższych zmiennych.

Wskaźnik niezawodności szacowany zgodnie z metodą drugiego rzędu (SORM) obliczono wykorzystując wyrażenie (5.11).

W pierwszym etapie analizy wykonano obliczenia dla kroku czasowego, w którym prędkość wiatru (jak również siła wewnętrzna w rozciągającym węźle) w analizowanym spektrum czasu była największa (s. 580). Obserwacje map naprężeń dla połączenia nr 1, łączącego krawężniki segmentów S-6 i S-7, oraz połączenia nr 2, łączącego skratowanie ścian wieży z krawężnikiem w środku przęsła segmentu S-7, pozwalają na pierwszy rzut oka stwierdzić, że wartości naprężeń jakie pojawiły się w obu węzłach są znacząco różne (rys. 5.35).



Rys. 5.35. Mapy naprężeń dla sek. 580 (maksymalna prędkość wiatru i maksymalna siła rozciągająca w węźle) dla węzła nr 1 (po lewo) i nr 2 (po prawo)

W tabelach 5.8 i 5.9 zestawiono wartości maksymalnych naprężeń, które wystąpiły w poszczególnych elementach połączeń, w tabeli 5.10 siły, które pojawiły się w śrubach w połączeniu kołnierzowym. Rys. 5.36 przedstawia mapy naprężeń na kołnierzach w połączeniu nr 1 wraz z numeracją śrub. Można

zaobserwować, że w węźle nr 1 wartości naprężeń w krawężnikach przekraczają nieco granicę plastyczności, podczas gdy w połączeniu nr 2 są od niej w każdym z elementów mniejsze. Wytrzymałość plastyczna połączenia nr 2 jest wykorzystana jedynie w niewielkim zakresie. Analizując wartości sił w śrubach w połączeniu nr 1 można zauważyć, że w żadnej z nich siła rozciągająca nie przekroczyła normowej obliczeniowej nośności łącznika na rozciąganie.

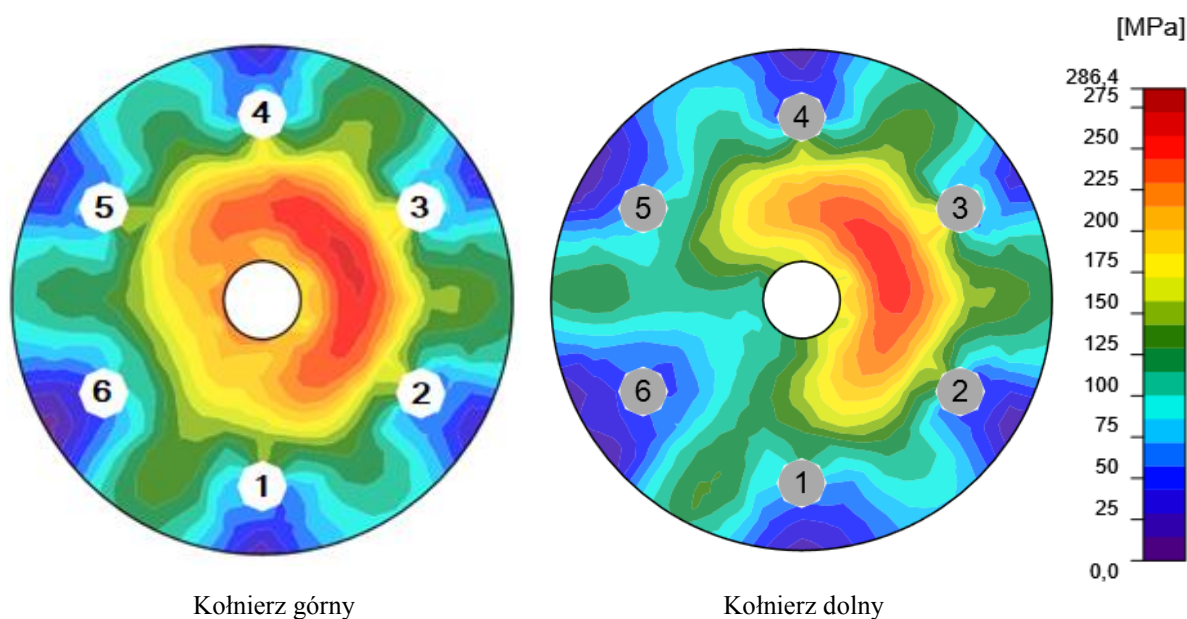
Tabela 5.8. Maksymalne wartości naprężeń w poszczególnych elementach połączenia nr 1

Element	Maksymalna wartość naprężenia [kN]	Maksymalne równoważne odkształcenie plastyczne [%]
Krawężnik górny	287,3	0,4
Krawężnik dolny	286,7	0,1
Krzyżulec lewy dolny	154,1	0,0
Krzyżulec prawy dolny	146,3	0,0
Krzyżulec lewy górny	212,8	0,0
Krzyżulec prawy górny	205,3	0,0
Kołnierz górny	265,5	0,0
Kołnierz dolny	256,3	0,0
Blacha węzłowa lewa górna	246,0	0,0
Blacha węzłowa prawa górna	286,4	0,0
Blacha węzłowa lewa dolna	222,6	0,0
Blacha węzłowa prawa dolna	259,3	0,0

Tabela 5.9. Maksymalne wartości naprężeń w poszczególnych elementach połączenia nr 2

Element	Maksymalna wartość naprężenia [kN]	Maksymalne równoważne odkształcenie plastyczne [%]
Krawężnik	161,1	0,0
Krzyżulec lewy dolny	167,4	0,0
Krzyżulec prawy dolny	183,1	0,0
Krzyżulec lewy górny	199,8	0,0
Krzyżulec prawy górny	187,7	0,0
Blacha węzłowa lewa	18,2	0,0
Blacha węzłowa prawa	158,0	0,0



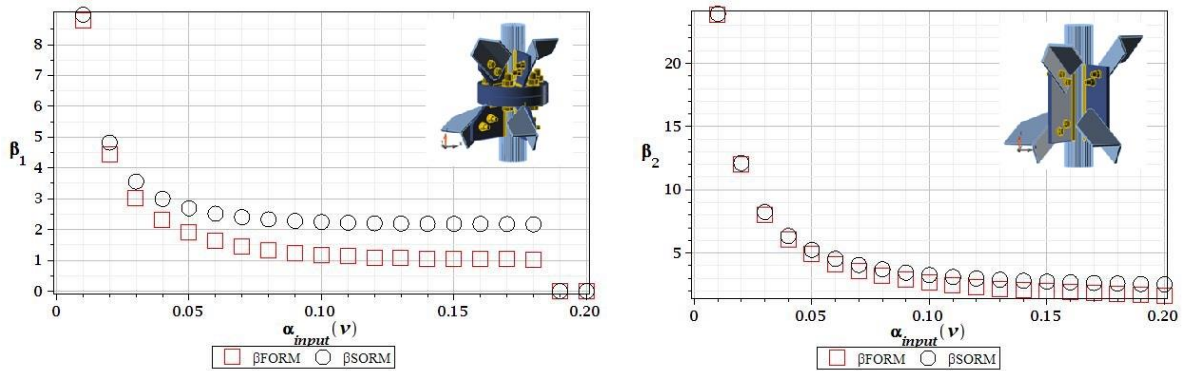


Rys. 5.36. Mapy naprężeń na kołnierzach

Tabela 5.10. Siły w śrubach w połączeniu kołnierzowym

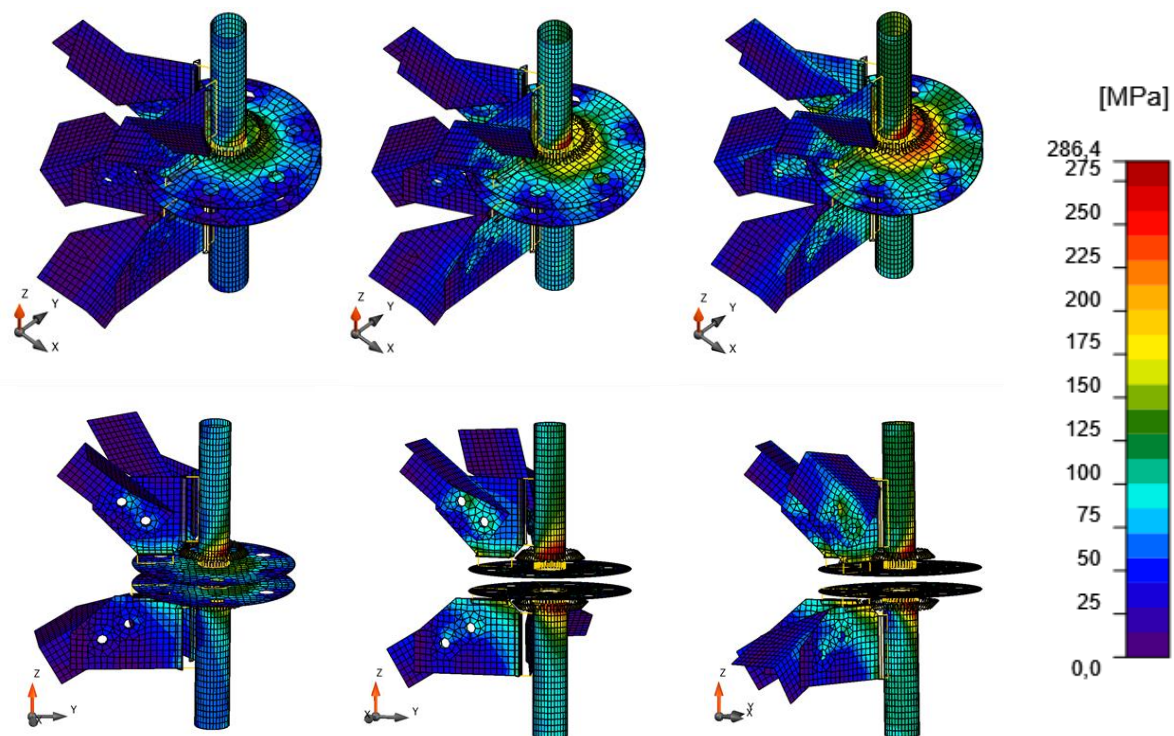
Numer śruby	Siła rozciągająca $F_t$ [kN]	Siła ścinająca $V$ [kN]	Wykorzystanie nośności śruby na rozciąganie [%]
1	139,4	5,2	68,5
2	162,5	6,7	79,9
3	163,8	8,1	8,50
4	161,2	10,0	79,3
5	133,1	8,4	65,5
6	132,9	5,8	65,4

Na wykresach przedstawiających wskaźniki niezawodności  $\beta_{FORM}$  i  $\beta_{SORM}$  dla badanych połączeń w funkcji wejściowego współczynnika wariancji  $\alpha_{in}$  (miara losowego rozproszenia prędkości wiatru) (rys. 5.37) opisana powyżej zależność w wykorzystaniu nośności poszczególnych węzłów jest również widoczna. Wraz ze wzrostem współczynnika zmienności wskaźnik niezawodności, co oczywiste, maleje, przy czym większe wartości uzyskuje się dla wskaźników wyznaczonych za pomocą metody SORM. W przypadku węzła łączącego krawężniki, kiedy wejściowy współczynnik wariancji osiąga wartość  $\alpha_{in} = 0,19$ , wartości wskaźników niezawodności stają się równe zero. Oznacza to, że w analizowanym przypadku dla takiego losowego rozrzutu danych na wejściu osiągnięte zostały naprężenia plastyczne (początek powstawania plastycznych deformacji), a tym samym nośność konstrukcji zgodnie z przyjętym kryterium nośności została wykorzystana. Wskaźnik niezawodności dla połączenia nr 2 w całym obserwowanym zakresie współczynnika wariancji pozostaje większy od zera, co oznacza, że połączenie to zachowuje nośność w całym analizowanym spektrum.



Rys. 5.37. Zależność pomiędzy wskaźnikami niezawodności FORM i SORM dla węzła nr 1 (po lewo) i nr 2 (po prawo) a wejściowym współczynnikiem wariacji  $\alpha_{in} (v)$  (rozproszeniem prędkości wiatru)

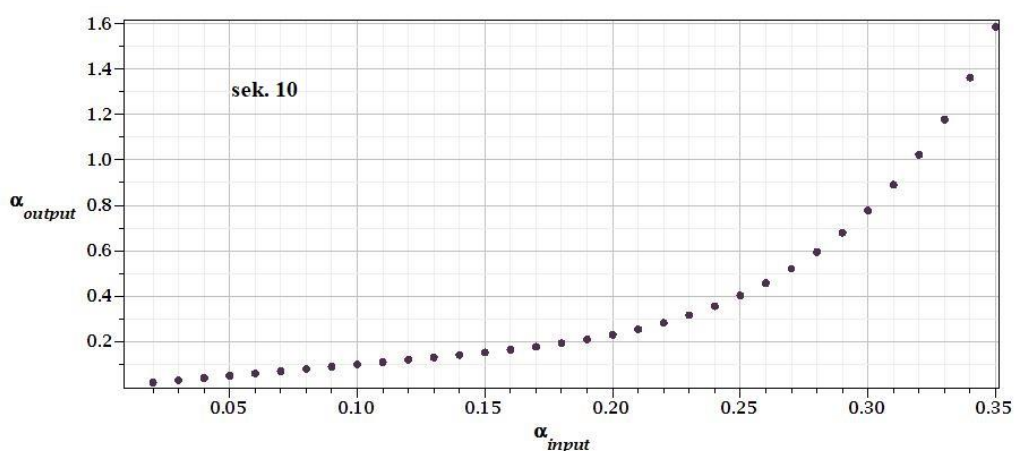
Uwagę należy również zwrócić na różne wartości wskaźników niezawodności otrzymane z metod obliczeniowych pierwszego i drugiego rzędu. Różnice są widoczne zwłaszcza w przypadku połączenia nr 1, które poddane zostało większemu obciążeniu. Wielkość tych różnic sięga nawet do jedności, co w niektórych przypadkach może decydować o zaklasyfikowaniu węzła jako spełniającego kryterium bezpieczeństwa, bądź nie. Mając na uwadze powyższe rezultaty, dalsza analiza skupia się jedynie na połączeniu nr 1 łączącym krawężniki segmentów, które zgodnie z wcześniejszymi założeniami jest elementem decydującym o nośności konstrukcji.



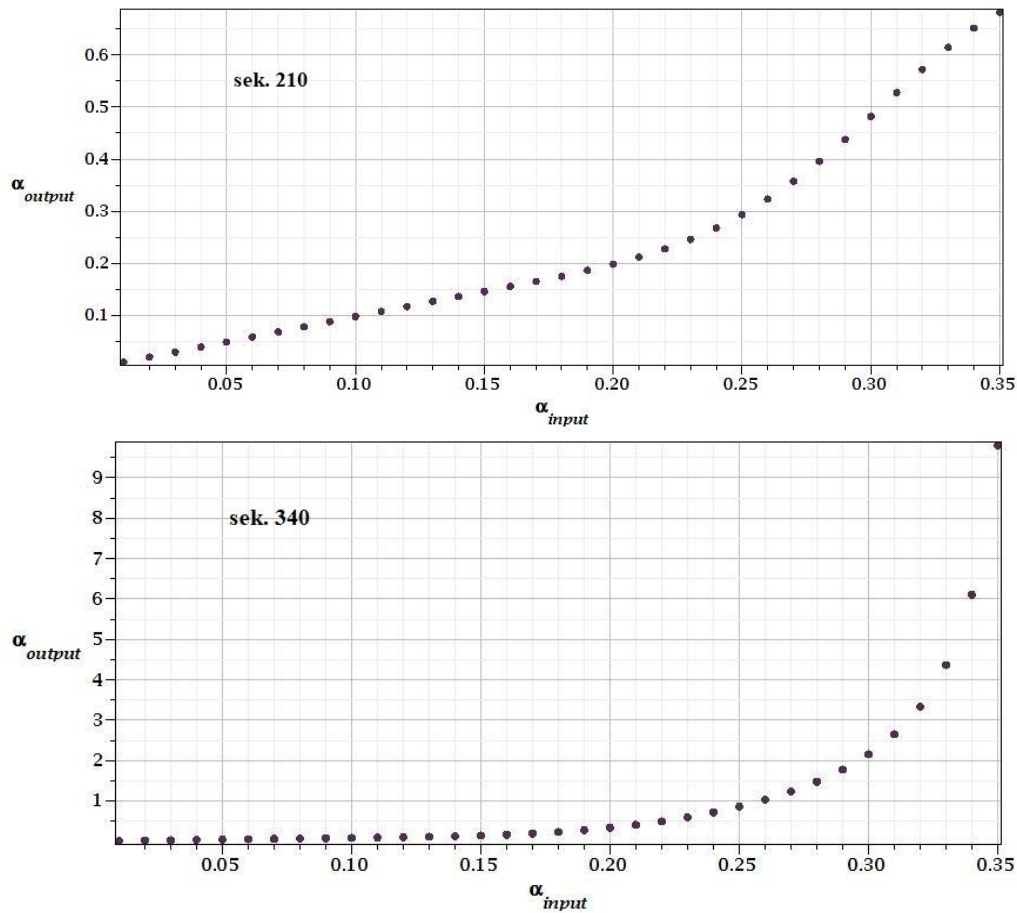
Rys. 5.38. Mapy naprężeń dla węzła nr 1 w sekundzie 10 analizy (po lewo), 210 (pośrodku) i 340 (po prawo)

Istotne z punktu widzenia przeprowadzonych analiz wyniki uzyskano porównując mapy naprężeń i wskaźniki niezawodności złącza nr 1 w trzech wybranych punktach analizowanego przedziału czasu (funkcja wzbudzenia wiatru), w których wartość prędkości wiatru jest identyczna: sekundach 10, 210 i 340 (rys. 5.38). Pokazują one, że przypadku analizy dynamicznej na odpowiedź konstrukcji wpływają nie tylko parametry opisujące oddziaływanie wiatru w rozpatrywanym momencie, ale również wartości tych parametrów w minionych punktach czasowych. Analizując rys. 5.38 można łatwo zaobserwować, że wartości naprężeń w połączeniu nr 1 w sekundach 10, 210 i 340 znacznie się od siebie różnią. Jest to spowodowane różnymi wartościami prędkości wiatru w punktach czasowych poprzedzających rozpatrywane momenty. Wartości naprężeń zależą zatem silnie od charakteru funkcji wzbudzenia prędkości wiatru. W okresie poprzedzającym analizowane punkty czasowe prędkość wiatru raz oscylowała wokół jednej wartości, innym razem gwałtownie się zmieniała.

Rozpatrując współczynnik wariancji, opisujący wartość losowego rozproszenia, kluczowym jest rozróżnienie pomiędzy współczynnikiem wejściowym  $\alpha_{in}$  i wyjściowym  $\alpha_{out}$ . Pierwszy dotyczy wszystkich wartości wejściowych, rozważanych w analizie niezawodności z wykorzystaniem metody perturbacji stochastycznej; w tym przypadku jest to prędkość wiatru. Współczynnik wyjściowy odnosi się do odpowiedzi konstrukcji, tj. wartości naprężeń w węzłach. Należy zauważyć, że pomimo jednakowych zakresów wejściowych współczynników zmienności dla każdego z trzech obserwowanych punktów czasowych, wartości wskaźników rozproszenia odpowiedzi konstrukcji znacząco się od siebie różnią (rys. 5.38, tabela 5.11). W każdym przypadku wzrostowi wartości wejściowego współczynnika wariancji odpowiada wzrost rozproszenia naprężeń w węzle, przy czym do wartości około  $\alpha_{in} = 0,2$  relacja ta jest w przybliżeniu liniowa. Po przekroczeniu tej wartości wyjściowy współczynnik zmienności zaczyna gwałtownie rosnąć. Wyjściowe współczynniki wariancji prezentują znacząco różne wartości. Dla 5% rozrzutu prędkości na wejściu są podobne ( $\alpha_{out} = 0,042 - 0,05$ ), jednak dla  $\alpha_{in} = 0,25$  różnica między nimi wynosi ok. 0,566 i rośnie wraz ze wzrostem wejściowego współczynnika zmienności.



Rys. 5.39a. Zależność pomiędzy wejściowym współczynnikiem wariancji  $\alpha_{in}(v)$  (rozproszenie wartości prędkości wiatru) i wyjściowym współczynnikiem wariancji  $\alpha_{out}(F)$  (rozproszenie wartości sił w węzle) dla analizowanych punktów czasowych, gdzie prędkość wiatru wynosiła 33,0 m/s: sekunda 10



Rys. 5.39b. Zależność pomiędzy wejściowym współczynnikiem wariancji  $\alpha_{in}(v)$  (rozproszenie wartości prędkości wiatru) i wyjściowym współczynnikiem wariancji  $\alpha_{out}(F)$  (rozproszenie wartości sił w węźle) dla analizowanych punktów czasowych, gdzie prędkość wiatru wynosiła 33,0 m/s c.d.: sekunda 210 (na górze) i 340 (na dole)

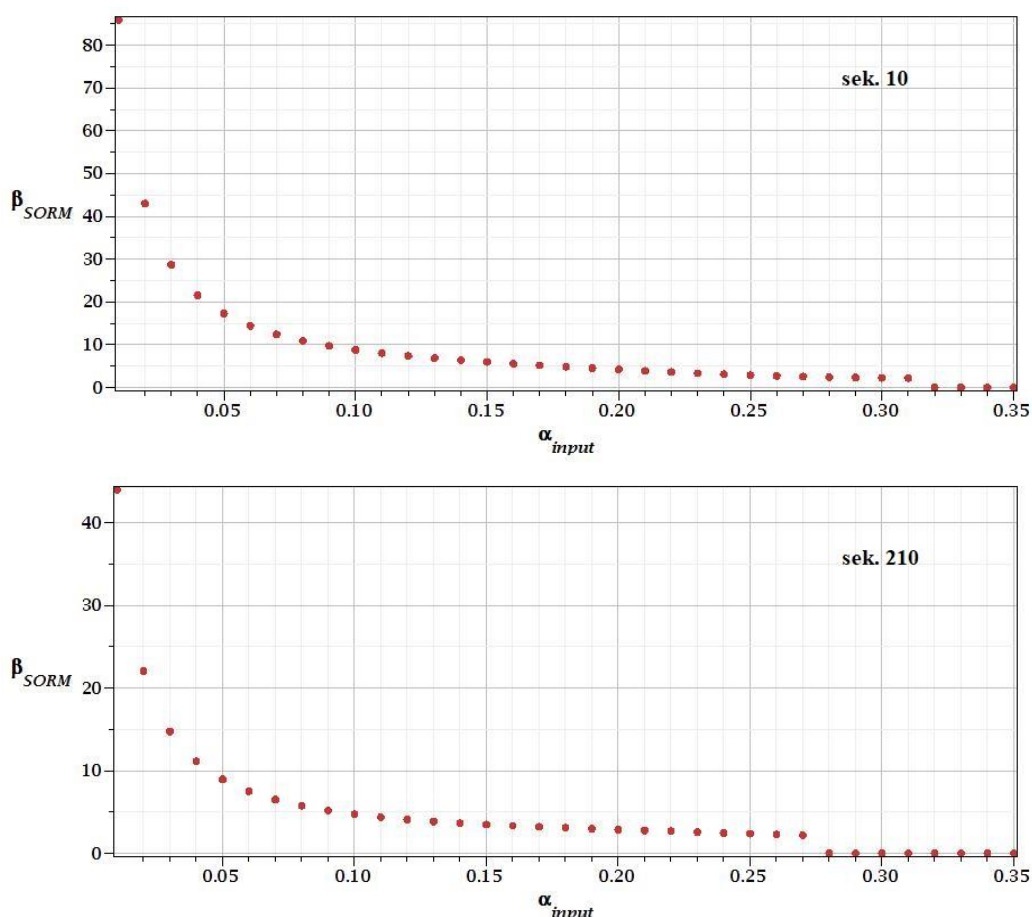
Tabela 5.11. Wartości wyjściowego współczynnika wariancji dla węzła nr 1

Analizowany punkt czasowy		Sek. 10	Sek. 210	Sek. 340
$\alpha_{input}$	0,05	0,050	0,048	0,042
	0,15	0,152	0,145	0,141
	0,25	0,403	0,293	0,859

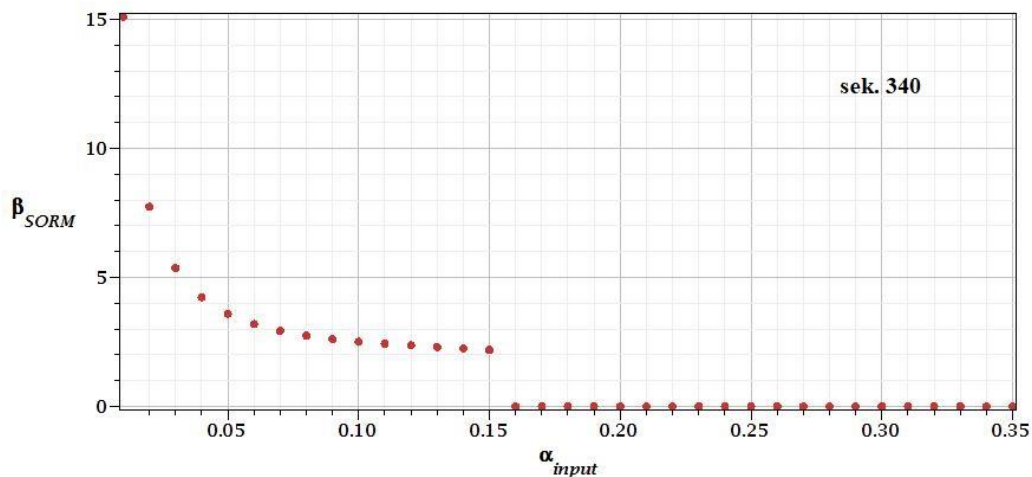
Kolejną obserwacją na którą należy zwrócić uwagę są różne wartości wejściowych i wyjściowych współczynników zmienności w obrębie jednego punktu czasowego. Różnica ta jest znaczna i wynosi od 0,33 (dla sekundy 210) do 9,4 (dla sekundy 340). Oznacza to, że nawet niewielkie rozproszenie prędkości wiatru może skutkować znaczącym rozrzutem wartości naprężeń w węźle. Rys. 5.40 przedstawia wykresy wskaźników niezawodności dla połączenia nr 1 dla wybranych punktów czasowych, w których prędkość wiatru jest taka sama (równa 33,0 m/s), w funkcji wejściowego współczynnika wariancji, natomiast tabela 5.12 prezentuje wybrane wartości tych wskaźników. Niezawodność określona dla tego połączenia różni się w zależności od obserwowanego momentu

czasowego: dla sekundy 10 złącze traci nośność (w rozumieniu SGN) przy losowym rozproszeniu prędkości równym około  $\alpha_{in} = 0,32$ , dla sekundy 210 przy  $\alpha_{in} = 0,28$ , natomiast dla sekundy 340 przy  $\alpha_{in} = 0,16$ . Widać zatem, że **przy tej samej prędkości wiatru w analizowanej chwili czasu oraz jednakowym rozproszeniu tej prędkości na wejściu, poziom niezawodności może być różny.**

Wartości wskaźników niezawodności SORM dla rozproszenia prędkości wiatru bliskiego zeru są duże (rys. 5.40). Takie wartości wejściowego współczynnika zmienności związane są z faktem, że nie ma niepewności parametrów wejściowych zastosowanych w analizie (parametry te są deterministyczne), a co za tym idzie, nie obserwuje się losowego rozproszenia odpowiedzi konstrukcji (naprężeń w węzłach) (rys. 5.39). Zgodnie z założeniami i formułami procedury, niezawodność określona dla tych parametrów jest wysoka, natomiast wyniki te należy interpretować bardzo ostrożnie. Projektując konstrukcje tego rodzaju należy pamiętać, że rzeczywisty stan obciążenia wiatrem jest z natury chaotyczny i tym samym skutkuje losową odpowiedzią konstrukcji na takie oddziaływanie. Pod uwagę należy wziąć również nieliniowości materiałowe i geometryczne.



Rys. 5.40a. Zależność pomiędzy wejściowym współczynnikiem wariancji  $\alpha_{in}(v)$  (rozproszenie wartości prędkości wiatru) i wskaźnikiem niezawodności  $\beta_{SORM}$  dla analizowanych kroków czasowych, gdzie wartość prędkości wiatru jest równa 33,0 m/s: sekunda 10 (na górze) i 210 (na dole)



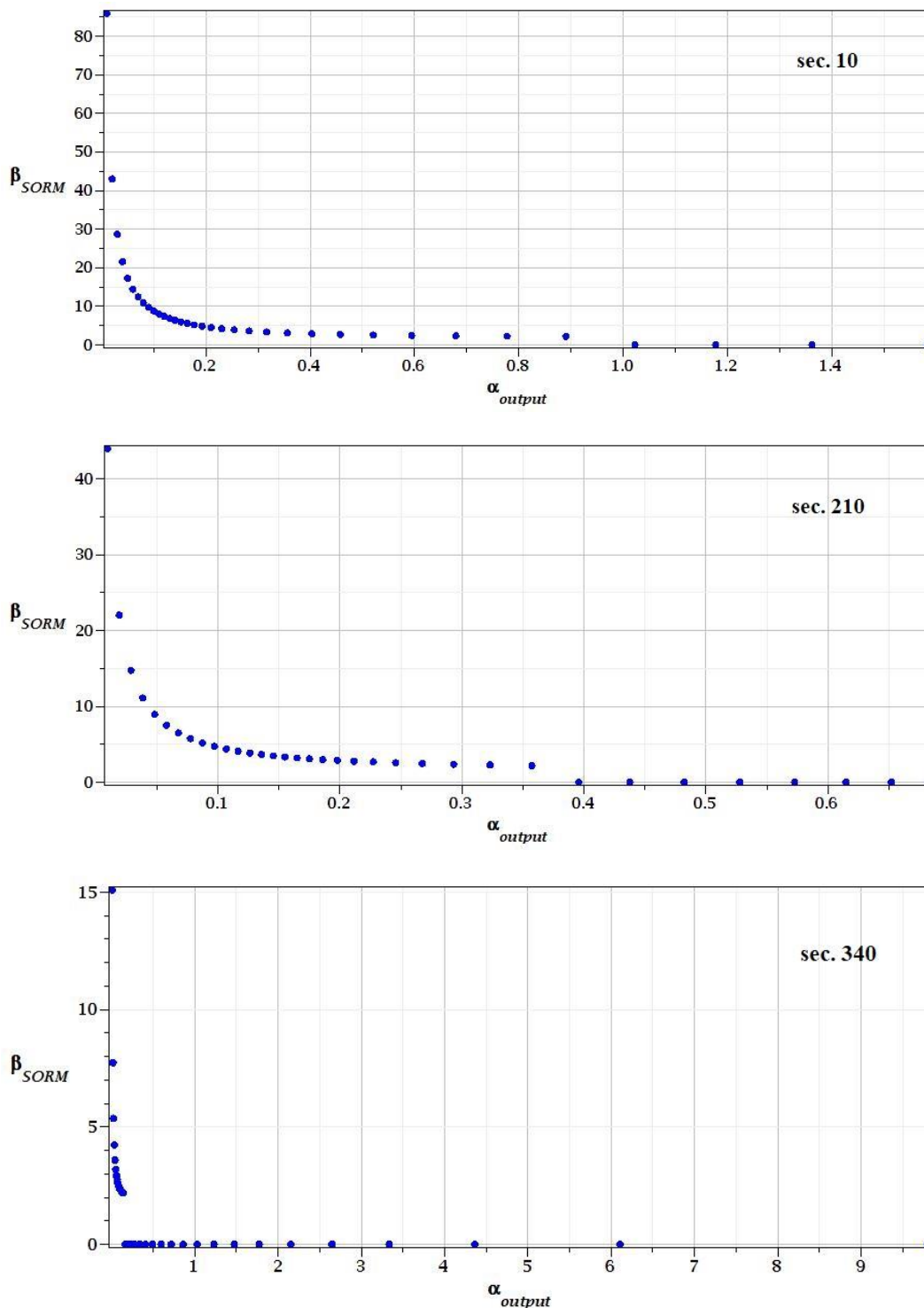
Rys. 5.40b. Zależność pomiędzy wejściowym współczynnikiem wariancji  $\alpha_{in}(v)$  (rozproszenie wartości prędkości wiatru) i wskaźnikiem niezawodności  $\beta_{SORM}$  dla analizowanych kroków czasowych, gdzie wartość prędkości wiatru jest równa 33,0 m/s c.d.: sekunda 340

Wspomnieć należy również o wartościach wskaźników niezawodności obliczonych dla punktów czasowych, gdzie wartość prędkości wiatru wynosi 33,0 m/s ( $E[v]=33,0$  m/s), w porównaniu do punktu czasowego, w którym prędkość wiatru osiąga maksymalną wartość w analizowanym spektrum czasu i jest równa  $E[v]=44,0$  m/s, co daje wartość o ok. 33% wyższą (tabela 5.12). Pomiedzy sekundami 10, 210 a 380 widoczne są znaczne różnice w wartościach wskaźników, ale pomiędzy sekundą 340 a 380 można zaobserwować podobny poziom niezawodności, w szczególności dla wejściowego współczynnika wariancji powyżej wartości  $\alpha_{in} = 0,15$ .

Na rys 5.41 przedstawiono zależność pomiędzy wskaźnikiem niezawodności a wyjściowym współczynnikiem zmienności w trzech analizowanych punktach czasowych, charakteryzujących się tą samą prędkością wiatru. Można zaobserwować, że wskaźnik niezawodności osiąga wartość równą  $\beta_{SORM} = 0,0$  dla każdego z analizowanych punktów czasowych przy innej wartości rozrzutu statystycznego naprężeń. Dla sekundy 10  $\beta_{SORM} = 0,0$  przy rozproszeniu wyników sięgającym wartości  $\alpha_{out} = 1,0$ , dla sekundy 340 praktycznie w całym zakresie analizowanego spektrum wyjściowego współczynnika zmienności wskaźnik niezawodności pozostaje równy zero.

Tabela 5.12. Wartości wskaźników niezawodności SORM dla węzła nr 1

E[v]		33,0 m/s			44,0 m/s (max)
Analizowany punkt czasowy		10 s	210 s	340 s	580 s
$\alpha_{input}$	0,05	17,27	8,93	3,59	2,69
	0,15	5,95	3,47	2,19	2,18
	0,25	2,88	2,37	0,0	0,0



Rys. 5.41. Zależność pomiędzy wyjściowym współczynnikiem wariancji  $\alpha_{ou}(F)$  (rozproszenie wartości siły wewnętrznej w węźle) i wskaźnikiem niezawodności  $\beta_{SORM}$  dla analizowanych punktów czasowych, gdzie wartość prędkości wiatru jest równa 33,0 m/s: sekundy 10 sec (na górze), 210 (pośrodku) i 340 (na dole)

W przypadku opisanej powyżej analizy, z uwagi na złożoność problemu bardzo istotnym jest, aby wziąć pod uwagę nie tylko chaotyczny charakter wiatru, ale również specyficzne właściwości węzłów konstrukcyjnych.

## 5.4. niezawodność stalowej, kratowej wieży telekomunikacyjnej w stanie granicznym użytkowości

Jednym z najważniejszych wymagań z technologicznego punktu widzenia, jeśli chodzi o stalowe, kratowe wieże służące za konstrukcje wsporcze pod anteny telefonii komórkowych, jest spełnienie warunków dopuszczalnego obrotu, zdefiniowanego jako odchylenie od pionu stycznej do wieży w punkcie zamocowania anten, oraz dopuszczalnego kąta skrętu konstrukcji (zwykle odnoszące się do wierzchołka wieży). W niniejszym przykładzie zaprezentowano procedurę szacowania niezawodności konstrukcji wieżowej, biorąc pod uwagę stan graniczny użytkowości.

### 5.4.1. Analiza numeryczna

Analizowana konstrukcja to w dalszym ciągu wieża poddana wcześniej badaniom eksperymentalnym. W niniejszym przykładzie wykorzystano model MES zbudowany na potrzeby eksperymentu numerycznego opisanego w podrozdziale 5.2, uwzględniający kierunek wiatru zgodny z kierunkiem obciążenia przykładanego w badaniu wieży w pełnej skali, oraz kalibrację modelu. Dane pochodzące z eksperymentów zostały również wykorzystane do określenia warunków stanu granicznego.

Przeprowadzono analizę dynamiczną, w której obserwowanym parametrem były przemieszczenia wierzchołka wieży (oznaczonego jako punkt C zgodnie z rys. 3.8, Rozdział 3) w kierunku przykładanego obciążenia, w stosunku do zmieniającego się w czasie obciążenia wiatrem. Zastosowano analogiczne procedury obliczeniowe dotyczące szacowania oddziaływania wiatru, modelowania wzbudzenia dynamicznego oraz szacowania niezawodności konstrukcji, jak w przypadku przykładu numerycznego odnoszącego się do niezawodności kratowej wieży telekomunikacyjnej, określonej w oparciu o nośność wyboczeńową krawężników (podrozdział 5.2).

### 5.4.2. Parametry statystyczne i szacowanie niezawodności

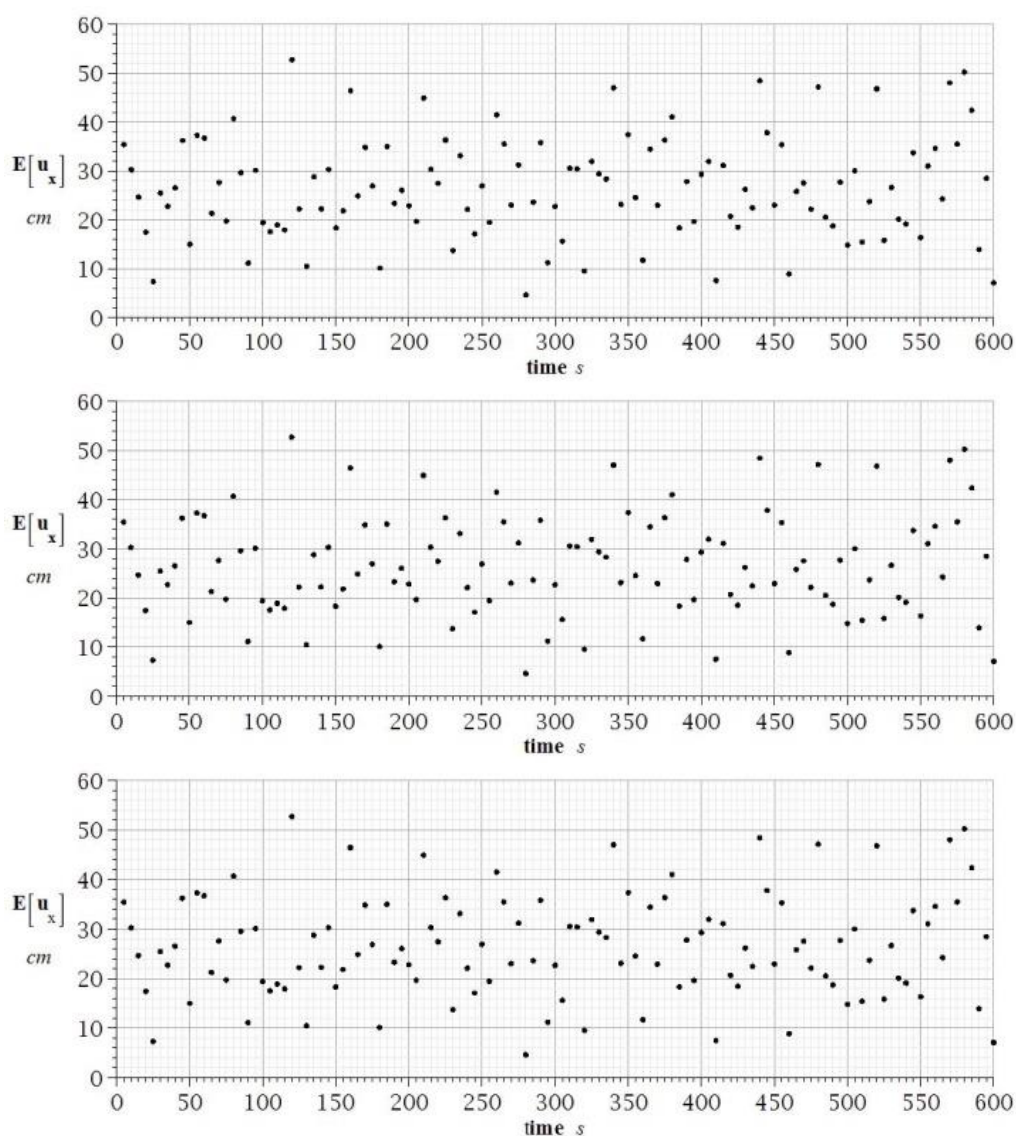
Określono parametry statystyczne takie jak wartości oczekiwane, współczynniki wariancji, skośność i kurtozę w odniesieniu do przemieszczeń wierzchołka wieży  $u_x$ , dla każdego punktu czasowego, przy czym za krok czasowy, w którym analizowano wspomniane parametry przyjęto 5 sekund. Wykresy poszczególnych parametrów statystycznych w czasie zaprezentowano na rys. 5.42 – 5.45.

Analizując wspomniane statystyki można zauważyć, że wartości oczekiwane są w rozpatrywanym przypadku niezależne od współczynnika zmienności, bądź jego wpływ jest nieznaczny – wykresy dla parametru  $\alpha_{in} = 0,05$ ,  $\alpha_{in} = 0,10$ , i  $\alpha_{in} = 0,15$  są praktycznie jednakowe (rys. 5.42). Różnice widoczne są natomiast w wartościach odchylenia standardowego odpowiedzi konstrukcji. Na podstawie wykresów współczynnika zmienności można stwierdzić, że im wyższa wartość współczynnika wejściowego  $\alpha_{in}$  tym większe rozproszenie wyników. Można tu również zaobserwować punkty czasowe, w których wartości współczynnika wyjściowego  $\alpha_{out}$  są wyraźnie większe niż w pozostałych punktach (dla współczynników wejściowych  $\alpha_{in} = 0,10$ , i  $\alpha_{in} = 0,15$ ). Uwagę należy również zwrócić

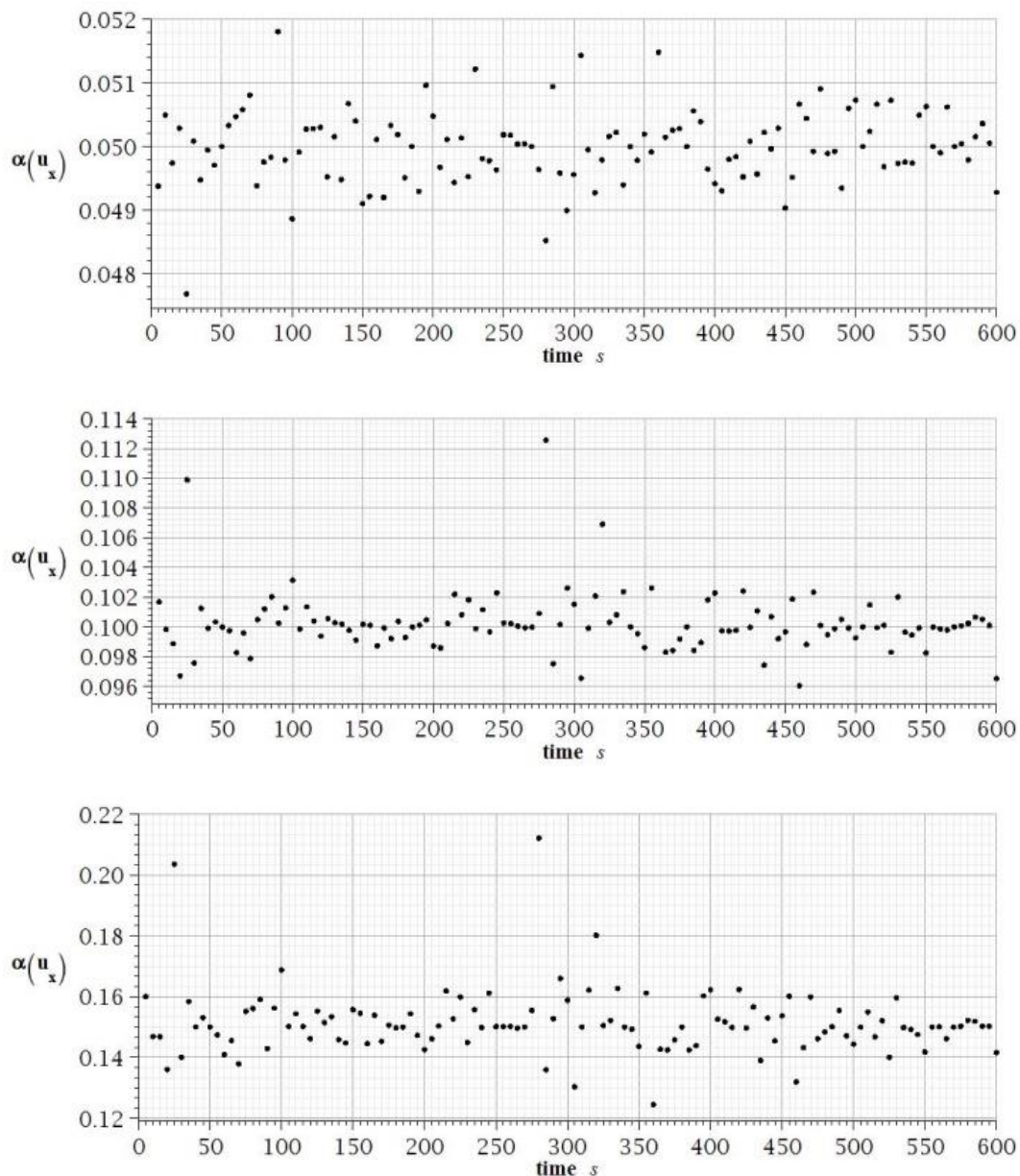


na wspomnianą w poprzednich przykładach numerycznych amplitudę prędkości wiatru w rozważanym przedziale czasu, która jest dość znaczna i wynosi 44,0 m/s. (rys 5.5). Tak duża różnica pomiędzy maksymalną i minimalną prędkością wiatru skutkuje znacznym rozproszeniem wartości oczekiwanych przemieszczeń w analizowanym przedziale.

W przypadku skośności oszacowane wartości dla parametru wejściowego  $\alpha_{in}$  równego  $\alpha_{in} = 0,05$  i  $\alpha_{in} = 0,10$  są podobne i wahają się od  $\beta = -0,1$  do  $\beta = 0,2$  w analizowanym przedziale (rys. 5.44). Dla wejściowego współczynnika wariancji równego  $\alpha_{in} = 0,15$  wzrost wartości skośności jest znaczny, a ich zakres należy do przedziału  $(-3,5; 3,0)$ , przy czym tylko w niektórych, pojedynczych punktach osiągnęte są wartości ekstremalne. Można zatem wnioskować, że skośność rozkładu prawdopodobieństwa wynikowych wartości przemieszczeń wierzchołka wieży rośnie wraz ze wzrostem wejściowego współczynnika zmienności, a zależność ta jest nieliniowa.



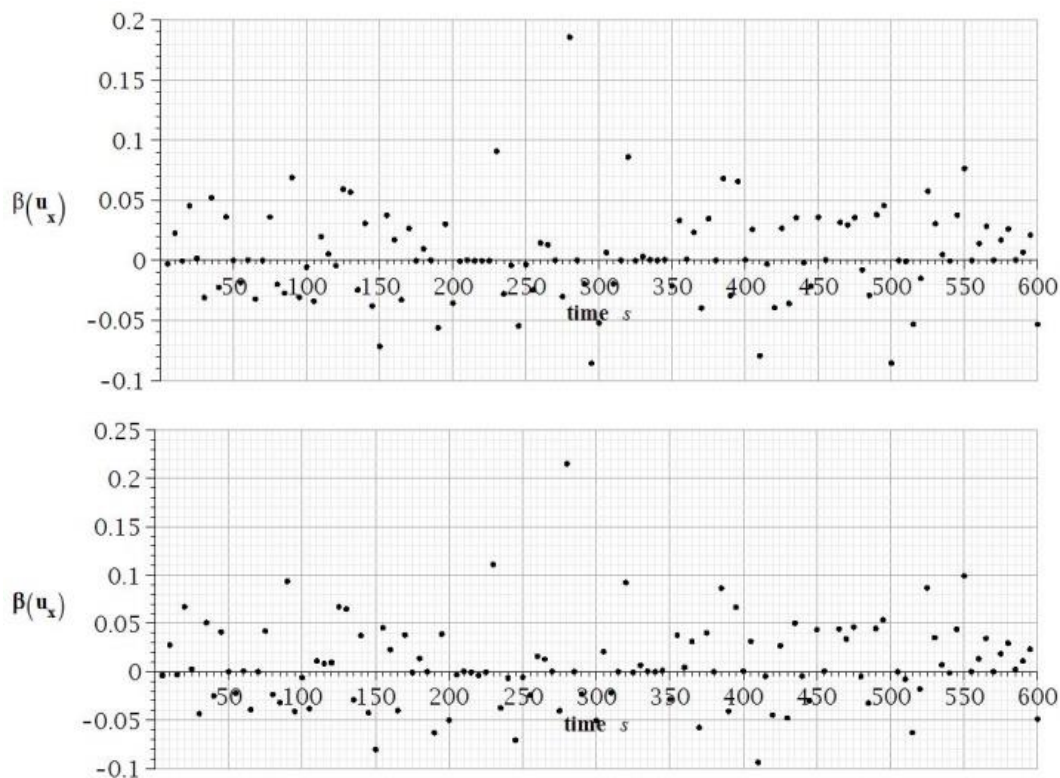
Rys. 5.42. Wykresy wartości oczekiwanych przemieszczeń poziomych wierzchołka wieży w analizowanym przedziale czasu dla wejściowych współczynników wariancji równych  $\alpha_{in} = 0,05$ , (na górze),  $\alpha_{in} = 0,10$  (pośrodku) i  $\alpha_{in} = 0,15$  (na dole)



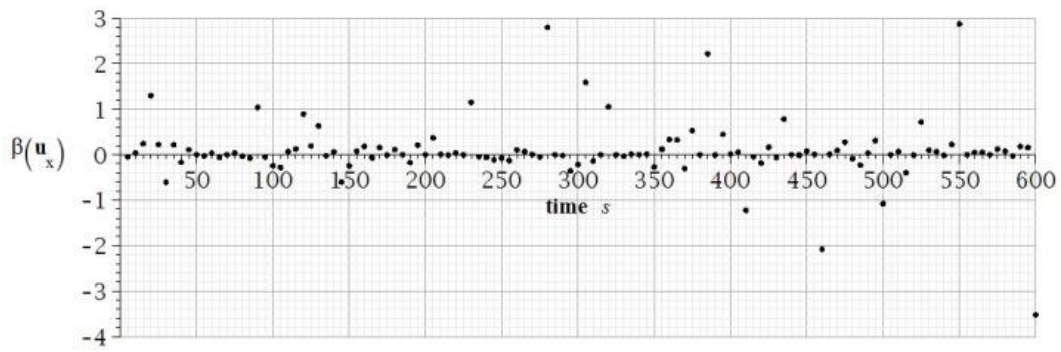
Rys. 5.43. Wykresy wyjściowych współczynników wariancji  $\alpha_{out}$  przemieszczeń poziomych wierzchołka wieży w analizowanym przedziale czasu dla wejściowych współczynników wariancji równych  $\alpha_{in} = 0,05$ , (na górze),  $\alpha_{in} = 0,10$  (pośrodku) i  $\alpha_{in} = 0,15$  (na dole)

Wartości kurtozy nie rosną wraz ze wzrostem parametru wejściowego  $\alpha_{in}$ , jak to miało miejsce w przypadku skośności (rys. 5.46). Minimalne wartości występują dla współczynnika zmienności  $\alpha_{in} = 0,05$  (zakres od około -0,3 do 0,7), po czym dla współczynnika  $\alpha_{in} = 0,10$  gwałtownie rosną (zakres od ok. -1,0 do 5,0), a następnie maleją (wartości od ok. -2,5 do 2,0). Warto zauważyć, że wartości ekstremalne, dalece odbiegające od wyników uzyskanych dla większości punktów czasowych, można znaleźć w przypadku parametru  $\alpha_{in} = 0,05$  i  $\alpha_{in} = 0,10$ , podczas gdy rozproszenie w analizowanym przedziale jest bardziej zrównoważone dla  $\alpha_{in} = 0,15$ .

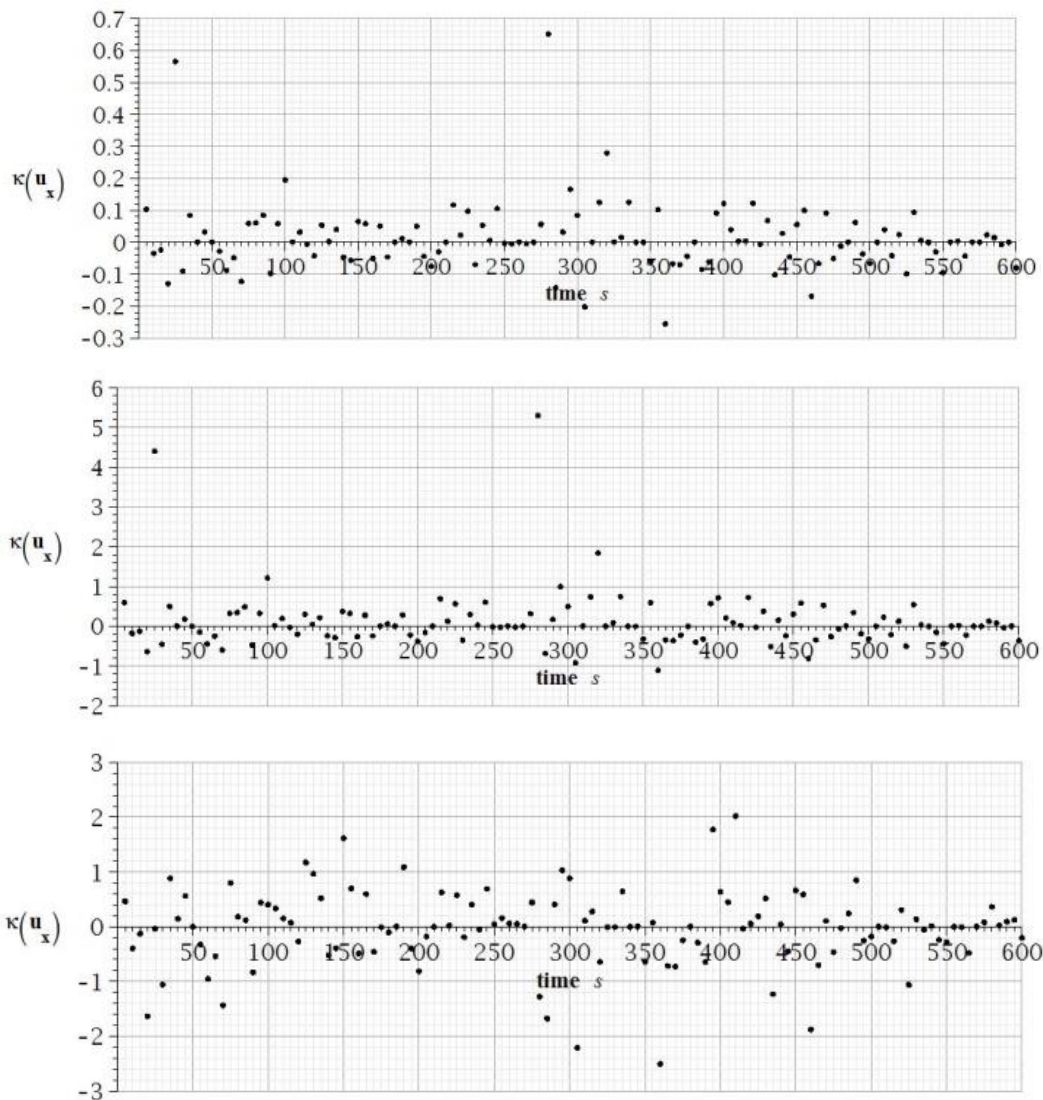
Kluczowym punktem analizy było określenie wskaźników niezawodności konstrukcji  $\beta_{SORM}$  przy użyciu metody drugiego rzędu, dla poszczególnych chwil czasowych. Zdefiniowano je analogicznie jak omówione powyżej parametry statystyczne – dla współczynników wariancji równych  $\alpha_{in} = 0,05$ ,  $\alpha_{in} = 0,10$ , i  $\alpha_{in} = 0,15$  (rys. 5.46). Na potrzeby niniejszego przykładu obliczeniowego, jako wartość graniczną, określającą maksymalne przemieszczenie przy którym spełniony jest warunek stanu granicznego użyteczności, przyjęto eksperymentalne wychylenie wierzchołka konstrukcji przy sile w linii równej  $F = 125,0$  kN. Jako wielkość odchylenia standardowego przyjęto procentową różnicę pomiędzy wychyleniem wierzchołka zarejestrowanym przy sile w linii 125,0 kN a przewidywanym przemieszczeniem w stanie sprężystym dla obciążenia zewnętrznego równego sile niszczącej (132,5 kN) –  $\sigma = 0,06$ . Określona w ten sposób wartość dopuszczalnych przemieszczeń jest większa niż rzeczywista wielkość wychylenia wierzchołka wieży, spełniająca warunek stanu granicznego użyteczności konstrukcji. Zdecydowano się sformułować warunek użytkowania w opisany wyżej sposób, mając na uwadze klarowność wyników, a także fakt, iż celem analizy jest przede wszystkim rozwinięcie oraz sprawdzenie poprawności procedury obliczeniowej. Z uwagi na niewielkie wartości dopuszczalnych w praktyce przemieszczeń wieży, a co za tym idzie wysokie prawdopodobieństwo niespełnienia tego warunku już przy niewielkich wartościach obciążenia, otrzymane przy takich założeniach rezultaty mogłyby okazać się niewystarczająco zróżnicowane (w większości punktów czasowych wskaźnik niezawodności wynosiłby  $\beta_{SORM} = 0,0$ ).



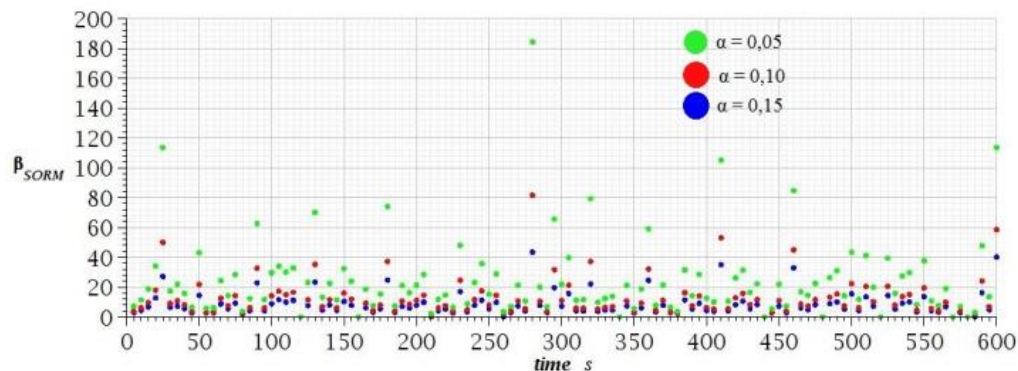
Rys. 5.44a. Wykresy skośności od czasu dla przemieszczeń poziomych wierzchołka wieży, dla wejściowych współczynników wariancji równych  $\alpha_{in} = 0,05$ , (na górze),  $\alpha_{in} = 0,10$  (na dole)



Rys. 5.44b. Wykresy skośności od czasu dla przemieszczeń poziomych wierzchołka wieży, dla wejściowego współczynnika wariancji równego  $\alpha_{in} = 0,15$

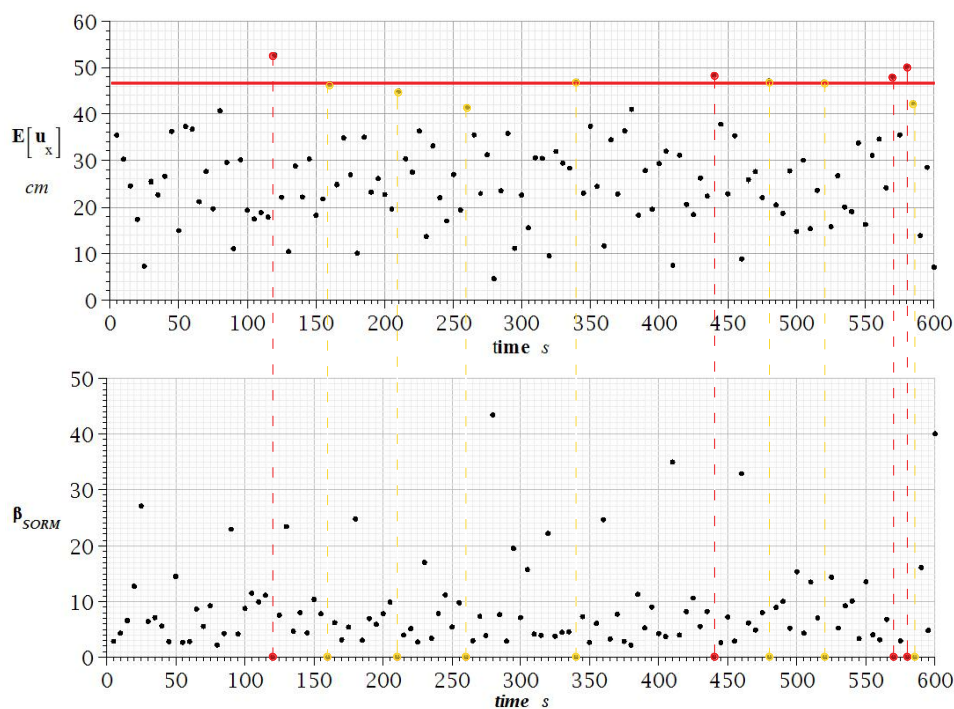


Rys. 5.45. Wykresy kurtozy przemieszczeń poziomych wierzchołka wieży w analizowanym przedziale czasu dla wejściowych współczynników wariancji równych  $\alpha_{in} = 0,05$ , (na górze),  $\alpha_{in} = 0,10$  (pośrodku) i  $\alpha_{in} = 0,15$  (na dole)



Rys. 5.46. Wartości wskaźników niezawodności SORM w analizowanym przedziale czasu dla wejściowych współczynników wariancji równych  $\alpha_{in} = 0,05$  (punkty zielone),  $\alpha_{in} = 0,10$  (punkty czerwone) i  $\alpha_{in} = 0,15$  (punkty niebieskie)

Zależność pomiędzy wskaźnikiem niezawodności a współczynnikiem zmienności prędkości wiatru nie jest liniowa. Rys. 5.47 przedstawia wykresy wskaźników niezawodności w czasie w zestawieniu z wartościami oczekiwanymi przemieszczeń wierzchołka, dla parametru  $\alpha_{in} = 0,05$  w analizowanym przedziale czasu. Maksymalne wychylenie wieży podczas eksperymentu oznaczono czerwoną linią (wychylenie przy sile w linii równej 125,0 kN). Spośród 11 punktów czasowych, w których wskaźnik niezawodności wynosi  $\beta_{SORM} = 0$  (co oznacza, że konstrukcja nie spełnia wymagań niezawodności w tych chwilach czasu) jedynie w 4 wartości oczekiwane przemieszczeń przekroczyły dopuszczalną wartość graniczną. W pozostałych 7 punktach przemieszczenia były jedynie bliskie bądź równe wartości granicznej.



Rys. 5.47. Wartości oczekiwane przemieszczeń poziomych wierzchołka wieży w zestawieniu ze wskaźnikami niezawodności w analizowanym przedziale czasu, dla wejściowego współczynnika wariancji równego  $\alpha_{in} = 0,05$

Obserwując wskaźniki niezawodności w analizowanym przedziale czasu można zauważyć, że istnieją punkty czasowe, w których wartość wskaźnika jest większa od zera, podczas gdy średnia prędkość wiatru jest co najmniej równa wartościom prędkości, przy których w innych punktach czasowych wskaźniki są równe zero. Spowodowane jest to wpływem parametrów występujących w poprzedzających punktach czasowych na wyniki w analizowanym momencie. Bardzo istotnym jest zatem, aby przy określaniu niezawodności konstrukcji brać pod uwagę nie tyle średnią prędkość wiatru, ale rozkład prędkości w czasie, gdyż wpływa on znacząco na wyniki. Wskaźniki niezawodności wyniosły 0 we wszystkich punktach czasowych, w których wartości oczekiwane przemieszczeń przekroczyły wartość graniczną. Są jednak punkty czasowe, gdzie wskaźniki są równe zero, co wskazuje na fakt, iż konstrukcja w tym momencie nie spełnia warunków stanu granicznego użytkowania pomimo, że wartości oczekiwane nie przekroczyły granicznych wartości przemieszczeń. Jeśli rozważania będą bazowały jedynie na wartości średniej, możliwe rozproszenie wartości granicznych przemieszczeń, które mogą być spowodowane m.in. różnymi defektami konstrukcji, takimi jak imperfekcje geometryczne i materiałowe, albo losowością, której w przypadku obciążeń wiatrem nie można uniknąć, nie zostanie wzięte pod uwagę. Na wyniki istotny wpływ miała również funkcja wzbudzenia (prędkości wiatru w czasie), która charakteryzowała się dużymi wahaniami i znaczną amplitudą w obserwowanym przedziale czasu. Tak przyjęta charakterystyka wiatru powoduje duże rozproszenie wartości oczekiwanych odpowiedzi konstrukcji, oraz prowadzi do zwiększenia liczby chwil czasowych, w których wskaźnik niezawodności zbliża się do zera, bądź osiąga tą wartość.

---

# Rozdział 6

## Projektowanie smukłych konstrukcji stalowych za pomocą skalibrowanych częściowych współczynników bezpieczeństwa

---

Konstrukcji inżynierskich nie powinno się projektować biorąc pod uwagę jedynie średnich wartości oddziaływań środowiskowych i obciążeń stałych. Ewentualne awarie takich konstrukcji często niosą ze sobą ryzyko utraty zdrowia bądź życia ludzi, mogą mieć także stosunkowo duże konsekwencje ekonomiczne i środowiskowe. Aby zapobiec takim sytuacjom należy zachować odpowiedni poziom bezpieczeństwa konstrukcji, a jednocześnie uwzględnić przy projektowaniu procedury optymalizacyjne. W normach europejskich (Eurokodach) sugeruje się, aby konstrukcje inżynierskie były projektowane z wykorzystaniem częściowych współczynników bezpieczeństwa - mnożników stosowanych dla obciążeń, nośności, bądź właściwości materiałowych, które dają pewien margines bezpieczeństwa. Identyfikacji poziomu niezawodności dokonuje się najczęściej za pomocą wskaźnika niezawodności  $\beta$ , który uwzględnia akceptowany bądź założony poziom statystycznego rozproszenia wartości obciążeń, nośności konstrukcji, właściwości materiałowych czy niepewności modelu obliczeniowego w zależności od konsekwencji awarii projektowanej konstrukcji [PN-EN 1990]. Estymacja statystyczna czy też probabilistyczne określenie częściowych współczynników bezpieczeństwa jest przedmiotem obszernych badań, zarówno teoretycznych, obliczeniowych, jak również eksperymentalnych. Hicks i Pennington w swojej pracy prezentują wyniki analizy niezawodności, bazując na wytrzymałości belek zespolonych poddanych obciążeniom zginającym, zaprojektowanych zgodnie z Eurokodem 4 [Hicks i Pennington, 2015]. Autorzy szacują częściowe współczynniki bezpieczeństwa w odniesieniu do nośności stali konstrukcyjnej i betonu, stosując metodologię opisaną w pracy Casasa i Chambiego [Casas i Chambi, 2014]. Procedura kalibracji częściowych współczynników wytrzymałości w modelowaniu niezawodności konstrukcji stalowych na podstawie Eurokodów została również opisana przez Stachurę i Giżejowskiego [Stachura i Giżejowski, 2015]. Casas i Chambi opisują metodologię kalibracji częściowych współczynników bezpieczeństwa bazującą na niezawodności konstrukcji, zastosowaną do wybranych elementów betonowych przy projektowaniu wzmocnień bądź modernizacji sejsmicznej filarów mostowych za pomocą polimerów wzmacnianych włóknami. Pereira i Romao zaproponowali nowe współczynniki materiałowe, służące ocenie bezpieczeństwa z uwagi na drgania sejsmiczne, w celu określenia wytrzymałości istniejących budynków [Pereira i Romao, 2016].

Istnieje wiele nowych technologii i materiałów, które można byłoby zastosować w inżynierii ze względu na łatwość ich aplikacji i doskonałe właściwości mechaniczne i chemiczne, jednak całkowity bądź częściowy brak norm czy standardów projektowych, a także brak doświadczenia w zakresie ich długoterminowego zachowania sprawia, że są to rozwiązania niechętnie stosowane przez projektantów i inżynierów. Skuteczne oszacowanie częściowych współczynników bezpieczeństwa odnoszących się do właściwości materiałowych pozwala na uzyskanie odpowiedniego marginesu bezpieczeństwa. Projektowanie oparte na niezawodności jest również powszechne w geotechnice. Częściowe współczynniki bezpieczeństwa są tu często stosowane aby pokonać trudności w przeprowadzaniu analizy probabilistycznej. Opracowuje się częściowe współczynniki bezpieczeństwa odpowiednie dla różnych zastosowań w projektowaniu geotechnicznym, takich jak stabilność zboczy skalnych i projektowanie podpór w przestrzeniach podziemnych [Mahmoud i Mansour, 2017; Matarawi i Harrison, 2017]. Częściowe współczynniki bezpieczeństwa dla obciążeń zewnętrznych zostały oszacowane w przez Lennera i Sykorę [Lenner i Sykora, 2016]. Autorzy zajmują się ruchem ciężkich pojazdów specjalnego przeznaczenia na mostach drogowych i proponują metodologię kalibracji związanych z tym obciążeniem współczynników. Kluczowe etapy tego podejścia polegają na oszacowaniu efektów oddziaływań statycznych, wpływów dynamicznych, niepewności modelu, współczynniki wrażliwości i końcowej niezawodności konstrukcji.

Nie istnieje uniwersalna procedura kalibracji częściowych współczynników bezpieczeństwa. Jedno ze stosowanych podejść zostało opisane przez Ching i Phoon [Ching i Phoon, 2011]. W swojej pracy autorzy przedstawili procedurę kalibracji częściowych współczynników bezpieczeństwa opartych na niezawodności bazującą na kwantylach, której podstawą jest zasada równoważności pomiędzy kwantylami projektowanymi dla zmiennych losowych i docelową niezawodnością. Zdaniem autorów proponowane podejście umożliwia utrzymanie jednakowej niezawodności w szerszym zakresie parametrów projektowych za pomocą jednego kwantyla projektowego, czego nie udaje się tak łatwo osiągnąć za pomocą innych metod kalibracji, takich jak metoda niezawodności pierwszego rzędu. Nieco inną metodę opartą na Eurokodach zaprezentowali Sedlacek i Kraus [Sedlacek i Kraus, 2007].

Celem niniejszego przykładu numerycznego jest zaimplementowanie procedury kalibracji częściowych współczynników bezpieczeństwa skorelowanych z ciśnieniem wiatru działającym na wybrane smukłe, lekkie konstrukcje stalowe (komin i wieże telekomunikacyjne). Zaproponowane tu podejście pozwala w sposób inżynierski określić wielkości oddziaływań na konstrukcję, które należy uwzględnić przy jej projektowaniu, tak aby zachowała ona pewien wymagany poziom niezawodności opisany za pomocą wskaźnika niezawodności  $\beta$  (którego wartości określone zostały w normie [PN-EN 1990]).



## 6.1. Przykłady obliczeniowe

### 6.1.1. Przykład 1 - komin

Pierwszy eksperyment numeryczny dotyczy konstrukcji stalowego komina, analogicznej jak rozpatrywana w przykładzie numerycznym opisanym w podrozdziale 5.1.

Prętowy model konstrukcji, założone obciążenie i przeprowadzona analiza statyczna są również jednakowe jak zaprezentowane w podrozdziale 5.1.

W praktyce inżynierskiej nośność kominów stalowych należy obliczać przy wykorzystaniu teorii powłok [PN-EN 1993-1-6], uwzględniając naprężenia występujące w poszczególnych przekrojach, a także biorąc pod uwagę parametry dynamiczne oraz zmęczenie konstrukcji. W związku z tym, że określenie nośności komina nie jest głównym celem niniejszego przykładu, zdecydowano się na potrzeby analizy uprościć to zagadnienie. Za nośność stalowego komina przyjęto nośność plastyczną na zginanie przekroju u podstawy. Dla analizowanej konstrukcji określona w ten sposób nośność wynosi 3980,1 kNm. Odchylenie standardowe nośności przyjęto równe 10%.

### 6.1.2. Przykład 2 – kratowe wieże telekomunikacyjne

Ta część analizy obejmuje obliczenia dotyczące trzech stalowych, kratowych wież telekomunikacyjnych o podobnej konstrukcji, różniących się wysokością. Wieże te zostały zaprojektowane jako przestrzenne kratownice o trójkątnym przekroju poprzecznym i wysokościach odpowiednio 40,0 m, 52,0 m i 58,0 m, podzielone na segmenty konstrukcyjne. Wszystkie trzy są przykładami istniejących konstrukcji, przy czym wieża o wysokości 40,0 m jest identyczna z konstrukcją badaną w pełnej skali.

Górny segment każdej z wież jest graniastosłupem o podstawie trójkąta równobocznego, pozostałe natomiast tworzą ścięty ostrosłup o 5% zbieżności. Krawężniki wież zaprojektowane zostały z okrągłych prętów pełnych, skratowanie natomiast z równoramiennych i nierównoramiennych gorącowałcowanych kątowników. Zastosowane zostało tu skratowanie ścian typu rombowego. Przekroje poprzeczne poszczególnych elementów konstrukcyjnych oraz wysokości segmentów zostały zestawione w tabelach 6.1-6.3), parametry geometryczne zaprezentowano na rys. 6.1.

Rzeczywista nośność analizowanych wież, jak również odchylenie standardowe od tej nośności zostały określone w procedurze szacowania częściowych współczynników bezpieczeństwa jako wartości otrzymane z badań pełnoskalowych. Modele konstrukcji zostały zaimplementowane w programie Autodesk ROBOT Structural Analysis 2016. Zostały zbudowane odpowiednio z 402, 833 i 918 belkowych elementów skończonych o 6 stopniach swobody w każdym węźle, połączonych w 284, 560 i 609 punktach węzłowych. Pozostałe parametry modeli MES, przyjęte wyposażenie wież (dla każdej konstrukcji przyjęto jednakowe wyposażenie), jak również szacowanie oddziaływania

wiatru na trzon wieży i konstrukcje wsporcze, parametry i przebieg procedury obliczeniowej przyjęto analogicznie, jak w przykładzie numerycznym opisanym w podrozdziale 5.2.

Tabela 6.1. Wieża nr 1 (40,0 m) – podstawowe wymiary geometryczne i przekroje elementów

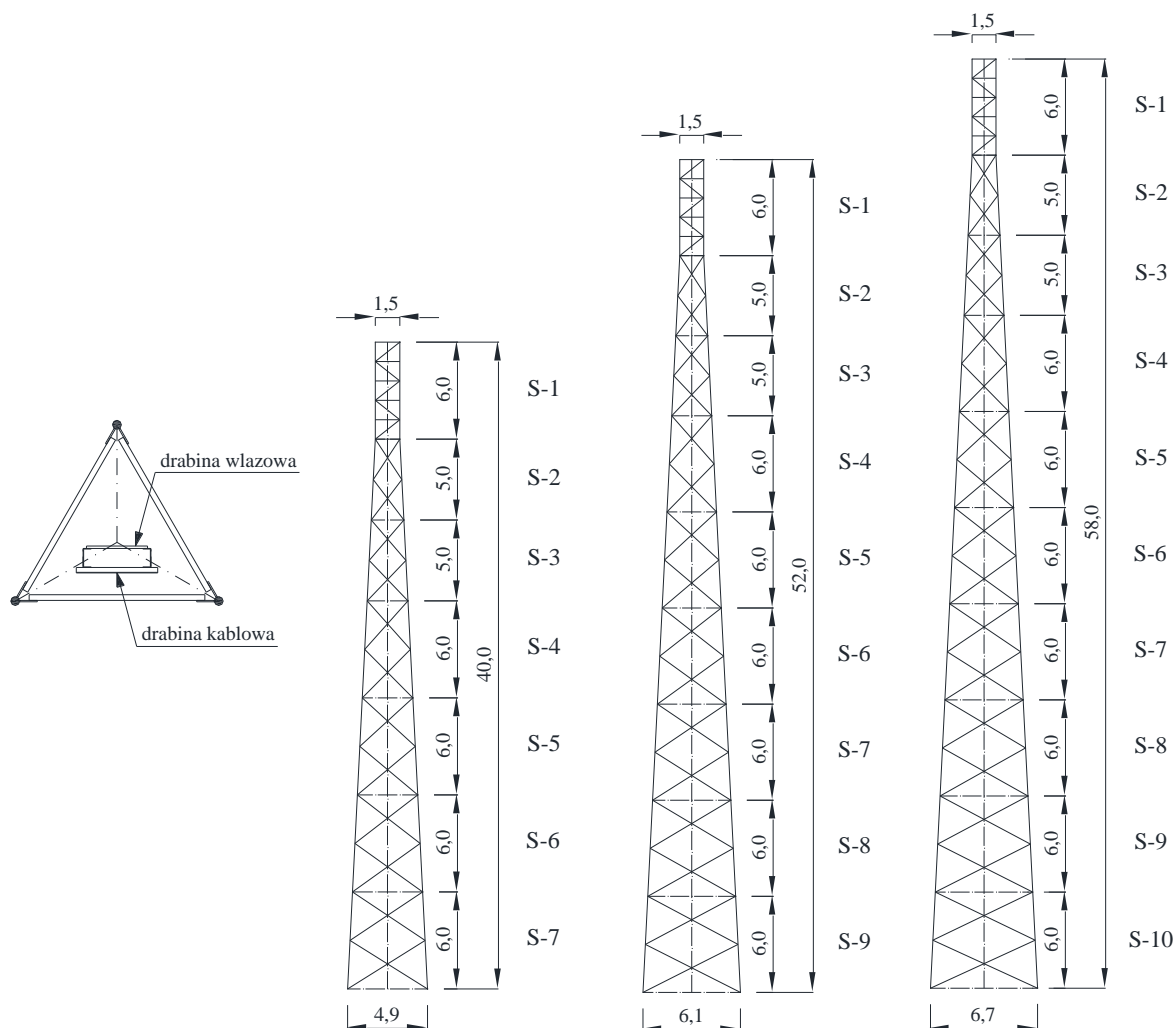
Segment	Wysokość segmentu [m]	Przekrój poprzeczny krawężników [mm]	Przekrój poprzeczny skratowania [mm]
S-1	6,0	Ø65	└ 60x60x5
S-2	5,0	Ø65	└ 60x60x5
S-3	5,0	Ø80	└ 60x60x6
S-4	6,0	Ø80	└ 90x60x8
S-5	6,0	Ø90	└ 90x60x8 └ 100x75x8
S-6	6,0	Ø90	└ 100x75x8
S-7	6,0	Ø100	└ 120x80x8

Tabela 6.2. Wieża nr 2 (52,0 m) – podstawowe wymiary geometryczne i przekroje elementów

Segment	Wysokość segmentu [m]	Przekrój poprzeczny krawężników [mm]	Przekrój poprzeczny skratowania [mm]
S-1	6,0	Ø65	└ 60x60x6
S-2	5,0	Ø65	└ 60x60x6
S-3	5,0	Ø65	└ 60x60x6
S-4	6,0	Ø80	└ 60x60x6
S-5	6,0	Ø80	└ 90x60x8
S-6	6,0	Ø90	└ 90x60x8
S-7	6,0	Ø90	└ 90x60x8
S-8	6,0	Ø95	└ 90x60x8
S-9	6,0	Ø95	└ 90x60x8

Tabela 6.3. Wieża nr 3 (58,0 m) – podstawowe wymiary geometryczne i przekroje elementów

Segment	Wysokość segmentu [m]	Przekrój poprzeczny krawężników [mm]	Przekrój poprzeczny skratowania [mm]
S-1	6,0	Ø65	└ 60x60x6
S-2	5,0	Ø65	└ 60x60x6
S-3	5,0	Ø65	└ 60x60x6
S-4	6,0	Ø80	└ 60x60x6
S-5	6,0	Ø80	└ 90x60x8
S-6	6,0	Ø90	└ 90x60x8
S-7	6,0	Ø90	└ 90x60x8
S-8	6,0	Ø95	└ 90x60x8
S-9	6,0	Ø95	└ 90x60x8
S-10	6,0	Ø100	└ 120x80x8



Rys. 6.1. Przekrój poprzeczny i schematy konstrukcji analizowanych wież: 40,0 m (po lewo), 52,0 m (pośrodku) i 58,0 m (po prawo); wymiary podane w metrach

## 6.2. Procedura kalibracji częściowych współczynników bezpieczeństwa

### 6.2.1. Przykład 1

Przy analizie stalowego komina zastosowano procedurę uproszczoną. Pierwszy etap polegał na wyznaczeniu wskaźników niezawodności  $\beta$  dla różnych wartości współczynnika zmienności. Jak wcześniej wspomniano, można ogólnie przyjąć, że wskaźnik bezpieczeństwa jest prostym identyfikatorem stanu bezpieczeństwa konstrukcji w kontekście teorii prawdopodobieństwa. Na tej podstawie można określić pewien wymagany poziom bezpieczeństwa i trwałości konstrukcji, zmieniając wymagania w zależności od konsekwencji możliwej awarii elementu bądź globalnego uszkodzenia (zniszczenia) konstrukcji. Określono w tym celu wartość oczekiwaną  $E[M_x]$  i odchylenie

standardowe  $\sigma[M_x]$  maksymalnych momentów zginających na podstawie modelu MES. Wskaźnik niezawodności dla rozważanego przypadku można wyrazić następująco:

$$\beta = \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\alpha_E^2 + (\gamma \cdot \alpha_R)^2}}, \quad (6.1)$$

gdzie  $\alpha_E$  i  $\alpha_R$  są współczynnikami zmienności odpowiednio dla efektów obciążeń i nośności, które zdefiniowane są jako:

$$\alpha_E = \frac{\sigma[M_x]}{E[M_x]}, \quad (6.2)$$

$$\alpha_R = \frac{\sigma[M_{b,ex}]}{E[M_{b,ex}]}. \quad (6.3)$$

$E[M_{b,ex}]$  oznacza wartość oczekiwaną nośności, a  $\sigma[M_{b,ex}]$  jest odchyleniem standardowym tej zmiennej. Tak zwany centralny współczynnik bezpieczeństwa  $\gamma$  opisany jest poniższą zależnością:

$$\gamma = \frac{E[M_{b,ex}]}{E[M_x]}. \quad (6.4)$$

Częściowy współczynnik bezpieczeństwa został określony przy użyciu wskaźnika niezawodności:

$$\gamma_E = 1 + \beta \cdot |v_E| \cdot \alpha_E, \quad (6.5)$$

przy czym  $|v_E|$  reprezentuje współczynnik wrażliwości (współczynnik kalibracji) opisany następującą formułą:

$$|v_E| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\gamma \cdot \alpha_R}{\alpha_E}\right)^2}}. \quad (6.6)$$

### 6.2.2. Przykład 2

W przypadku wież telekomunikacyjnych przeprowadzono procedurę kalibracji częściowych współczynników bezpieczeństwa, bazującą na metodzie niezawodności drugiego rzędu (SORM). Do obliczenia podstawowych charakterystyk probabilistycznych, takich jak wartości oczekiwane, wariancja i współczynniki wariancji obserwowanych parametrów (sił osiowych w krawężnikach wież w dolnych segmentach) zastosowano metodę perturbacji stochastycznej ósmego rzędu. Wielomianowe

funkcje odpowiedzi obserwowanych parametrów zostały określone numerycznie za pomocą systemu algebry numerycznej MAPLE, v. 2016 z wbudowanym modułem metody najmniejszych kwadratów.

Kolejnym etapem analizy było określenie wskaźników niezawodności  $\beta_{SORM}$  dla różnych wejściowych współczynników wariancji prędkości wiatru  $\alpha_{in}(v)$ . Funkcję stanu granicznego w przypadku analizy nośności wież (dla znanego „najsłabszego ogniwa” konstrukcji – nośność wyboyczeniowa ściskanego krawężnika) i losowego obciążenia wiatrem określono analogicznie jak w przykładzie numerycznym zaprezentowanym w podrozdziale 5.2 (zgodnie z zależnością (5.9)). Wskaźnik niezawodności Cornella zdefiniowano zgodnie z formułą (5.10), wskaźnik niezawodności według metody drugiego rzędu (Hasofer-Linda), zastosowany w niniejszym przykładzie numerycznym obliczono posługując się zależnościami (5.11), (5.12) i (5.13).

Częściowy współczynnik bezpieczeństwa został określony na podstawie metody niezawodności SORM jak następuje:

$$\gamma_E = 1 + \beta_{SORM} \cdot |v_E| \cdot \alpha_E \quad (6.7)$$

gdzie  $\alpha_E$  jest współczynnikiem wariancji efektów oddziaływań środowiskowych. Parametry  $|v_E|$  i  $\alpha_E$  są analogiczne jak zastosowano w przykładzie numerycznym dotyczącym stalowego komina (podrozdział 5.5.3.1), odnoszą się jednak do sił osiowych jako efektów oddziaływań.

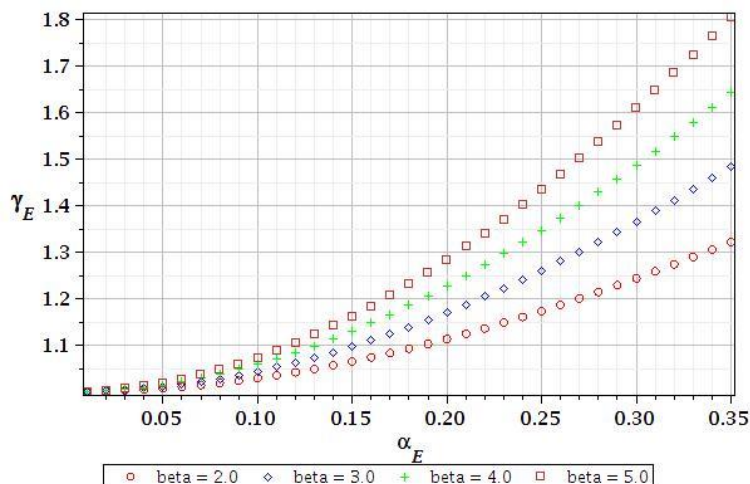
## 6.3. Rezultaty

### 6.3.1. Przykład 1

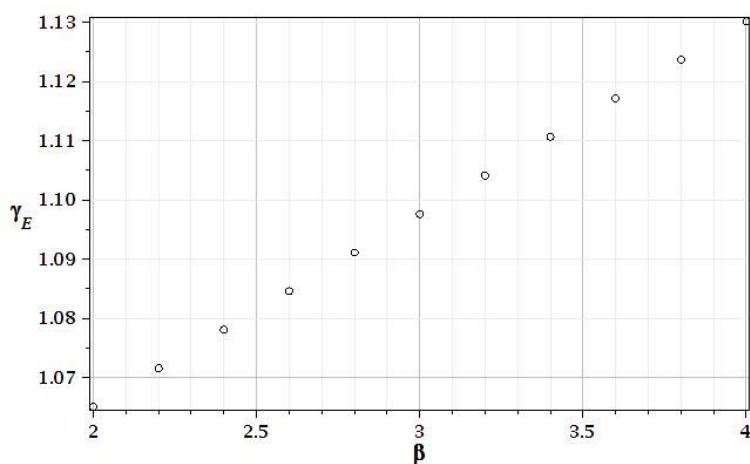
Pierwsza część rozważań polegała na założeniu projektowanego poziomu niezawodności konstrukcji za pomocą określenia odpowiedniej wartości wskaźnika niezawodności  $\beta$ , któremu odpowiadają częściowe współczynniki bezpieczeństwa oszacowane dla różnych wejściowych współczynników zmienności. Pod uwagę wzięto wskaźniki niezawodności o wartościach odpowiednio  $\beta = 2,0$ ,  $\beta = 3,0$ ,  $\beta = 4,0$ , i  $\beta = 5,0$  (rys. 6.2). Wartości wskaźników rekomendowane przez Eurokod 0 [PN-EN 1990], to w przypadku stanu granicznego nośności wartość  $\beta = 3,8$ , natomiast dla stanu granicznego użytkowalności  $\beta = 1,5$  (dla okresu odniesienia równego 50 lat).

Można zauważyć, że przy współczynniku wariancji zbliżonym do  $\alpha_E = 0,0$ , co oznacza brak niepewności w efektach oddziaływań, we wszystkich przypadkach częściowe współczynniki bezpieczeństwa równe są  $\gamma_E = 1,0$ . Rosną one wraz ze wzrostem współczynników zmienności, a zależność ta jest nieliniowa. Różnica pomiędzy częściowymi współczynnikami bezpieczeństwa dla poszczególnych zadanych wartości wskaźników niezawodności wynosi ok. 5% przy wejściowym współczynniku wariancji równym 0,2 i ok. 10% przy wartości tego współczynnika wynoszącej 0,35.

Na rys. 6.3 zaprezentowane zostały częściowe współczynniki bezpieczeństwa dla zadanych wskaźników niezawodności w zakresie od 2,0 do 4,0, w skoku co 0,2 i dla współczynnika wariancji równego  $\alpha_{in} = 0,15$ .



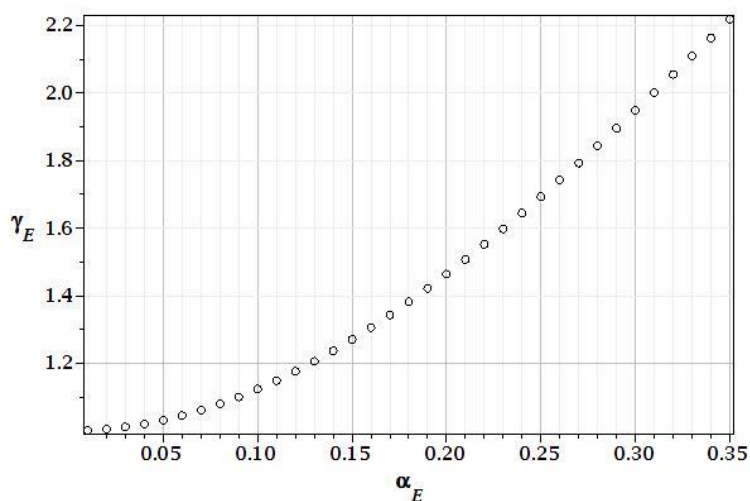
Rys. 6.2. Zależności pomiędzy częściowymi współczynnikami bezpieczeństwa a współczynnikami wariancji dla zadanych poziomów niezawodności konstrukcji



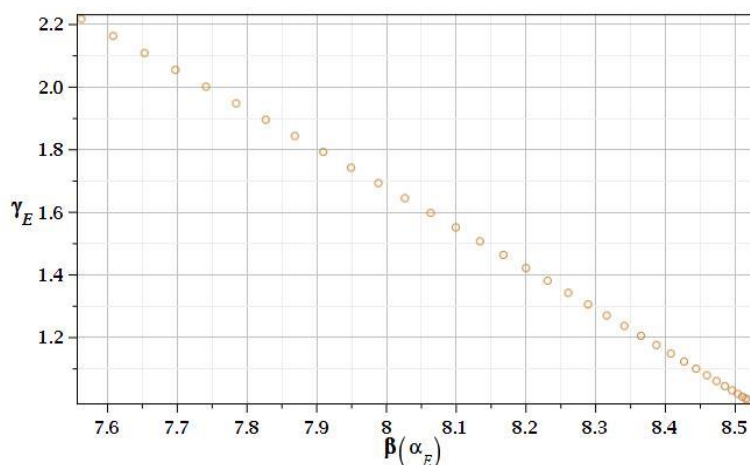
Rys. 6.3. Zależność pomiędzy częściowymi współczynnikami bezpieczeństwa i zadawanymi wskaźnikami niezawodności dla współczynnika wariancji równego  $\alpha_{in} = 0,15$

Można zaobserwować, że dla tego współczynnika wariancji wzrost poziomu niezawodności konstrukcji o jeden stopień (wzrost wskaźnika niezawodności  $\beta$  równy 1,0) powoduje stosunkowo niewielki przyrost wartości współczynnika częściowego, o ok. 0,03. Warto zauważyć, że dla takiej wartości odchylenia standardowego efektu obciążenia, przy założonym wskaźniku niezawodności  $\beta = 4,0$  częściowy współczynnik bezpieczeństwa jest relatywnie mały ( $\gamma = 1,13$ ). Wartość wskaźnika niezawodności według Eurokodu dla klasy niezawodności RC1 [PN-EN 1990], do której zaliczyć należy konstrukcje, których awaria niesie ze sobą małe prawdopodobieństwo utraty życia ludzi oraz niskie konsekwencje ekonomiczne, społeczne i środowiskowe, wynosi  $\beta = 3,3$ . Oznacza to, że przy ich obliczaniu powinien zostać użyty częściowy współczynnik bezpieczeństwa równy  $\gamma = 1,1$ .

W drugiej części analizy częściowe współczynniki bezpieczeństwa zostały oszacowane dla wskaźników niezawodności zależnych bezpośrednio od wskaźników wariancji (rys. 6.4 – 6.5).



Rys. 6.4. Zależność pomiędzy częściowymi współczynnikami bezpieczeństwa i współczynnikami wariancji dla odpowiadających im poziomów niezawodności



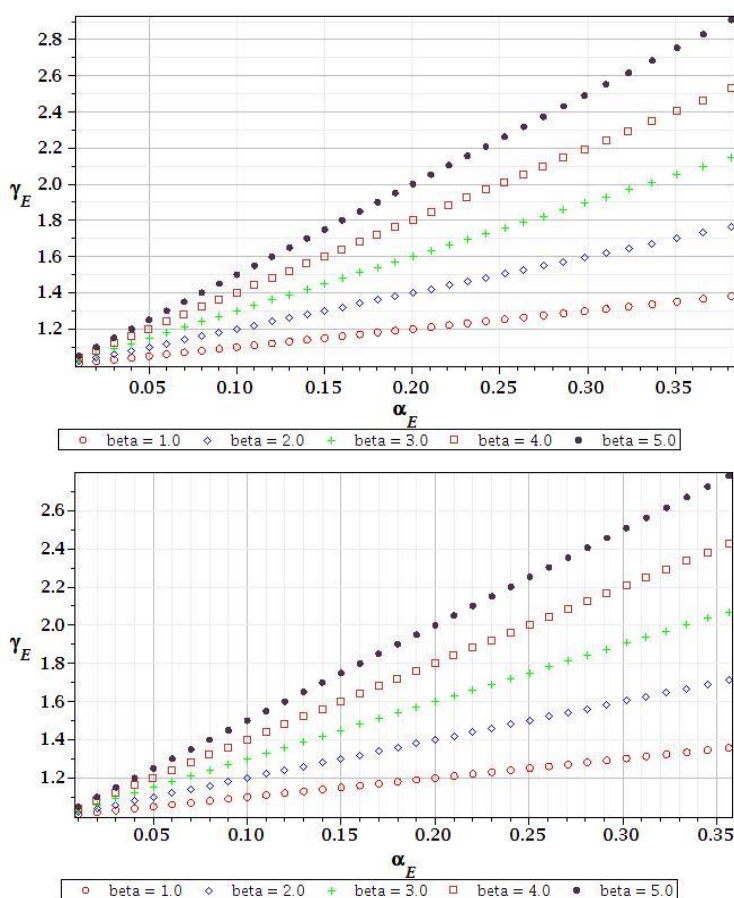
Rys. 6.5. Zależność pomiędzy częściowymi współczynnikami bezpieczeństwa i wskaźnikami niezawodności dla odpowiadających im współczynników wariancji

Jak można zauważyć, częściowe współczynniki bezpieczeństwa obliczone dla tych samych wartości współczynników wariancji które analizowano w poprzedniej części są wyższe, co oznacza, że wskaźniki niezawodności określone na podstawie tych współczynników zmienności są większe. Wartość częściowego współczynnika bezpieczeństwa dla efektu obciążeń, dla współczynnika wariancji równego około  $\alpha_E = 0,0$  jest również równa  $\gamma = 1,0$ , ale przy współczynniku zmienności  $\alpha_E = 0,35$  współczynnik bezpieczeństwa osiąga wartość  $\gamma = 2,2$ , co odpowiada wskaźnikowi niezawodności na poziomie  $\beta = 7,6$ . Analizując rys 6.5 można zaobserwować liniową zależność pomiędzy współczynnikami bezpieczeństwa a wskaźnikami niezawodności określonymi dla odpowiadających im współczynników wariancji efektów obciążeń. Częściowe współczynniki bezpieczeństwa zmniejszają się wraz ze wzrostem wskaźnika niezawodności. Wynika to

z bezpośredniej zależności pomiędzy wskaźnikiem niezawodności a współczynnikiem zmienności – przy wskaźniku niezawodności równym ok. 8,52 nie ma niepewności co do efektu obciążenia środowiskowego (współczynnik wariancji wynosi 0,0).

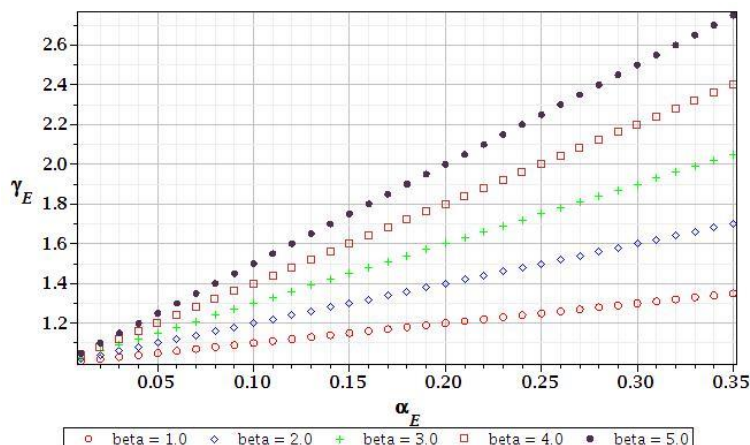
### 6.3.2. Przykład 2

Analogiczne wyniki uzyskano w odniesieniu do kratowych wież telekomunikacyjnych. Na wykresach przedstawionych na rys. 6.6 można zaobserwować różne wartości maksymalne współczynników wariancji na osiach poziomych. Wynika to z faktu, że parametrem wejściowym jest tu współczynnik wariancji prędkości wiatru  $\alpha_{in}(v)$ , współczynnik wariancji efektów oddziaływań jest natomiast wartością wynikową analizy stochastycznej. Jest to różnica w stosunku do obliczeń przeprowadzonych dla komina, gdzie współczynnik wariancji efektów oddziaływań  $\alpha_E$  jest jednym z parametrów wejściowych. Dla wszystkich trzech konstrukcji kratowych uzyskano podobne wartości częściowych współczynników bezpieczeństwa przy zadanym poziomie niezawodności. Wyniki te różnią się od odpowiadających im rezultatów otrzymanych przy analizie komina, gdzie częściowe współczynniki bezpieczeństwa są niższe, a różnica pomiędzy nimi jest większa dla wyższych wartości współczynników wariancji, przy tym samym losowym rozproszeniu efektów obciążenia zewnętrznego.



Rys. 6.6a. Zależności pomiędzy częściowymi współczynnikami bezpieczeństwa i współczynnikami wariancji dla zadaných poziomów niezawodności: wieża 40,0 m (u góry) i 52,0 m (na dole)

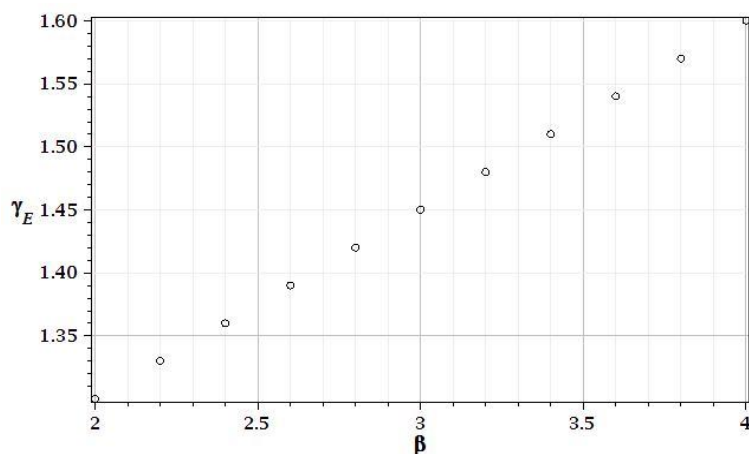




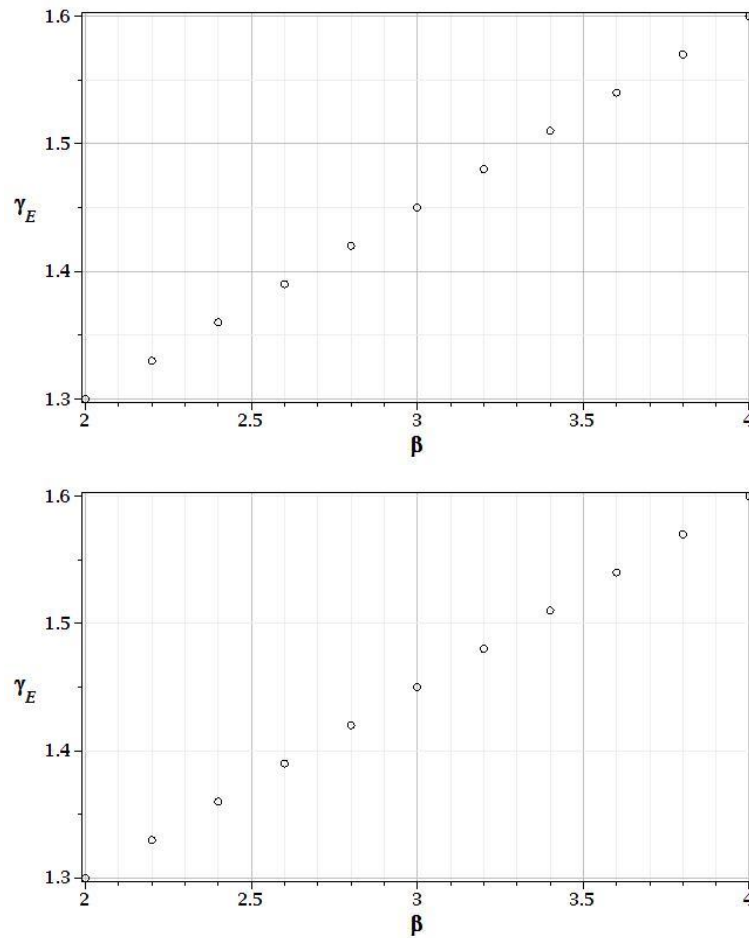
Rys. 6.6b. Zależności pomiędzy częściowymi współczynnikami bezpieczeństwa i współczynnikami wariacji dla zadanych poziomów niezawodności c.d.: wieża 58,0 m

Uwagę należy zwrócić na różnicę w charakterze wykresów dla różnych rodzajów konstrukcji – w przypadku wież można zaobserwować zależności liniowe. Częściowe współczynniki bezpieczeństwa przy jednakowych wartościach zadanych wskaźników niezawodności (w zakresie od 2,0 do 4,0 co 0,2) i współczynnika wariacji  $\alpha_E$  równym  $\alpha_E = 0,15$  są podobne dla wszystkich trzech konstrukcji wieżowych i wyższe niż w przypadku komina (rys. 6.7). Różnica w wartościach współczynników bezpieczeństwa pomiędzy poszczególnymi wartościami wskaźników niezawodności jest większa niż w przypadku komina – wraz ze wzrostem wskaźnika niezawodności  $\beta$  o 1,0 odpowiadający mu przyrost wartości częściowego współczynnika bezpieczeństwa wynosi ok. 0,15.

Interesujące wyniki uzyskano dla podejścia drugiego – analizy, w której wszystkie zmienne: współczynniki wariacji, wskaźniki niezawodności i częściowe współczynniki bezpieczeństwa są od siebie zależne (rys. 6.8). Zależności pomiędzy częściowymi współczynnikami bezpieczeństwa a współczynnikami wariacji w obu przypadkach – dla komina i kratowych wież – są silnie nieliniowe.

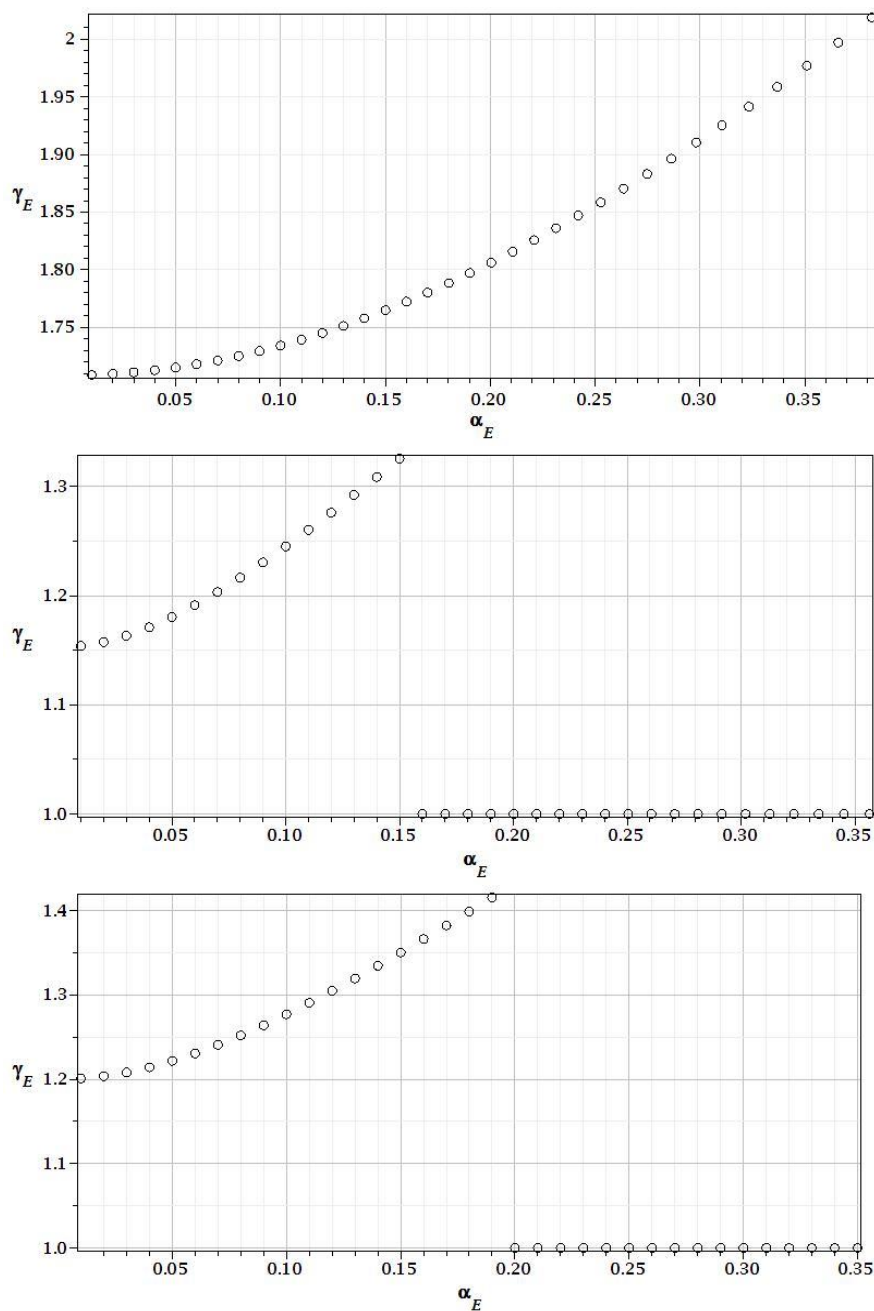


Rys. 6.7a. Zależność pomiędzy częściowymi współczynnikami bezpieczeństwa i ustalonymi wskaźnikami niezawodności dla współczynnika wariacji równego  $\alpha_E = 0,15$ : wieża o wysokości 40,0 m



Rys. 6.7b. Zależność pomiędzy częściowymi współczynnikami bezpieczeństwa i ustalonymi wskaźnikami niezawodności dla współczynnika wariancji równego  $\alpha_E = 0,15$  c.d.: wieża o wysokości 52,0 m (na górze) i 58,0 m (na dole)

Przy podobnym rozproszeniu współczynnika  $\alpha_E$  jest duża różnica pomiędzy wynikami współczynników  $\gamma$  uzyskanymi w przykładzie numerycznym dotyczącym stalowego komina, gdzie zakres wartości wynosi ok. 1,2, a dla wież, gdzie rozrzut wartości jest równy od ok. 0,7 (wieża 52-metrowa) do ok. 0,3 (wieża 58-metrowa). Na wykresach zaprezentowanych na rys. 6.8 widać, że dla pewnego zakresu niepewności na wejściu częściowe współczynniki bezpieczeństwa są równe 1,0. Oznacza to, że dla współczynnika zmienności równego 0,16 w przypadku wieży o wysokości 52,0 m oraz równego 0,2 dla wieży 58-metrowej nośność konstrukcji została przekroczona (wartość wskaźnika niezawodności jest w tych punktach równa 0,0; rys. 6.9). Nośność w całym analizowanym spektrum jest zachowana jedynie dla wieży o wysokości 42,0 m. Spowodowane jest to największą w przypadku tej konstrukcji różnicą pomiędzy obciążeniami środowiskowymi a nośnością konstrukcji, wynikającą z relatywnie dużych przekrojów poprzecznych elementów konstrukcyjnych wieży. Wskaźniki niezawodności dla tej konstrukcji mają najwyższe wartości, największe są również współczynniki bezpieczeństwa – muszą zapewnić odpowiedni poziom bezpieczeństwa konstrukcji (tab. 6.4).



Rys. 6.8. Zależność pomiędzy częściowymi współczynnikami bezpieczeństwa i wskaźnikami niezawodności dla odpowiadających im poziomów niezawodności: wieża o wysokości 40,0 m (na górze), 52,0 m (pośrodku) i 58,0 m (na dole)

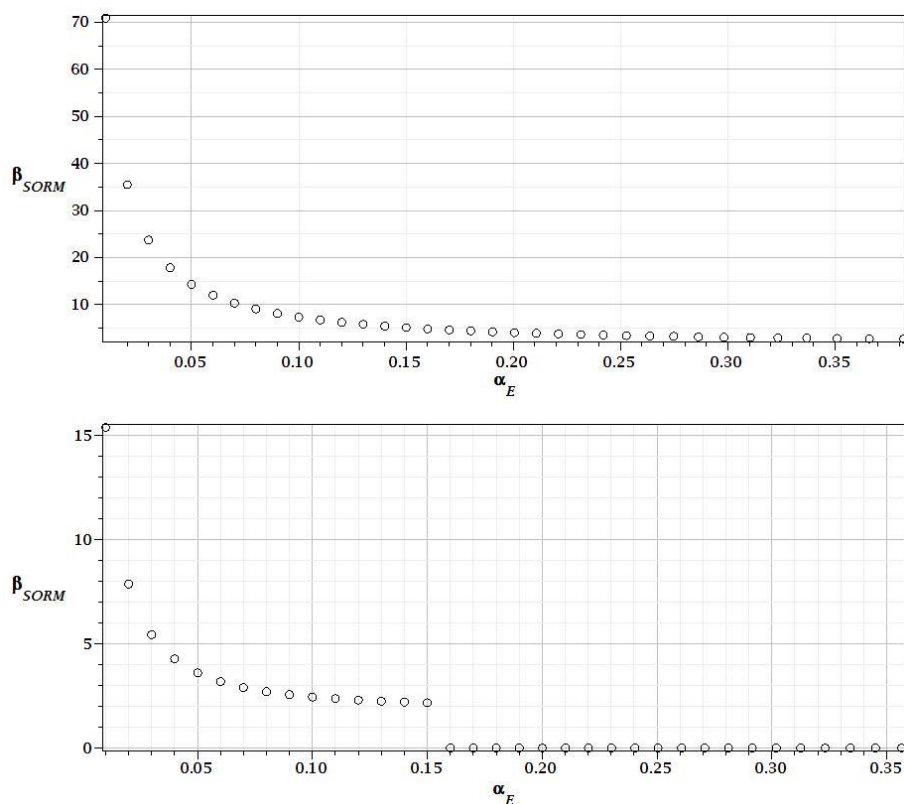
Tabela 6.4. Wartości wskaźników niezawodności i częściowych współczynników bezpieczeństwa dla poszczególnych konstrukcji, przy współczynniku wariancji równym  $\alpha_E = 0,15$

Rodzaj konstrukcji	$\beta$	$\gamma$
komin	8,32	1,27
wieża 40,0 m	5,10	1,76
wieża 52,0 m	2,17	1,33
wieża 58,0 m	2,33	1,35

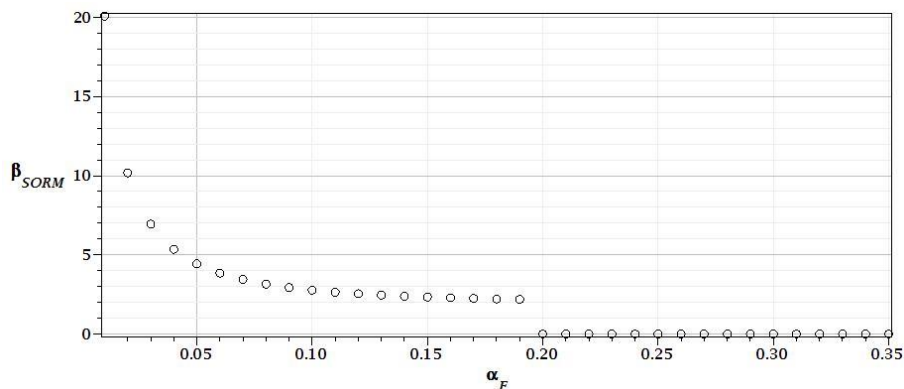
Zestawienie wyników odpowiadających minimalnemu odchyleniu standardowemu obciążeń środowiskowych (współczynnik wariancji równy prawie 0,0) zaprezentowano w tabeli 6.5. Wskaźniki niezawodności (przedstawione również na rys. 6.9) osiągają ekstremalne wartości dla wieży 40-metrowej, a różnice pomiędzy tymi wartościami a odpowiadającymi wskaźnikami dla pozostałych konstrukcji wieżowych są znaczące. Uzyskane wyniki pozwalają stwierdzić, że częściowy współczynnik bezpieczeństwa przy braku niepewności efektów obciążeń równy jest  $\gamma=1,0$  wyłącznie w przypadku komin. W pozostałych przypadkach współczynniki bezpieczeństwa są większe niż 1,0, nawet przy minimalnych współczynnikach zmienności.

Tabela 6.5. Wartości wskaźników niezawodności i częściowych współczynników bezpieczeństwa dla poszczególnych konstrukcji, przy współczynniku wariancji równym  $\alpha_E = 0,01$

Rodzaj konstrukcji	$\beta$	$\gamma$
komin	8,5	1,00
wieża 40,0 m	70,9	1,71
wieża 52,0 m	15,4	1,15
wieża 58,0 m	20,1	1,20



Rys. 6.9a. Zależność pomiędzy wskaźnikami niezawodności i współczynnikami wariancji: wieża o wysokości 40,0 m (na górze) i 52,0 m (na dole)



Rys. 6.9b. Zależność pomiędzy wskaźnikami niezawodności i współczynnikami wariancji c.d.: wieża o wysokości 58,0 m

Projektowanie konstrukcji z zastosowaniem częściowych współczynników bezpieczeństwa bazujących na wskaźnikach niezawodności SORM pozwala zoptymalizować konstrukcję, a zarazem zachować niezbędne marginesy bezpieczeństwa. Połączenie ogólnej metody perturbacji stochastycznej i procedury kalibracji współczynników bezpieczeństwa pozwala na przyjęcie takich wartości częściowych współczynników  $\gamma_E$ , które zapewnią wymagany poziom niezawodności obiektu  $\beta$ . Zaproponowane podejście pozwala zauważyć kilka ważnych zależności, takich jak m. in. wskaźnik niezawodności  $\beta$  w funkcji współczynnika wariancji  $\alpha_E$  (krzywe reprezentujące  $\beta(\alpha_E)$ ).

Na podstawie otrzymanych wyników można wyciągnąć następujące wnioski:

- najwyższy poziom niezawodności został osiągnięty w przypadku konstrukcji wieży o wysokości 40,0 m, najniższy natomiast przy wieży 52,0 m,
- biorąc pod uwagę analizę, w której wskaźniki niezawodności były z góry ustalone, łatwiej jest osiągnąć wymagany poziom niezawodności dla komina niż kratowych wież, częściowe współczynniki bezpieczeństwa są w tym przypadku znacznie niższe,
- zależność pomiędzy częściowymi współczynnikami bezpieczeństwa a współczynnikami wariancji dla konstrukcji wieżowych jest wprost proporcjonalny do zadanych wskaźników niezawodności,
- charakter zależności pomiędzy częściowymi współczynnikami bezpieczeństwa a współczynnikami wariancji może zależeć od wybranej konstrukcji inżynierskiej i jej poszczególnych parametrów.

---

# Rozdział 7

## Podsumowanie i wnioski

---

Przedmiotem rozważań jest w niniejszej pracy szacowanie niezawodności lekkich, smukłych konstrukcji inżynierskich, ze szczególnym uwzględnieniem kratowych wież telekomunikacyjnych, przy wykorzystaniu metody elementów skończonych oraz uogólnionej metody perturbacji stochastycznej. W przeprowadzonych analizach numerycznych rozpatruje się stochastyczne obciążenie dynamiczne konstrukcji w wybranym przedziale czasu.

W przykładach numerycznych wykorzystano modele zarówno prętowe, jak i powierzchniowe, uwzględniające nieliniową analizę sprężysto-plastyczną badanych elementów. Szczególną uwagę zwrócono na kalibrację modeli obliczeniowych, do której wykorzystano pomiary konstrukcji wykonane przed badaniami niszczącymi oraz w ich trakcie, czego efektem było wprowadzenie do modelu podpór o odpowiedniej podatności oraz geometrycznych imperfekcji. Dostrzeżono, że odpowiednie odwzorowanie modelu w programie numerycznym ma znaczny wpływ na uzyskane wyniki, szczególnie jeśli chodzi o przemieszczenia konstrukcji.

Sprawdzono, czy uogólniona metoda perturbacji stochastycznej jest wystarczająco dokładna do rozpatrywania zagadnień dynamicznych, uwzględniających nieliniowości konstrukcji. Rozważano różne rodzaje warunków stanowiących o przekroczeniu wymaganego poziomu niezawodności konstrukcji, w tym warunki stanu granicznego nośności (nośność wyboczeniowa krawężników, wytrzymałość plastyczna węzłów) oraz użytkowania (przemieszczenia wierzchołka konstrukcji). Obserwowano różnice pomiędzy podejściem statycznym do zagadnienia niezawodności konstrukcji a analizą dynamiczną. Szczególną uwagę zwrócono na wpływ fluktuacji funkcji wzbudzenia na odpowiedź konstrukcji.

**Wkładem własnym w rozpoznanie tematów poruszanych w dysertacji, jest w opinii autorki przede wszystkim:**

1. Dokonanie rozpoznania aktualnego stanu wiedzy dotyczącego zagadnień będących przedmiotem rozprawy. W dysertacji omówiono kwestie szacowania oddziaływania wiatru, przywołano prowadzone na całym świecie badania niszczące w odniesieniu do konstrukcji wieżowych, poruszono kwestie dynamiki, optymalizacji i niezawodności konstrukcji. Zebrano i usystematyzowano wiedzę z zakresu rozwiązań konstrukcyjnych kratowych wież telekomunikacyjnych, ze szczególnym podkreśleniem wymogów technologicznych. Zebrano i zaprezentowano najczęściej stosowane rozwiązania, które opatrzone obszerną dokumentacją fotograficzną. W ocenie autorki szczególnie cenne wydają się być spostrzeżenia wynikające z

praktyki inżynierskiej, dotyczące projektowania, realizacji oraz wzmacniania tego rodzaju konstrukcji.

2. Zaimplementowanie procedury pozwalającej na określenie mnożników do obciążeń działających na konstrukcję, tak aby spełniała ona wymagania odpowiedniego poziomu bezpieczeństwa (niezawodności), opisanego za pomocą wskaźnika niezawodności określonego na drodze analizy perturbacyjnej, przy zastosowaniu obciążeń o charakterze stochastycznym. Wykorzystano w tym celu algorytm kalibracji częściowych współczynników bezpieczeństwa. Procedura ta została opracowana dla zagadnień dynamicznych. Podejście to, w opinii autorki, znacząco ułatwia zastosowanie analizy dynamicznej z obciążeniem o charakterze stochastycznym w inżynierskim projektowaniu konstrukcji.

**Poniżej zamieszczone zostały wnioski, wyciągnięte na podstawie przeprowadzonych analiz numerycznych oraz zawartych w pracy rozważań.**

1. Z uwagi na występowanie konstrukcji wieżowych na terenie Polski w znacznej ilości, a także biorąc pod uwagę nieustający rozwój telekomunikacji, w szczególności nadchodzącą rozbudowę sieci telekomunikacyjnych o technologię 5G, która będzie wymagała powstania nowych stacji bazowych, jak również modernizacji już istniejących, **badania i rozwój metod oraz procedur obliczeniowych, dotyczących zarówno określania nośności, mechanizmu zniszczenia, szacowania obciążeń działających na konstrukcje (w szczególności oddziaływania wiatru), a także ich niezawodności, jest absolutnie uzasadniony.**
2. Eksperymenty niszczące w naturalnej skali konstrukcji dostarczają odpowiedzi na pytania dotyczące mechanizmu zniszczenia badanej konstrukcji, jej najsłabszych punktów oraz rzeczywistej nośności. Badania tego rodzaju zdecydowanie wzbogacają analizę o dodatkowe informacje, trudne do uzyskania w inny sposób, takie jak np. pomiary faktycznych przemieszczeń, czy imperfekcje geometryczne. Dane pozyskane w ten sposób mogą zostać wykorzystane w późniejszych analizach numerycznych, m. in. przy kalibracji modeli komputerowych czy rozwijaniu algorytmów obliczeniowych, a także jako punkt odniesienia i porównań.
3. **Na wyniki eksperymentów numerycznych (odpowieź konstrukcji) zasadniczy wpływ ma zaimplementowana w modelu MES podatność podpór wieży, w szczególności, gdy rozpatruje się przemieszczenia węzłów konstrukcji.** Dowiedziono, że odpowiednia kalibracja modelu pod tym kątem jest istotna, a jej brak może doprowadzić do niedoszacowania przemieszczeń. Prawidłowo odwzorowany model ma znacznie lepszą zbieżność z wynikami eksperymentalnymi.
4. Potwierdza się postawioną w rozdziale 1 niniejszej rozprawy tezę, iż **uogólniona metoda perturbacji stochastycznej może być z powodzeniem i zadowalającą dokładnością stosowana w analizie nieliniowych problemów dynamicznych z losowym wzbudzeniem Gaussa, w odniesieniu do szacowania niezawodności stalowych, kratowych konstrukcji**

- wieżowych.** Jej porównanie z metodami symulacyjną Monte Carlo (100 tysięcy prób losowych) oraz półanalityczną, które uznaje się za rozwiązania referencyjne, wykazały dostateczną zbieżność wyników, w szczególności w zakresie wejściowego współczynnika zmienności  $\alpha_{in} = (0,0;0,10)$ .
5. **Optymalizacja funkcji aproksymującej zestaw danych wejściowych jest istotnym elementem analizy.** Zastosowanie jako funkcji aproksymacji wielomianu nieodpowiedniego stopnia skutkuje dużym błędem średniokwadratowym, w związku z czym otrzymane w ten sposób wyniki mogą być obciążone znaczącym błędem (wartości parametrów statystycznych znacząco różnią się od wyników uzyskanych przy zastosowaniu funkcji aproksymującej o zminimalizowanym błędzie średniokwadratowym nawet kilkadziesiąt razy).
  6. Analiza dynamiczna pozwala na obserwację rozkładu parametrów statystycznych w analizowanym przedziale czasu. Na podstawie przeprowadzonych eksperymentów numerycznych można zauważyć, że różnice pomiędzy poszczególnymi punktami czasowymi są znaczne. Istnieją przypadki, co udowodniono w niniejszej rozprawie, że odpowiedź konstrukcji osiąga większe wartości w większości obserwowanych punktów czasowych rozpatrywanego przedziału, niż te otrzymane z podejścia statycznego. W analizie dynamicznej z uwzględnieniem niepewności obciążeń odnotowuje się prawdopodobieństwo awarii również w tych punktach czasowych, w których odpowiedź konstrukcji nie przekracza funkcji granicznej. Wynika stąd wniosek, że **nieuwzględnienie fluktuacji prędkości wiatru w czasie oraz rozproszenia statystycznego oddziaływań może prowadzić do niedoszacowania odpowiedzi konstrukcji.** Należy jednak zauważyć, że w przeprowadzeniu analizy dynamicznej tego rodzaju trudnością jest określenie funkcji prędkości wiatru w czasie. Możliwe jest m.in. pozyskanie jej z pomiarów in situ wiatru w określonej lokalizacji bądź archiwalnych danych meteorologicznych, jednak w codziennej praktyce inżynierskiej zależność ta jest trudno dostępna. W przypadku, gdy funkcja wzbudzenia jest znana, rekomendowany jest wybór analizy dynamicznej do szacowania niezawodności konstrukcji.
  7. Zaproponowana procedura szacowania niezawodności smukłych konstrukcji inżynierskich, uwzględniająca implementację częściowych współczynników bezpieczeństwa, bazująca na stochastycznej metodzie elementów skończonych i analizie dynamicznej konstrukcji, jest rozwiązaniem oferującym zdecydowanie większą dokładność obliczeń, oraz wyniki bardziej zbliżone do rzeczywistości niż standardowa analiza statyczna. **Algorytm jest zarazem na tyle nieskomplikowany, że może być wykorzystywany w obliczeniach inżynierskich stosowanych w praktyce projektowej.** Zaletą procedury jest jej uniwersalność, zarówno jeśli chodzi o implementację dynamicznej funkcji wzbudzenia, jak również wybór kryterium stanu granicznego, od którego będzie zależała niezawodność konstrukcji. Procedura może być stosowana do szacowania niezawodności dowolnych smukłych, stalowych konstrukcji inżynierskich poddanych dowolnym, zmiennym w czasie oddziaływaniom dynamicznym. Możliwe jest określenie funkcji wzbudzenia dla



**przedziału czasu wybranej długości.** Wartością dodaną jest implementacja funkcji wzbudzenia wyznaczonej na podstawie pomiarów in situ (w odniesieniu do obciążenia wiatrem - prędkości wiatru dla planowanej lokalizacji konstrukcji). Takie rozwiązanie wymaga jednak większych niż inżynierskie nakładów pracy.

8. Na podstawie zaproponowanej procedury możliwe jest projektowanie smukłych, stalowych konstrukcji inżynierskich przy zastosowaniu częściowych współczynników bezpieczeństwa bazujących na wskaźnikach niezawodności SORM, określonych za pomocą metody perturbacyjnej i dynamicznego oddziaływania wiatru w ujęciu stochastycznym. Podejście to pozwala zoptymalizować konstrukcje i zachować niezbędne marginesy bezpieczeństwa. **Połączenie uogólnionej metody perturbacji stochastycznej i procedury kalibracji współczynników bezpieczeństwa pozwala na przyjęcie takich wartości częściowych współczynników, które zapewnią wymagany poziom niezawodności obiektu.** Za pomocą zaproponowanego algorytmu możliwe jest określenie maksymalnej wartości rozproszenia parametru wejściowego analizy, przy której rozpatrywana konstrukcja będzie spełniała określone warunki niezawodności zgodnie z przyjętym kryterium. W przypadku konstrukcji istniejących, możliwa jest ocena poziomu niezawodności analizowanego obiektu i skonfrontowanie go z wymaganiami normowymi.
9. Potwierdza się postawioną w rozdziale 1 niniejszej rozprawy tezę, iż **zasadne jest szacowanie niezawodności lekkich, smukłych konstrukcji inżynierskich, w szczególności kratowych wież telekomunikacyjnych, przy wykorzystaniu analizy dynamicznej, w której obciążenie ma charakter stochastyczny.**

Obecny stan wiedzy inżynierskiej, dostępne techniki komputerowe oraz nieustające doskonalenie warsztatu metod obliczeniowych są, wraz z korzyściami płynącymi ze stosowania tego rodzaju rozwiązań, argumentami stojącymi za wprowadzaniem analizy probabilistycznej do szacowania niezawodności konstrukcji.

---

# Rozdział 8

## Literatura

---

### Monografie, artykuły naukowe i inne publikacje:

1. [Albermani i inni, 2004], Albermani F., Mahendran M., Kitipornchai S.: *Upgrading of transmission towers using a diaphragm bracing system*. Engineering Structures, 26 (2004), str. 735–744,
2. [Albermani i inni, 2009], Albermani F., Kitipornchai S., Chan R.W.K.: *Failure analysis of transmission towers*. Engineering Failure Analysis, 16 (2009), str. 1922–1928,
3. [An i inni, 2018], An L., Wu J., Zhang Z., Zhang R.: *Failure analysis of a lattice transmission tower collapse due to the super typhoon Rammasun in July 2014 in Hainan Province, China*. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, 182 (2018), str. 295–307,
4. [Asgarian i inni, 2016], Asgarian B., Eslamlou A. D., Zaghi A. E., Mehr M.: *Progressive collapse analysis of power transmission towers*. Journal of Constructional Steel Research, 123 (2016), str. 31–40,
5. [Athmani i inni, 2019], Athmani A., Khemis A., Chaouche A.H.: *Buckling Uncertainty Analysis for Steel Pipelines Buried in Elastic Soil Using FOSM and MCS Methods*. International Journal of Steel Structures, 19(2) (2019), str. 381-397,
6. [Au i Beck, 2001], Au S., Beck J.: *First excursion probabilities for linear systems by very efficient important sampling*. Probabilistic Engineering Mechanics, 16 (2001), str. 193-207,
7. [Baran i inni, 2016], Baran E., Akis T., Senc G., Draisawi A.: *Experimental and numerical analysis of a bolted connection in steel transmission towers*. Journal of Constructional Steel Research, 121 (2016), str. 253–260,
8. [Barbato i Conte, 2011], Barbato M., Conte J. P.: *Structural Reliability Applications of Nonstationary Spectral Characteristics*. Journal of Engineering Mechanics-ASCE 137(5) (2011), str. 371-382,
9. [Battista i inni, 2007], Battista R. C., Carvalho E. M. L., Pfeil M. S., Varela W. D.: *Fatigue life estimates for a telecommunication tower under wind action*. REM: R. Esc. Minas, Ouro Preto, 60(2), str. 401-408, abr. jun. 2007,
10. [Belloli i inni, 2014], Belloli M., Rosa Z., Zasso A.: *Wind loads on high slender tower: Numerical and experimental comparison*. Engineering Structures, 68 (2014), str. 24-32,
11. [Benitez i Montánas, 2013], Benítez M.J., Montánas F.J.: *The value of numerical amplification matrices in time integration methods*. Computers and Structures, 128, (2013), str. 243-250,
12. [Björck, 1996], Björck, A.: *Numerical methods for least squares problems*. SIAM, Philadelphia (1996),
13. [Błachowski i Gutkowski, 2016], Błachowski B., Gutkowski W.: *Effect of damaged circular flange-bolted connections on behaviour of tall towers, modelled by multilevel substructuring*. Engineering Structures, 111 (2016), str. 93-103,
14. [Breitung, 1987], Breitung K.: *Asymptotic approximation for multi-normal integrals*. Journal of Engineering Mechanics 110 (3) (1984), str. 357-366,

15. [Bródka i Broniewicz, 2001], Bródka J., Broniewicz M.: *Konstrukcje stalowe z rur*. Arkady, Warszawa (2001),
16. [Bučmys i Daniūnas, 2017], Bučmys Ž., Daniūnas A.: *Component method in the strength evaluation of coldformed steel joints*. Procedia Engineering, 172 (2017), str. 143–148,
17. [Calotescu i Solari, 2016], Calotescu I., Solari G.: *Alongwind load effects on free-standing lattice towers*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 155 (2016), str. 182–196,
18. [Cao i Bell, 1996], Cao J. J., Bell A. J.: *Determination of bolt forces in a circular flange joint under tension force*. Int. J. Press. Vessel. Pip. 68 (1996), str. 63–71,
19. [Carassale i Solari, 2006], Carassale L., Solari G.: *Monte Carlo simulations of wind velocity fields on complex structures*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 94 (2006), str. 323–339,
20. [Carril i inni, 2003], Carril Jr C. F., Isyumov N., Brasil R. M. L. R. F.: *Experimental study of the wind forces on rectangular latticed communication towers with antennas*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 91 (2003), str. 1007–1022,
21. [Casas i Chambi, 2014], Casas J. R., Chambi J. L.: *Partial safety factors for CFRP-wrapped bridge piers: Model assessment and calibration*. Composite Structures, 118 (2014), str. 267–283,
22. [Chan i Cho, 2008], Chan S.L., Cho S.H.: *Second-order analysis and design of angle trusses. Part I: Elastic analysis and design*. Engineering Structures 30 (2008), str. 616–625,
23. [Charmpis, 2019], Charmpis D.C.: *The effect of correlations among random member properties on structural reliability*. Structures 19 (2019), str. 463–475,
24. [Chen i inni, 2019], Chen S., Hou Ch., Zhang H., Han L.: *Structural behaviour and reliability of CFST trusses with random initial imperfections*. Thin-Walled Structures, 143 (2019), str. 106–192,
25. [Cheng i Ge, 2018], Cheng X. X. Ge Y.J.: *An Innovative Structural Health Monitoring System for Large Transmission Towers Based on GPS*. International Journal of Structural Stability and Dynamics, Vol. 19, No. 4 (2018), 1971002,
26. [Ching i Phoon, 2011], Ching J., Phoon K.: *A quantile-based approach for calibrating reliability-based partial factors*. Structural Safety, 33 (2011), str. 275–285,
27. [Chmielewski i Zembaty, 1998], Chmielewski T., Zembaty Z.: *Podstawy dynamiki budowli*. Wydawnictwo Arkady, Warszawa (1998),
28. [Chojaczyk i inni, 2015], Chojaczyk A. A., Teixeira A. P., Neves L. C. i inni: *Review and application of Artificial Neural Networks models in reliability analysis of steel structures*. Structural Safety 52, cz. A (2015), str. 78–89,
29. [Cornell, 1968], Cornell C.A.: *Engineering seismic risk analysis*. Bulletin of Seismological Society of America, 58(5) (1968), str. 1583–1606,
30. [Cornell, 1969], Cornell, C.A.: *A Probability-Based Structural Code*. American Concrete Institute Journal, 66 (1969), str. 974–985,
31. [Couceiro i inni, 2016], Couceiro I., Paris J., Martinez S., Colominas I., Navarrina F., Casteleiro M.: *Structural optimization of lattice steel transmission towers*. Engineering Structures, 117 (2016), str. 274–286,
32. [Czepizak i Biegus, 2016], Czepizak D., Biegus A.: *Refined calculation of lateral bracing systems due to global geometrical imperfections*. Journal of Constructional Steel Research, 119 (2016), str. 30–38,

33. [Da Silva i inni, 2005], Da Silva J. G. S., da S. Vellasco P. C. G., de Andrade S. A. L., de Oliveira M.I.R.: *Structural assessment of current steel design models for transmission and telecommunication towers*. Journal of Constructional Steel Research, 61 (2005), str. 1108–1134,
34. [De Souza Pippi i inni, 2017], De Souza Pippi A., Kaminski Junior J., Pinheiro M. A. S.: *Evaluation of dynamic characteristics in a transmission line latticed steel tower*. Procedia Engineering, 199 (2017), str. 122–127,
35. [Deng i Huang, 2018], Deng H. Z., Huang B.: *Study on ultimate bearing capacity of main member in transmission tubular tower leg*. Thin-Walled Structures, 127 (2018), str. 51–61,
36. [Deng i inni, 2016], Deng H. Z., Xu H. J., Duan C.Y., Jin X. H., Wang Z. H.: *Experimental and numerical study on the responses of a transmission tower to skew incident winds*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 157 (2016), str. 171–188,
37. [Deoliya i Datta, 2000], Deoliya R., Datta T.K.: *Reliability analysis of a microwave tower for fluctuating mean wind with directional effect*. Reliability Engineering and System Safety, 67 (2000), str. 257-267,
38. [Duhovnik i Tomsic, 2012], Duhovnik J., Tomsic P.: *A comparative criteria method for telecommunications towers with different topological designs*. Mechanika, 18(2) (2012), str. 127-134,
39. [Elishakoff i inni, 1987], Elishakoff I., van Manen S., Vermeulen P. G., Arbocz J.: *First-order second-moment analysis of the buckling of shells with random imperfections*. AIAA Journal, 25(8) (1987), str. 1113-1117,
40. [Flaga, 2008], Flaga A.: *Inżynieria wiatrowa. Podstawy i zastosowanie*. Arkady (2008), Warszawa,
41. [Fu i inni, 2018], Fu J., Wu B., Wu J., Deng T., Pi Y., Xie Z.: *Wind resistant size optimization of geometrically nonlinear lattice Structures using a modified optimality criterion method*. Engineering Structures, 173 (2018), str. 573–588,
42. [Gao i Kessissoglou, 2007], Gao W., Kessissoglou N. J.: *Dynamic response analysis of stochastic truss structures under non-stationary random excitation using the random factor method*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 196 (2007), str. 2765–2773,
43. [Gao i Wang, 2018], Gao S, Wang S.: *Progressive Collapse Analysis of Latticed Telecommunication Towers under Wind Loads*. Advances in Civil Engineering, (2018), article ID: 3293506,
44. [Glanville i Kwok, 1997], Glanville M. J., Kwok K. C. S.: *Wind-induced deflections of free-standing lattice towers*. Engineering Structures, 19 (1997), str. 79-91,
45. [Goller i inni 2013], Goller B., Pradlwarter H.J., Schuëller G.I.: *Reliability assessment in structural dynamics*. Journal of Sound and Vibration, 332 (2013), str. 2488-2499,
46. [Greco i inni, 2010], Greco M., Ferreira I. P., Barros F. B., Stief J. N.: *Geometric nonlinear dynamic analysis of a telecommunication tower*. Proceedings of the 9th Brazilian Conference on Dynamics Control and their Applications, Serra Negra (2010), str. 525-532,
47. [Grossmann, 1996], Grossmann P.: *Monte-Carlo simulation of stochastic flow*. Gec Journal of Research 13(3), (1996), str. 175-187,
48. [Guminiak i Rakowski, 2012], Guminiak M., Rakowski J.: *Mechanika konstrukcji prętowych w ujęciu macierzowym*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej (2012),
49. [Guo i Jeffers, 2015], Guo Q., Jeffers A.E.: *Finite-Element Reliability Analysis of Structures Subjected to Fire*. Journal of Structural Engineering 141(4) (2015), nr 04014129,,
50. [Gwóźdź i Machowski, 2011], Gwóźdź M., Machowski A.: *Wybrane badania i obliczenia konstrukcji budowlanych metodami probabilistycznymi*. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków (2011),

51. [Hammersley i Handscomb, 1964], Hammersley J.M., Handscomb D.C.: *Monte Carlo Methods*. Fletcher&Son Limited, Norwich (1964),
52. [Hasofer i Lind, 1974], Hasofer A.M., Lind N.C.: *An Exact and Invariant First-Order Reliability Format*. Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, 100 (1974), str. 111–121,
53. [He, 2009], He J.: *Numerical calculation for first excursion probabilities*. Probabilistic Engineering Mechanics, 24(3) (2009), str. 418-425,
54. [Heinisuo i inni, 2014], Heinisuo M., Perttola H., Ronni H.: *A step towards the 3D component method for modelling beam-to-column joints*, Steel Constr. 7 (1) (2014), str. 8–13,
55. [Hicks i Pannington, 2015], Hicks S. J., Pennington A.: *Partial factors for the design resistance of composite beams in bending*. Journal of Constructional Steel Research, 105 (2015), str. 74-85,
56. [Hien i Kleiber, 1997], Hien T. D., Kleiber M.: *Stochastic finite element modelling in linear transient heat transfer*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 144(1-2) (1997), str. 111-124,
57. [Holmes, 1996a], Holmes J.D.: *Along-wind response of lattice towers – II. Aerodynamic damping and deflections*. Engineering Structures, 18 (7) (1996a), str. 483-488,
58. [Holmes, 1996b], Holmes J.D.: *Along-wind response of lattice towers – III. Effective load distributions*. Engineering Structures, 18(7) (1996b), str. 489-494,
59. [Hou i Han, 2017], Hou C., Han L.H.: *Analytical behaviour of CFDST chord to CHS brace composite Kjoints*. J. Constr. Steel Res. 128 (2017), str. 618–632,
60. [Hughes, 2000], Hughes T.J.R.: *The Finite Element Method - Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. New York, Dover Publications, Inc. (2000),
61. [Ibrahimbegovic i inni, 1990], Ibrahimbegovic A. i inni: *A robust quadrilateral membrane finite element with drilling degrees of freedom*. Int. J. Numer. Methods Eng. 30 (1990), str. 445–457,
62. [Idea Statica, 2016], Idea StatiCa Connection Theoretical background (2016),
63. [Jasim i Galeb, 2002], Jasim A. A., Galeb A. C.: *Optimum design of square free-standing communication towers*. Journal of Constructional Steel Research, 58 (2002), str. 413–425,
64. [Jebur i Al-Zaidee, 2019], Jebur H.Q., Al-Zaidee S.R.: *Non-deterministic Approach for Reliability Evaluation of Steel Portal Frame*. Civil Engineering Journal-Teheran 5(8), (2019), str. 1684-1697,
65. [Jiang i inni, 2011], Jiang W.Q., Wanga Z.Q., McClure G., Wang G.L., Geng J.D.: *Accurate modeling of joint effects in lattice transmission towers*. Engineering Structures, 33 (2011), str. 1817–1827,
66. [Jiang i inni, 2011], Jiang W.Q., Wang Z.Q., McClure G., Wang G.L., Geng J.D.: *Accurate modelling of joint effects in lattice transmission towers*. Engineering Structures, 33 (2011), str. 1817-1827,
67. [Ji-Yang i inni, 2018], Ji-Yang Fu, Ben-Gang Wu, Jiu-Rong Wu, Ting Deng, Yong-Lin Pi, Zhuang-Ning Xie: *Design sensitivity analysis for optimal design of geometrically nonlinear lattice structures*. Engineering Structures, 168 (2018), str. 915-928,
68. [Kamiński i Carey, 2005], Kamiński M., Carey G. F.: *Stochastic perturbation-based finite element approach to fluid flow problems*. International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, 15(7) (2005), str. 671-697,
69. [Kamiński i Corigliano, 2011], Kamiński M., Corigliano A.: *Sensitivity, probabilistic and stochastic analysis of the thermos-piezoelectric phenomena in solids by the stochastic perturbation technique*. Meccanica. An International Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 41(4) (20011),

70. [Kamiński i Hien, 1999], Kamiński M., Hien T. D.: *Stochastic finite element modelling of transient heat transfer in layered composites*. International Communications in Heat and Mass Transfer, 26(6) (1999), str. 801-810,
71. [Kamiński i Kleiber, 2000a], Kamiński M., Kleiber M.: *Numerical homogenization of N-component composites including stochastic interface defects*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 47 (2000), str. 1001-1027,
72. [Kamiński i Kleiber, 2000b], Kamiński M., Kleiber M.: *Perturbation based stochastic finite element method for homogenization of two-phase elastic composites*. Computers and Structures, 78(6) (2000), str. 811-826,
73. [Kamiński i Lauke, 2015], Kamiński M., Lauke B.: *Uncertainty in effective elastic properties of particle filled polymers by the Monte-Carlo simulation*. Composite Structures, 123 (2015), str. 374-382,
74. [Kamiński i Solecka, 2013], Kamiński M., Solecka M.: *Optimization of the truss-type structures using the generalized perturbation-based Stochastic Finite Element Method*. Finite Elements in Analysis and Design, 63 (2013), str. 69-79,
75. [Kamiński i Szafran, 2009], Kamiński M., Szafran J.: *Random Eigenvibrations of Elastic Structures by the Response Function Method and the Generalized Stochastic Perturbation Technique*. Archives of Civil and Mechanical Engineering, 9(4) (2009), str. 5-32,
76. [Kamiński i Szafran, 2012], Kamiński, M., Szafran, J.: *Stochastic finite element analysis and reliability of steel telecommunication towers*. CMES: Computer Modelling in Engineering and Sciences, 83 (2) (2012), str. 143-168,
77. [Kamiński i Szafran, 2013], Kamiński, M., Szafran, J.: *Perturbation-based stochastic finite element analysis of the interface defects in composites via Response Function Method*. Composite Structures, 97 (2013), str. 269-276,
78. [Kamiński i Szafran, 2015], Kamiński, M., Szafran, J.: *The last squares stochastic finite element method in structural stability analysis of steel skeletal structures*. International Journal of Applied Mechanics and Engineering, 20 (2) (2015), str. 299-318,
79. [Kamiński i Szafran, 2017], Kamiński, M., Szafran, J.: *Bridges for Pedestrians with random parameters using the stochastic finite elements analysis*. International Journal of Applied Mechanics and Engineering, 22(1) (2017), str. 175-197,
80. [Kamiński i Świta, 2011], Kamiński M., Świta P.: *Generalized stochastic finite element method in elastic stability problems*. Computers & Structures, 89(11) (2011), str. 1241-1252,
81. [Kamiński, 1999], Kamiński M.: *Monte-Carlo simulation of effective conductivity for fiber composites*. International Communications in Heat and Mass Transfer, 26(6) (1999), str. 791-800,
82. [Kamiński, 2001], Kamiński M.: *Stochastic second-order perturbation approach to the stress-based finite element method*. International Journal of Solid and Structures, 38(21) (2001), str. 3831-3852,
83. [Kamiński, 2005a], Kamiński M.: *Computational Mechanics of Composite Material*. Springer-Verlag, London, (2005),
84. [Kamiński, 2005b], Kamiński M.: *On generalized stochastic perturbation-based finite element method*. Communications in Numerical Methods in Engineering, 22(1) (2005),
85. [Kamiński, 2007], Kamiński M.: *Generalized perturbation-based stochastic finite element method in elastostatics*. Comput. Struct. 85(10) (2007), str. 586-594,

86. [Kamiński, 2009], Kamiński M.: *Generalized stochastic perturbation technique in engineering computations*. *Math. Comp. Modell.*, 51(3-4) (2009), str. 272-285,
87. [Kamiński, 2010], Kamiński M.: *Potential problems with random parameters by the generalized perturbation-based stochastic finite element method*. *Comput. Struct.* 88(7-8) (2010), str. 437-445,
88. [Kamiński, 2011], Kamiński M.: *On semi-analytical probabilistic finite element method for homogenization of the periodic fiber-reinforced composites*. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 86 (2011), str. 1144-1162,
89. [Kamiński, 2013], Kamiński M.: *The Stochastic Perturbation Method for Computational Mechanics*. Wiley (2013), Chichester,
90. [Kamiński, 2015a], Kamiński M.: *Iterative scheme in determination of the probabilistic moments of the structural response in the Stochastic perturbation-based Boundary Element Method*. *Computers and Structures*, 151 (2015), str. 86-95,
91. [Kamiński, 2015b], Kamiński M.: *On the dual iterative stochastic perturbation-based finite element method in solid mechanics with Gaussian uncertainties*. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 104(11) (2015), str. 1038-1060,
92. [Kamiński, 2018], Kamiński M.: *Deterministic and probabilistic homogenization limits for particulate composites with nearly incompressible components*. *Composite Structures*, 187 (2018), str. 36-47,
93. [Katafygiotis i Cheung, 2006], Katafygiotis L., Cheung S.: *Domain decomposition method for calculating the failure probability of linear dynamic systems subjected to Gaussian stochastic loads*. *Journal of Engineering Mechanics*, 132(5) (2006), str. 465-486,
94. [Kelley, 1999], Kelley C. T.: *Iterative Methods for Optimization*. *Frontiers in Applied Mathematics* (1999),
95. [Kitipornchai i Albermani, 1993], Kitipornchai S., Albermani F.: *Nonlinear finite element analysis of latticed transmission towers*. *Engineering Structures*, 15 (1993), str. 259-269,
96. [Klasson i inni, 2016], Klasson A., Crocetti R., Hansson E. F.: *Slender steel columns: How they are affected by imperfections and bracing stiffness*. *Structures*, 8 (2016), str. 35-43,
97. [Kleiber i Hien, 1991], Kleiber M., Hien T.D.: *Stochastic design sensitivity in structural dynamics*. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* (1991),
98. [Kleiber i Hien, 1992], Kleiber M., Hien T.D.: *The Stochastic Finite Elements Method: Basic Perturbation Technique and Computer Implementation*. John Wiley and Sons, Chichester (1992),
99. [Kleiber, 1985], Kleiber M.: *Metoda elementów skończonych w nieliniowej mechanice kontinuum*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa (1985),
100. [Kozak i Liel, 2015], Kozak D.L., Liel A.B.: *Reliability of steel roof structures under snow loads*. *Structural Safety*, 54 (2015), str. 46-56,
101. [Kozłowski, 1965], Kozłowski T.: *Stalowe maszty i wieże radiowe i telewizyjne*. Arkady, Warszawa (1965),
102. [Kumar i inni, 2016], Kumar H. N., Shashi Kumar N. V., Raghu K., Narayana G.: *Seismic Vulnerability of Steel Frames with Different Bracing Systems*. *International Journal of Science and Research*, 5(9) (2016), str. 648-653,
103. [Kumar i inni, 2017], Kumar M. P., Raju P. M., Navya M., Naidu G. T.: *Effect of wind speed on structural behaviour of monopole and self-support telecommunication towers*. *Asian Journal of civil engineering (BHRC)*, 18 (2017), str. 91-927,

104. [Lacoma i Romero, 2017], Lacoma L.M., Romero I.: *Error estimations for HHT method in non-linear solid dynamics*. Computers and Structures, 85 (2017), str. 158-169,
105. [Lalas i Ratto, 1996], Lalas D. P., Ratto C. F.: *Modeling of atmosphere flow fields*. World Scientific Publications, Singapore (1996), str. 379-400,
106. [Lee i Mc Clure, 2007], Lee P.S., McClure G.: *Elastoplastic large deformation analysis of a lattice steel tower structure and comparison with full-scale tests*. Journal of Constructional Steel Research 63 (2007), str. 709-717,
107. [Lee i McClure, 2006], Lee, P.S., McClure G.: *A general three – dimensional L-section beam finite element for elastoplastic large deformation analysis*. Computers and Structures 84 (2006), str. 215-229,
108. [Lee i McClure, 2007], Lee P.S., McClure G.: *Elastoplastic large deformation analysis of a lattice steel tower structure and comparison with full-scale tests*. J. Constr. Steel Res. 63 (2007), str. 709–717,
109. [Leń i Ślęczka, 2017], Leń D., Ślęczka L.: *Badania nośności, sztywności i efektu dźwigni w śrubowych połączeniach kolnierzowych*. Journal of Civil Engineering, Environment and Architecture, 64 (2017), str. 397-406,
110. [Lenner i Sykora, 2016], Lenner R., Sykora M.: *Partial factors for loads due to special vehicles on road bridges*. Engineering Structures, 106 (2016), str. 137–146,
111. [Lewandowski, 2006], Lewandowski R.: *Dynamika konstrukcji budowlanych*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań (2006),
112. [Li i Pasternak, 2019], Li Z., Pasternak H.: *Experimental and numerical investigations of statistical size effect in S235JR steel structural elements*. Construction and Building Materials 206 (2019), str. 665-673,
113. [Liang i inni, 2015], Liang S., Zou L., Wang D., Cao H.: *Investigation on wind tunnel tests of a full aeroelastic model of electrical transmission tower-line system*. Engineering Structures, 85 (2015), str. 63–72,
114. [Liu i Dawood, 2019], Liu M., Dawood M.: *Reliability Analysis of Debonding in Steel Beams Strengthened with Externally Bonded CFRP Composites*. Journal of Composites for Construction 23(1) (2019), nr 04018065,
115. [Lu i inni, 2015], Lu Ch., Ma X., Mills J. E.: *Modeling of retrofitted steel transmission towers*. Journal of Constructional Steel Research, 112 (2015),
116. [Lu i inni, 2017], Lu X., et al.: *Transient response characteristics of a bolted flange connection structure with shear pin/cone*, J. Sound Vib. 395 (2017), str. 240–257,
117. [Lu i inni, 2018], Lu C., Ma X., Mills J.E.: *Cyclic performance of reinforced legs in retrofitted transmission towers*. Archives of Civil and Mechanical Engineering, 18 (2018), str. 1608–1625,
118. [Łubiński i Żółtowski, 2004], Łubiński M., Żółtowski W.: *Konstrukcje metalowe. Część II*. Arkady, Warszawa (2004),
119. [Luyt i inni, 2017], Luyt P.C.B., Theron N.J.: Pietra F.: *Non-linear finite element modelling and analysis of the effect of gasket creep-relaxation on circular bolted flange connections*. Int. J. Press. Vessel. Pip. 150 (2017), str. 52–61,
120. [Madsen i inni, 1986], Madsen H.O., Krenk S., Lind N.C.: *Methods of Structural Safety*. Prentice Hall, Englewood Cliffs (1986) ,
121. [Mahbob i inni, 2013], Mahbob M. R., Mahmud J., Azlan M. A. M., Jumahat A.: *Finite Element Analysis of Telecommunication Mini Mast Structure*. Procedia Engineering, 68 (2013), str. 258 – 264,



122. [Mahmoud i Mansour, 2017], Mahmoud M. H., Mansour M. F.: *Limit States Design of Weak Rock Slopes: Proposal for Eurocode Partial Factors*. Procedia Engineering, 191 (2017), str. 1161-1168,
123. [Masłowski i Spizewska, 2002], Masłowski E., Spizewska D.: *Wzmacnianie konstrukcji budowlanych*. Arkady, Warszawa (2002),
124. [Martin i inni, 2016], Martin P., Elena V. B., Loredó-Souza A. M., Camano E. B.: *Experimental study of the effects of dish antennas on the wind loading of telecommunication towers*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 149 (2016), str. 40–47,
125. [Martins i inni, 2019], Martins J.P., Simoes da Silva L., Tankova T. i inni: *Reliability assessment of EC3-1-5 methodology of welded slender cross-sections under direct stresses*. Journal of Constructional Steel Research, 160 (2019), str. 301-319,
126. [Matarawi i Harrison, 2017], El Matarawi A., Harrison J. P.: *Calibrated Partial Factors for Support of Wedges Exposed in Tunnels*. Procedia Engineering, 191 (2017), str. 802-810,
127. [Melchers i Beck, 2018], Melchers R.E., Beck A.T., *Structural Reliability Analysis and Prediction*. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 497 (2018),
128. [Migolet i Soize, 2008], Migolet M.P., Soize C.: *Nonparametric stochastic modeling of linear system with prescribed variance of several natural frequencies*. Probabilistic Engineering Mechanics, 23(2-3) (2008), str. 267-278,
129. [Millis i inni, 2012], Mills J. E., Ma X., Zhuge Y.: *Experimental study on multi-panel retrofitted steel transmission towers*. Journal of Constructional Steel Research, 78 (2012), str. 58–67,
130. [Mohan i inni, 2006], Mohan S. J., Rahima Shabeen S., Samuel Knight G. M.: *Behaviour of cold formed lipped angles in transmission line towers*. Thin-Walled Structures, 44 (2006), str. 1017-1030,
131. [Moon i inni, 2008], Moon J., Yoon K. Y., Han T.S., Lee H.E.: *Out-of-plane buckling and design of X-bracing systems with discontinuous diagonals*. Journal of Constructional Steel Research, 64 (2008), str. 285-294,
132. [Muscat i inni, 2017], Muscat M., Sant T., Farrugia R.N., Axisa R.: *Structural assessment of a lattice tower for a small, multi-bladed wind turbine*. International Journal of Energy Environmental Engineering, 8 (2017), str. 343–358,
133. [Muscolino i inni, 1997], Muscolino G., Ricciardi G., Vasta M.: *Stationary and non-stationary probability density function of non-linear oscillators*. International Journal of Non-Linear Mechanics, 32(6) (1997), str. 1051-1064,
134. [Newmark, 1959], Newmark N.M.: *A method of computational for structural dynamics*. Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE (1959), str. 67-94,
135. [Nguyen i inni, 2015], Nguyen C.H., Freda A., Solari G., Tubino F.: *Aeroelastic instability and wind-excited response of complex lighting poles and antenna masts*. Engineering Structures, 85 (2015), str. 264-276,
136. [Nicolaou, 2016], Nicolaou A.: *A Novel Topology for a Lattice Telecommunications Tower created through a Computational Morphogenesis Process*. Civil and Structural Engineering (2016),
137. [Nielsen i Støttrup-Andersen, 2006], Nielsen M.G., Støttrup-Andersen U.: *Advantages of using tubular profiles for telecommunication structures*. Tubular Structures XI, Taylor&Francis/Balkema (2006), str. 43-48,
138. [Nielsen, 2009], Nielsen M.G.: *The analysis of masts and towers*. International Journal of Space Structures, 24(2) (2009), str. 97-102,

139. [Otunniyi i inni, 2018], Otunniyi I. O., Oloruntoba D. T., Seidu S. O.: *Metallurgical analysis of the collapse of a telecommunication tower: Service life versus capital costs tradeoffs*. Engineering Failure Analysis, 83 (2018), str. 125–130,
140. [Paiva i inni, 2013], Paiva F., Henriques J., Barros R. C.: *Review of Transmission Tower Testing Stations Around the World*. Procedia Engineering, 57 (2013), str. 859 – 868,
141. [Papadrakakis i inni, 1996], Papadrakakis M., Papadopoulos V., Lagaros N. D.: *Structural reliability analysis of elastic-plastic structures using neural networks and Monte Carlo simulation*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 136(1-2) (1996) , str. 145-163,
142. [Papadrakakis i Papadopoulos, 1996], Papadrakakis M., Papadopoulos V.: *Robust and efficient methods for stochastic finite element analysis using Monte Carlo simulation*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 134(3-4) (1996), str. 325-340,
143. [Pathrikar i Kalurkar, 2017], Pathrikar A., Kalurkar L. G.: *Analysis of Telecommunication Tower with Different Bracing System*. IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering, 14(2) (2017), str. 59-64,
144. [Paudel i Bhattarai, 2018], Paudel P., Bhattarai A.: *5G Telecommunication Technology: History, Overview, Requirements and Use Case Scenario in Context of Nepal*. IT4D conference paper, (2018),
145. [Paultre, 2011], Paultre P.: *Dynamics of Structures*. ISTE and Wiley (2011),
146. [Pelc i Kolator, 2014], Pelc J., Kolator B.: *Passive vibration damping in a truss telecommunication tower*. Technical Sciences, 17 (3) (2014), str. 249–258,
147. [Pereira i Romao, 2016], Pereira N., Romao X.: *Material strength safety factors for the seismic safety assessment of existing RC buildings*. Construction and Building Materials, 119 (2016), str. 319-328,
148. [Petersen, 1975], Petersen Ch.: *Entwicklung eines Böfaktors durch Time - History - Schwingungssimulation realer Windgeschwindigkeitschreibe*. BAAB, München (1975),
149. [Pokusiński i Kamiński, 2019], Pokusiński B., Kamiński M.: *Lattice domes reliability by the perturbation based approaches vs. semi-analytical method*. Computers & Structures, 221 (2019), str. 179-192,
150. [Pradlwarter i Schuëller, 2009], Pradlwarter H.J., Schuëller G.I.: *Uncertain linear systems in dynamics: retrospective and recent developments by stochastic approaches*. Engineering Structures, 31 (2009), str. 2507-2517,
151. [Pradlwarter i Schuëller, 2010], Pradlwarter H.J., Schuëller G.I.: *Uncertain linear systems in dynamics: Efficient stochastic reliability assessment*. Computers and Structures, 88 (2010), str. 74-86,
152. [Prasad i inni, 2010], Prasad Rao N., Samuel Knight G.M., Lakshmanan N., Iyer N. R.: *Investigation of transmission line tower failures*. Engineering Failure Analysis, 17 (2010) , str. 1127–1141,
153. [Prasad i inni, 2012], Prasad Rao N., Samuel Knight G. M., Mohan S.J., Lakshmanan N.: *Studies on failure of transmission line towers in testing*. Engineering Structures, 35 (2012), str. 55–70,
154. [Prasad i inni, 2017], Prasad Rao N., Rokade R.P., Balagopal R.: *Failure investigation of GFRP communication towers*. Engineering Failure Analysis, 79 (2017), str. 397–407,
155. [Prud’homme i inni, 2018], Prud’homme S., Legeron F., Langlois S.: *Calculation of wind forces on lattice structures made of round bars by a local approach*. Engineering Structures, 156 (2018), str. 548-555,
156. [Qu i inni, 2001], Qu W. L., Chen Z. H., Xu Y. L.: *Dynamic analysis of wind-excited truss tower with friction dampers*. Computers and Structures, 79 (2001), str. 2817-2831,
157. [Qu i inni, 2018], Qu S., Wu X., Sun Q.: *Experimental and numerical study on ultimate behaviour of high-strength steel tubular K-joints with external annular steel plates on chord circumference*. Engineering Structures, 165 (2018), str. 457–470,

158. [Rabenda i Kamiński, 2017], Rabenda M., Kamiński M.: *Dual probabilistic analysis of the transient heat transfer by the Stochastic Finite Element Method with optimized polynomial basis*. Journal of Civil Engineering, Environment and Architecture, 64 (2017), str. 209-223,
159. [Ramaji i Mofid, 2012], Jafar Ramaji I., Mofid M.: *On the characteristics and seismic study of Hat Knee Bracing system, in steel structures*. Steel and Composite Structures, 13(1) (2012), str. 1-13,
160. [Ramalingam i Jayachandran, 2016], Ramalingam R., Jayachandran S. A.: *Computational framework for mimicking prototype failure testing of transmission line towers*. Engineering Structures, 123 (2016), str. 181–191,
161. [Repetto i Solari, 2001], Repetto M.P., Solari G.: *Dynamic along wind fatigue of slender and vertical structures*. Engineering Structures, 23 (2001), str. 1622-1633,
162. [Repetto i Solari, 2004], Repetto M. P., Solari G.: *Equivalent static wind actions on vertical Structures*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 92 (2004), str. 335–357,
163. [Repetto i Solari, 2010], Repetto M.P., Solari G.: *Wind-induced fatigue collapse of real slender structures*. Engineering Structures, 32 (2010), str. 3888-3898,
164. [Roberts i Spanos, 1986], Roberts J.B., Spanos P.D.: *Stochastic averaging: an approximation method of solving random vibration problems*. Int. J. Non-Linear Mechanics, 21(2) (1986), str. 111-134,
165. [Roberts i Spanos, 1990], Roberts J.B., Spanos P.D.: *Random vibration and statistical linearization*. Wiley, Chichester (1990),
166. [Rogowski i Kamiński, 2009], Rogowski B., Kamiński M.: *Mechanika techniczna*. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź, (2009),
167. [Rotr i inni, 2017], Rotr C., Sahin S., Hasancebi O.: *Optimum design of steel lattice transmission line towers using simulated annealing and PLS-TOWER*. Computers and Structures, 179 (2017), str. 75–94,
168. [Rykaluk, 2005], Rykaluk K.: *Konstrukcje stalowe: kominy, wieże, maszty*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław (2005) ,
169. [Santoro i Muscolino, 2019], Santoro R., Muscolino G.: *Dynamics of beams with uncertain crack depth: stochastic versus interval analysis*. Meccanica 54 (9)SI, (2019), str. 1433-1449,
170. [Schaumann i Seidel, 2000], Schaumann P., Seidel M.: *Failure analysis of bolted steel flanges*. Proceedings of the 7th International Symposium on Structural Failure and Plasticity IMPLAST2000, Melbourne, Australia (2000),
171. [Sedlacek i Kraus, 2007], Sedlacek G., Kraus O.: *Use of safety factors for the design of steel structures according to the Eurocodes*. Engineering Failure Analysis, 14 (2007), str. 434-441,
172. [Sharma i inni, 2015], Sharma K. K., Duggal S. K., Singh D. K., Sachan A. K.: *Comparative analysis of steel telecommunication tower subjected to seismic & wind loading*. Civil Engineering and Urban Planning: An International Journal (CiVEJ), 2 (3), (2015),
173. [Shinozuka i Yamazaki, 1988], Shinozuka M., Yamazaki F.: *Stochastic finite element analysis, an introduction*. Stochastic Structural Dynamics. Elsevier Science, Amsterdam (1988), str. 241–291,
174. [Shiraki, 1996], Shiraki W.: *Limit state design method of structural system using reliability-based optimization and efficient Monte-Carlo simulation technique*. Building an International Community of Structural Engineers 1-2 (1996), str. 635-642,
175. [Smith, 2007], Smith B. W.: *Communication structures*. Thomas Telford Publishing, London (2007),

176. [Śniady, 2000], Śniady P.: *Podstawy stochastycznej dynamiki konstrukcji*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław (2000),
177. [Sobczyk i inni, 1996], Sobczyk K., Wedrychowicz S., Spencer B.F.: *Dynamics of structural systems with spatial randomness*. International Journal of Solids and Structures, 33(11) (1996), str. 1651-1669,
178. [Soize, 2013], Soize C.: *Stochastic modeling of uncertainties in computational structural dynamics - Recent theoretical advances*. Journal of Sound and Vibration, 332(10) (2013), str. 2379-2395,
179. [Spanos, 1981], Spanos P.D.: *Stochastic linearization in structural dynamics*. ASME Applied Mechanics Review, 34(1) (1981), str. 1-8,
180. [Stachura i Gizejowski, 2015], Stachura Z., Gizejowski M.: *Partial factors in modelling of steel structures reliability according to Eurocodes*. Civil and Environmental Engineering Reports, 16 (1), (2015), str. 195-207,
181. [Stocki, 1999], Stocki R.: *Niezawodnościowa optymalizacja konstrukcji prętowych w zakresie dużych przemieszczeń - teoria i program komputerowy*. Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk, Warszawa (1999),
182. [Sudret i Der Kiureghian, 2000], Sudret B., Der Kiureghian A.: *Stochastic Finite Element Methods and Reliability. A State-of-the-Art Report*. Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley (2000),
183. [Szafran i inni, 2015], Szafran J., Juszczyk K., Kamiński M.: *Full-scale testing of steel lattice towers: requirements, preparation, execution, challenges, and the results*. Lightweight Structures in Civil Engineering - Contemporary Problems, Rzeszów (2015) ,
184. [Szafran i inni, 2016], Szafran J., Juszczyk K., Kamiński M.: *Dynamic response of the steel chimney by the stochastic perturbation based Finite Element Method*. Advances in Mechanics: Theoretical, Computational and Interdisciplinary Issues. CRC Press/Balkema (2016),
185. [Szafran i inni, 2016], Szafran J., Juszczyk K., Kamiński M.: *Steel lattice tower reliability estimation for serviceability limit state*. Lightweight Structures in Civil Engineering - Contemporary Problems, Olsztyn (2016) ,
186. [Szafran i inni, 2017a], Szafran J., Juszczyk K., Kamiński M.: *Design of steel structures for a given level of reliability using partial safety factors calibration procedure*. Lightweight Structures in Civil Engineering - Contemporary Problems, Bydgoszcz (2017) ,
187. [Szafran i inni, 2017b], Szafran J., Juszczyk K., Kamiński M.: *Projektowanie wspomagane badaniami na przykladzie stalowych, kratowych wiez telekomunikacyjnych*. Nowoczesne materiały, techniki i technologie we współczesnym budownictwie. Kraków (2017),
188. [Szafran i inni, 2018], Szafran J., Juszczyk K., Kamiński M.: *Reinforcements of tower structures and economic design engineering*. Lightweight Structures in Civil Engineering - Contemporary Problems, Łódź (2018) ,
189. [Szafran i inni, 2019], Szafran J., Juszczyk K., Kamiński M.: *Experimental-based reliability analysis of structural joints in a steel lattice tower*. Journal of Constructional Steel Research, 154 (2019), str. 278-292,
190. [Szafran i inni, 2020], Szafran J., Juszczyk K., Kamiński M.: *Reliability Assessment of Steel Lattice Tower Subjected to Random Wind Load by the Stochastic Finite-Element Method*. ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty Engineering Systems, part A: Civil Engineering, 6(1):04020003 (2020),

191. [Szafran i Kamiński, 2013], Szafran J., Kamiński M.: *On application of the Least Square Stochastic Finite Element Method in structural dynamics*. Proceedings of the Computer Methods in Mechanics Conference, Poznań (2013),
192. [Szafran i Rykaluk, 2016], Szafran J., Rykaluk K.: *Diagonal bracing members of lattice towers — analytical versus experimental studies*. Metal Structures (2016),
193. [Szafran i Rykaluk, 2016], Szafran J., Rykaluk K.: *A full-scale experiment of a lattice telecommunication tower under breaking load*. Journal of Constructional Steel Research, 120 (2016), str. 160-175,
194. [Szafran, 2010], Szafran J.: *Analiza Stochastyczna i niezawodność stalowych konstrukcji wież telekomunikacyjnych*. Praca doktorska. Politechnika Łódzka, Łódź (2010),
195. [Szafran, 2015a], Szafran J.: *Analytical determination of aerodynamic resistance of the skeletal telecommunication towers*. Structure and Environment, 7 (2015), str. 5-14,
196. [Szafran, 2015b], Szafran J.: *An experimental investigation into failure mechanism of a full-scale 40m high steel telecommunication tower*. Engineering Failure Analysis, 54 (2015), str. 131-145,
197. [Tah i inni, 2017], Tah A. M., Alsilevanai K.M., Özakça M.: *Comparison of Various Bracing System for Self-Supporting Steel Lattice Structure Towers*. American Journal of Civil Engineering 5 (2) (2017), str. 60-68,
198. [Taillon i inni, 2012], Taillon J., Legeron F., Prud'homme S.: *Variation of damping and stiffness of lattice towers with load level*. Journal of Constructional Steel Research, 71 (2012), str. 111-118,
199. [Tapia-Hernandez i Cervantes-Castillo, 2018], Tapia-Hernandez E., Cervantes-Castillo J. A.: *Influence of the Drag Coefficient on Communication Towers*. International Journal of Civil Engineering, 16 (2018), str. 499-511,
200. [Tessari i inni, 2017], Tessari R. K., Kroetz H. M., Beck A. T.: *Performance-based design of steel towers subject to wind action*. Engineering Structures, 143 (2017), str. 549-557,
201. [Tian i inni, 2019], Tian L., Pan H., Ma R.: *Probabilistic seismic demand model and fragility analysis of transmission tower subjected to near-field ground motions*. Journal of Constructional Steel Research, 156 (2019), str. 266-275,
202. [Travanca i inni, 2013], Travanca R., Varum H., Vila Real P.: *The past 20 years of telecommunication structures in Portugal*. Engineering Structures, 48 (2013), str. 472-485,
203. [Valdebenito i inni 2012], Valdebenito M.A., Jensen H.A., Schuëller G.I., Caro F.E.: *Reliability sensitivity estimation of linear systems under stochastic excitation*. Computers and Structures, 92-93 (2012), str. 257-268,
204. [Veneziano, 1974], Veneziano D.: *Contributions to Second Moment Reliability Theory*. MIT Press, Cambridge (1974),
205. [Vrouwenvelder, 2002], Vrouwenvelder A. C. W. M.: *Developments towards full probabilistic design codes*. Structural Safety, 24 (2002), str. 417-432,
206. [Winkelmann i inni, 2015], Winkelmann K., Bosh J., Górski J.: *Structural Reliability of overhead power lines by means of Monte Carlo Method and RSM*. PCM-CMM, 3rd Polish Congress of Mechanics & 21st Computer Methods in Mechanics (2015),
207. [Winkelmann i inni, 2017], Winkelmann K., Jakubowska P., Soltysik B.: *Reliability Assessment of an OVH HV Power Line Truss Transmission Tower Subjected to Seismic Loading*. AIP Conference Proceedings (2017),

208. [Winkelmann i Oziębło, 2015], Winkelmann K., Oziębło M.: *Reliability assessment of truss towers using Monte Carlo Method, PEM and RSM*. PCM-CMM 2015 – 3rd Polish Congress of Mechanics & 21st Computer Methods in Mechanics (2015),
209. [Winkelmann, 2013], Winkelmann K.: *Obliczanie niezawodności konstrukcji inżynierskich metodami symulacyjnymi oraz metodą powierzchni odpowiedzi*. Rozprawa doktorska, Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska, Katedra Mechaniki Budowli i Mostów, Gdańsk (2013),
210. [Winkelmann, 2018], Winkelmann K.: *Probabilistic methods in reliability assessment of engineering lightweight Structures*. Lightweight Structures in Civil Engineering – Contemporary Problems, Łódź (2018),
211. [Wittmann i Schneider, 1974], Wittmann F.H., Schneider F.X.: *Wind and vibrations measurements at the Munich Television Tower*. SFSM, Canada (1974),
212. [Woliński i Wróbel, 2001], Woliński S., Wróbel K.: *Niezawodność konstrukcji budowlanych*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej (2001),
213. [Yang i inni, 2016], Yang F., Dang H., Niu H., Zhang H., Zhu B.: *Wind tunnel tests on wind loads acting on an angled steel triangular transmission tower*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 156 (2016), str. 93–103,
214. [Zamorowski i Gremza, 2016], Zamorowski J., Gremza G.: *Wzmacnianie kratowych konstrukcji typu wiezowego*. XXI Ogólnopolskie Warsztaty Pracy Projektanta Konstrukcji, Szczyrk (2016),
215. [Zhao i inni, 2016], Zhao M.S., Lee C.K., Chiew S.P.: *Tensile behaviour of high performance structural steel T-stub joints*. J. Constr. Steel Res. 122 (2016), str. 316–325,
216. [Zhuge i inni, 2012], Zhuge Y., Mills J. E., Mab X.: *Modelling of steel lattice tower angle legs reinforced for increased load capacity*. Engineering Structures, 43 (2012), str. 160–168.

### **Normy projektowe:**

1. [DIN 7990]: Śruby z łbem sześciokątnym do konstrukcji stalowych, do stosowania z nakrętkami sześciokątnymi,
2. [PN-90-B-03200]: Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie,
3. [PN-EN 1090-2]: Wykonanie konstrukcji stalowych i aluminiowych. Część 2: Wymagania techniczne dotyczące konstrukcji stalowych,
4. [PN-EN 1990]: Eurokod: Podstawy projektowania konstrukcji,
5. [PN-EN 1991-1-4]: Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-4: Oddziaływania ogólne. Oddziaływania wiatru,
6. [PN-EN 1993-1-5]: Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-5: Blachownice,
7. [PN-EN 1993-1-6]: Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-6: Wytrzymałość i stateczność konstrukcji powłokowych,
8. [PN-EN 1993-3-1]: Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 3-1: Wieże, maszty i kominy. Wieże i maszty,
9. [PN-EN ISO 6892-1]: Metale. Próba rozciągania. Część 1: Metoda badania w temperaturze pokojowej,
10. [PN-ISO 2394]: Ogólne zasady niezawodności konstrukcji budowlanych.

Wszystkie fotografie zamieszczone w niniejszej pracy są własnością firmy Compact-Project. sp. z o.o. sp. k. i zostały wykorzystane za zgodą właściciela.