

dr hab. inż. Dorota Pawlus, prof. ATH  
Katedra Podstaw Budowy Maszyn  
Wydział Budowy Maszyn i Informatyki  
ul. Willowa 2  
43-309 Bielsko-Biała

**Ocena rozprawy doktorskiej**  
**mgra inż. Jakuba Marcza, pt.: „Modelling of dynamic problems**  
**of periodic three-layered structures”**

**Promotor rozprawy: prof. dr hab. inż. Jarosław Jędrzyak**

Podstawą do opracowania oceny rozprawy doktorskiej jest pismo Dziekana Wydziału Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska Politechniki Łódzkiej z dnia 7.07.2016.

### **1. Ogólna charakterystyka pracy**

Rozprawa doktorska Pana mgra inż. Jakuba Marcza poświęcona jest modelowaniu złożonych trójwarstwowych struktur płytowych o budowie nieregularnej i analizowaniu ich dynamicznej reakcji. Badana struktura złożona jest z dwóch niejednorodnych płyt stanowiących warstwy zewnętrzne i warstwy środkowej, którą jest elastyczny rdzeń. Obszarowo zmienne własności materiałowe warstw zewnętrznych i zmienne parametry materiału rdzenia oraz możliwa zmiana grubości poszczególnych warstw struktury i jej geometrii w wybranym kierunku w ogólnym przypadku charakteryzują warstwową płytę niejednorodną o cechach periodycznych. Rdzeń wiążący obie zewnętrzne warstwy płyty zamodelowano przyjmując materiał o cechach charakterystycznych dla podłoża sprężystego zdefiniowanego przez E. Winklera lub jako zbiór gęsto osadzonych poprzecznych prętów sprężystych określających tzw. materiał Murakamiego.

Dla obu struktur płyt z rdzeniem typu Winklera i Murakamiego wyprowadzono dynamiczne równania różniczkowe ugięć poprzecznych, które po zastosowaniu technik tolerancyjnego uśredniania sprowadzono do postaci układu równań opisującego ugięcie modelu tolerancyjnego lub asymptotyczno-tolerancyjnego trójwarstwowej periodycznej płyty.

Przykładem zastosowania otrzymanych równań różniczkowych jest wyznaczenie częstości drgań własnych płyt. Analizie poddano przypadki płyt i pasm płytowych, których budowa struktury poprzecznej jest wynikiem różnej materiałowej i geometrycznej konfiguracji.

Zarówno brzegi pasma płytowego, jak i wszystkie krawędzie płyt podparto swobodnie. W każdym z analizowanych przypadków wskazano podstawową komórkę periodyczności płyty, przyjęto postać funkcji opisującej makrougięcia i fluktuacje ugięć oraz modelujące je w obszarze komórki periodyczności funkcje kształtu. Wolnozmiennie funkcje makrougięć i fluktuacji ugięć określone dla każdej z zewnętrznych warstw płyty wiąże oczywista liczba falowa i częstość drgań własnych, a różni amplituda ugięć. Wyprowadzono ogólną dla przypadku dowolnego pasma płytowego i płyty o przyjętych warunkach podparcia postać wyrażen opisujących cztery częstości drgań własnych z których dwie wyższego rzędu pokazują wpływ mikrostruktury płyty na jej dynamiczną odpowiedź.

W pracy przedstawiono liczne wyniki obliczeń bezwymiarowej częstości drgań płyt i pasm płytowych dla struktur różniących się poprzeczną budową, materiałowymi parametrami płyt szczególnie w obszarze żebrowych wzmocnień struktury, relatywną zmianą parametrów materiałowych rdzenia w odniesieniu do cech podstawowego materiału płyty, a także różniących się geometrią struktury poprzecznej czy wzdłużnej w obszarze komórki periodyczności. W każdym z przypadków płyt z rdzeniem typu Winklera lub Murakamiego w formie tabel lub wykresów przedstawiono cztery częstości drgań własnych dla każdej z metod modelowania.

Dla przypadku pasma płytowego, którego warstwy zewnętrzne charakteryzują trzy obszary parametrów materiałowych, a strukturę wiązą sprężyste elementy rdzenia typu Winklera zweryfikowano wyniki obliczeń tolerancyjnie uśrednionego modelu płyty z modelem rozwiązany metodą Ritza. Podobnego porównania częstości drgań własnych dokonano dla płyty modelowanej tolerancyjnie i modelu płyty zbudowanego z elementów skończonych. Uzyskano wysoką zgodność wyników końcowych.

## **2. Budowa i zakres pracy**

Praca napisana jest w języku angielskim. Obejmuje 10 rozdziałów, w tym bibliografię, streszczenie w języku polskim i angielskim oraz dodatek. Łącznie liczy 111 stron.

W pierwszym rozdziale pracy będącym jej wstępem przedstawiono przegląd literatury dotyczącej modelowania płyt o różnej strukturze. Na podstawie blisko 153 prac w trzech podrozdziałach zwrócono uwagę na obszar zagadnień oraz sposób analitycznego i numerycznego opisu modelu płyty jednorodnej, warstwowej oraz strukturalnie makro lub mikroniejednorodnej przybliżając jednocześnie temat podjętej w pracy problematyki.

Uzasadnienie jej wyboru i znaczenie w obszarze badań dynamicznych zachowań płyt wstawowych przedstawiono w rozdziale 2 pracy. Wskazano cel pracy jako dążenie do

przedstawienia modeli warstwowych kompozytowych płyt periodycznych otrzymanych techniką tolerancyjnego uśredniania z możliwością oceny wpływu mikrostruktury na dynamiczną odpowiedź płyty. Omówiono budowę analizowanej płyty i nawiązano do szczególnie ważnych publikacji, które wykorzystano w badaniach własnych oraz zwrócono uwagę na zakres analiz podjętych w dwóch rozdziałach pracy 7 i 8. W rozdziale 2 przedstawiono także opis głównych oznaczeń wielkości wykorzystanych w obliczeniach.

W rozdziale 3 wyprowadzono równania różniczkowe drgań trójwarstwowej płyty z rdzeniem typu Winklera i Murakamiego o periodycznie zmiennych własnościach materiałowych warstw zewnętrznych i rdzenia oraz geometrii warstw. W przypadku płyty z rdzeniem typu Murakamiego postać układu równań (3.15) komplikują złożone wyrażenia opisujące efekt sprężystości materiału rdzenia zbudowanego z wielu wzdłużnie drgających prętów.

W rozdziale 4 przedstawiono podstawy modelowania tolerancyjnego, pojęcia podstawowe i przyjęte założenia. Między innymi, zwrócono uwagę na pojęcie parametru tolerancji, funkcje wolnozmiennie i silnie oscylujące, fluktuacyjne funkcje kształtu oraz technikę tolerancyjnego uśredniania wykorzystującą operator uśredniania i mikro-makro dekompozycję, która w analizowanym przypadku dotyczy ugięć poprzecznych warstw zewnętrznych płyty.

W rozdziale 5 stosując procedury tolerancyjnego modelowania wyprowadzono ogólną postać układu czterech dynamicznych równań różniczkowych ugięć badanych trójwarstwowych periodycznych płyt z rdzeniem typu Winklera i Murakamiego. W rozwiązaniu wykorzystano: warunki ortogonalności dla układu dwóch równań różniczkowych opisujących ugięcia płyt i funkcji kształtu założonych w hipotezie dekompozycji ugięć, przybliżanie wyrażen z dokładnością do stałej będącej parametrem tolerancji, liczne transformacje i dodatkowe warunki spełnione przez wyrażenia uwzględniające fluktuacyjne funkcje kształtu określone dla warstw zewnętrznych płyty.

W rozdziale 6 podobne wyprowadzenia przedstawiono wykorzystując asymptotyczno-tolerancyjne modelowanie. Zastosowano dwa kroki modelowania: asymptotyczną dekompozycję pola ugięć warstw zewnętrznych płyty z granicznym przejściem wprowadzonego małego, ułamkowego parametru  $\varepsilon$  do wartości zerowej i krok drugi wprowadzający mikro-makro dekompozycję w której makrougięcie jest wielkością znaną, wyznaczoną z kroku pierwszego procedury modelowania asymptotycznego. Otrzymany układ równań różniczkowych opisujący ugięcia płyty z rdzeniem typu Winklera i Murakamiego to sześć równań tworzących dwa oddzielne układy umożliwiające dokonanie niezależnej oceny dynamiki ugięć poprzecznych płyty i wpływu jej mikrostruktury.

W rozdziale 7 dla wybranych przypadków płyt i pasm płytowych przedstawiono szczegółowe rozwiązania wyprowadzonych układów równań. Przyjmując jednakowe parametry materiałowe warstw zewnętrznych, izotropię materiałową, poprzeczną symetrię struktury płyty, jednakowe funkcje kształtu fluktuacji ugięć warstw zewnętrznych oraz funkcje kształtu makrougięć i fluktuacji ugięć spełniające warunki brzegów płyty swobodnie podpartych wyprowadzono dla płyty z rdzeniem typu Winklera cztery wyrażenia opisujące poszczególne niższego i wyższego rzędu częstości drgań własnych płyty. W przypadku płyt z rdzeniem typu Murakamiego otrzymano układ czterech równań, którego rozwiązanie wymaga zastosowania metod numerycznych. Przyjmując postać fluktuacyjnej funkcji kształtu w obszarze komórki periodyczności dla liczb opisujących względną zmianę wartości parametrów rdzenia do wartości parametrów podstawowego materiału warstw zewnętrznych płyty wyznaczono bezwymiarowe wartości częstości drgań płyt. Szczegółowe wyniki obliczeń modeli płyt z rdzeniem typu Winklera i Murakamiego przedstawiono w tabelach. Analizy wzbogacono porównaniami wyników obliczeń płyt modelowanych tolerancyjnie i asymptotyczno-tolerancyjnie oraz porównaniami wyników modeli płyt z rdzeniem typu Winklera i Murakamiego. W tym celu wyznaczono względną procentową różnicę wyników. Wyniki i obserwacje szczegółowo skomentowano. W rozdziale przedstawiono także ocenę wpływu parametrów materiałowych i geometrii struktury płyty periodycznej na rozkład wartości częstości drgań. Analizę przeprowadzono dla dwóch różnych przypadków struktury pasma płytowego i płyty. Wyniki przedstawiono wykreslnie. Przeprowadzono szczegółową dyskusję.

Porównanie wyników obliczeń pasma płytowego i płyty modelowanych tolerancyjnie, i z wykorzystaniem energetycznej metody Ritza oraz metody elementów skończonych przedstawiono w rozdziale 8 pracy. Otrzymano wysoką zgodność wartości częstości drgań i analityczne potwierdzenie słuszności wyrażen opisujących częstości drgań wyższego rzędu. Wyniki obliczeń metodą elementów skończonych i otrzymane techniką modelowania tolerancyjnego są wymiarowymi liczbami pokazującymi zarówno rząd wartości podstawowej częstości drgań płyty, jak i ilościowy udział zmiennych wartości parametrów materiałowych struktury w dynamicznej jej odpowiedzi.

Rozdział 9 stanowi podsumowanie pracy oraz zawiera podrozdział poświęcony możliwym kierunkom dalszego kontynuowania badań.

Dodatkowy rozdział zamieszczony w pracy poświęcono opisowi podstawowych związków statycznych, geometrycznych i fizycznych należących do teorii płyt cienkich o małych ugięciach. Wyprowadzono ogólne równanie ruchu płyty o cechach materiałowej anizotropii.

### 3. Ocena rozprawy doktorskiej – jej oryginalność i wartość naukowa

Geometryczna i materiałowa anizotropia struktur zawsze charakteryzowała i szczególnie obecnie, w dobie dynamicznego rozwoju nowych materiałów i technologii, charakteryzuje dużą część elementów konstrukcyjnych. Dążenie do tworzenia lekkich i funkcjonalnych oraz estetycznych i ciekawych, a co najważniejsze bezpiecznych rozwiązań płytowo-powłokowych często wymaga zastosowania materiałów niejednorodnych o zróżnicowanych własnościach budujących nie zawsze regularną geometrię całości układu. Zadanie o takich danych początkowych jest problemem złożonym, którego dokładny opis ciągle nie jest możliwy. Konieczne są mniej czy bardziej dokładne matematyczno-numeryczne przybliżenia mechaniki struktury rzeczywistej. Istotny jest wybór przyjętej techniki modelowania uwzględniającej specyfikę problemu i związanych z nią wprowadzonych założeń i uproszczeń zwiększających efektywność rozwiązania. W tym zakresie ważne jest zarówno wykorzystanie metod powszechnie stosowanych, jak i naukowe poszukiwanie metod nowych wraz z ich adaptacją do wymagań konkretnego zadania.

Potwierdzeniem takich naukowych poszukiwań jest właśnie, przedstawiony w poprzednich punktach oceny pracy doktorskiej, opis tematyki, którą zajął się Doktorant. Stanowi on pełną analizę teoretyczną sformułowanego problemu. Doktorant przedstawił sposób wykorzystania podstaw techniki tolerancyjnego i asymptotyczno-tolerancyjnego modelowania w badaniach dynamiki zachowań periodycznej, złożonej struktury płyty. Istota-filozofia zastosowanych metod nie jest nowa. Doktorant zwraca uwagę na szczególnie ważną pracę, którą jest książka wydana pod redakcją profesora Czesława Woźniaka pt. :”Mathematical modelling and analysis in continuum mechanics of mikrostructured media”. Teoria techniki modelowania charakteryzująca się ogólnością, stosunkowo zwięzłą metodologią i chyba nieograniczoną uniwersalnością sprawia, że rozwiązanie każdego ze sformułowanych problemów jest naukowo i praktycznie ważnym, nowym i oryginalnym osiągnięciem.

Takim również jest prezentowana praca Pana mgra Jakuba Marczaka. Na szczególną uwagę zasługują wyprowadzone przez Doktoranta ogólne równania różniczkowe opisujące dynamikę ugięć badanej płyty o praktycznie dowolnych własnościach materiałowych i geometrycznych oraz związanych z jej obciążeniem. Równania te pozwalają na znaczne rozszerzenie obszaru dynamicznych badań struktury także na problemy, np. dynamicznej utraty stateczności. Doktorant zauważa te możliwości wskazując kierunki dalszych badań, np. drgań tłumionych czy wymuszonych. Wyznaczone częstości drgań własnych są podstawą takich



analiz. Bowiern czas trwania impulsu, który juź jest znany może wyznaczać schemat obciążenia dynamicznego płyty.

Ważnym naukowym osiągnięciem Doktoranta jest analityczne wyprowadzenie wzorów oraz zależności opisujących częstości drgań własnych struktury. Szczególnie postaci wzorów, które nie wymagają stosowania dalszych numerycznych zabiegów mają wysokie znaczenie praktyczne, inżynierskie. Uogólniony sposób materiałowego opisu struktury oraz wymiarowania jej geometrii i bezwymiarowa postać wzoru końcowego – częstości drgań, sprawiły, że Doktorant przebaiał szereg trójwarstwowych płyt. Zarówno wyniki szczegółowe, jak i wspomniana postać wzorów są ważną, konkretną wskazówką dla inżyniera i uzupełniają literaturę w tym zakresie.

Zastosowanie innych metod obliczeniowych, takich jak: metody Ritza oraz elementów skończonych jest właśnie dopełnieniem całości teoretycznej analizy problemu. Doktorant poprzez wnikliwą weryfikację i dążenie do potwierdzenia otrzymanych wyników świadczy o osiągniętych umiejętnościach w prowadzeniu trudnych analityczno-numerycznych analiz i w podejmowaniu krytycznej dyskusji wyniku końcowego. Doktorant bardzo dobrze orientuje się w problematyce płytowej. Przykładem może być zaznaczona wątpliwość dotycząca opisu badanej płyty jako płyty cienkiej o małych ugięciach. Przyjęcie w analizowanych problemach warunku grubości warstw płyty na poziomie 0.1 długości komórki podstawowej spełnia warunki płyty cienkiej. Rozszerzając zakres badań dynamicznych struktury w obszar występowania możliwych dużych jej ugięć wymagałoby rzeczywicie wprowadzenia geometrycznych nieliniowości.

Na bardzo pozytywną ocenę zasługuje sposób przedstawienia tematu pracy. Doktorant interesująco wprowadza czytelnika w obszar podjętego problemu. Nie charakteryzuje go w pierwszym punkcie pracy, lecz poprzez szczegółowy opis literatury ułożony tematycznie i chronologicznie ujawnia przedmiot podjętych badań. Przedstawiony przegląd literatury jest bardzo bogaty nawiązujący także do prac fundamentalnych dla problematyki płytowej. Samodzielnie może on stanowić wartościowe opracowanie. Piśmienniczo interesującym jest też spełnienie dopiero w podsumowaniu pracy naturalnego oczekiwania czytelnika zainteresowanego fizyczną postacią drgań, których częstości są wyznaczane. Informacje o postaci drgań synchronicznych i asynchronicznych dla odpowiednio niższych częstości drgań wraz z uzasadnieniem wynikającym ze wzorów ogólnych jest satysfakcjonująca odpowiedzią, którą Autor pracy przedstawia właśnie w końcowym jej rozdziale.

Zapis pracy jest konsekwentnym dążeniem do realizacji celu pracy, który należy podkreślić w pełni został spełniony. Zawarte w pracy wprowadzenia, wyjaśnienia zagadnień

oraz szczególnie ważna dyskusja wyników są wyczerpujące, na wysokim poziomie naukowym. Całość pracy jest napisana w sposób zwarty, ścisły, poprawny. Poziom edycyjny jest bardzo wysoki.

Otwierając część dyskusyjną oceny pracy doktorskiej zawarte w rozdziale 8 ostatnie z wymienionych spostrzeżeń, w którym Autor zauważa prawidłowość pomiędzy obliczonymi wartościami częstości drgań własnych płyt modelowanych tolerancyjnie i z wykorzystaniem metody elementów skończonych niech stanowi może bardziej inżyniersko-praktyczne niż naukowe wprowadzenie do tej części oceny. Porównanie wyników obliczeń otrzymanych wymienionymi metodami przybliżonymi pokazuje, że stosując metodą elementów skończonych wartości częstości dla wybranej postaci drgań są niższe. W podstawowej ocenie poznanie najniższej częstości drgań układu jest ważne stąd powstaje pytanie o przedstawienie praktycznych zalet zastosowanych w pracy metod obliczeniowych?

#### **4. Zagadnienia dyskusyjne**

- Nawiązując nadal do praktycznej strony pracy - jakimi wskazówkami powinien się kierować inżynier modelując strukturę podobną do badanych?
- Fluktuacyjne funkcje kształtu przyjęte w obliczeniach płyt i pasm płytowych są określonej postaci, których pełniejsze wyjaśnienie, poza odwołaniem się do wskazanej literatury, wzbogaciłoby opis pracy. Problem przyjęcia określonej funkcji kształtu jest zasadniczym w procesie modelowania. Czy w tym zakresie były prowadzone inne badania?
- Strukturalna budowa elementu narzuca kształt komórki periodyczności i przez to ich liczbę w układzie. Doktorant nieco przybliżył tą kwestię oceniając wartości częstości drgań pasm płytowych o różnej liczbie komórek periodyczności. Czy podobnie jak w przypadku obliczeń prowadzonych metodą elementów skończonych, które poprzedza analiza zbieżności pewien rodzaj takiej oceny nie powinien uzupełniać obliczeń płyt modelowanych tolerancyjnie? Problem dotyczy także, wcześniej sygnalizowanej kwestii, doboru właściwej funkcji kształtu i pewności, że niektóre odpowiedzi układu nie będą utracone.
- Interesującym byłaby próba oszacowania dokładności stosowanych przybliżeń w procesie modelowania tolerancyjnego. Czy takie ilościowe oszacowanie jest możliwe do przedstawienia dla np. wybranego wyrażenia?
- „Uśrednianie” w obszarze komórki periodyczności funkcji oscylujących, np. związanych ze skokową zmianą własności materiałowych budzi niepokój o utratę obrazu stanów ekstremalnych. Jest to ważne w ocenie np. wyężenia materiału czy rozwoju mikropełnięć.

## 5. Uwagi ogólne

- Przedstawienie modelu MES płyty nie jest wyczerpujące. Jakimi elementami modelowano siatkę rdzenia i płyt zewnętrznych? Mimo że, brak jest informacji o przeprowadzeniu analizy zbieżności, która jest podstawowym elementem obliczeń metodą elementów skończonych to jednak poprzez porównanie wartości liczbowych obu metod: tolerancyjnego modelowania i elementów skończonych prawidłowość budowy modelu MES płyty można uznać.
- Rozwiązania równań różniczkowych płyt z rdzeniem typu Murakamiego prowadzące do wyznaczenia częstości drgań wymagało zastosowania dodatkowych metod numerycznych. Jakie metody były wykorzystane?
- Powtarzający się w pracy zapis, np.: „three-layered sandwich structures” wydaje się, że można by skrócić do raczej „three-layered structures”. Zasadniczo określenie „sandwich” przyjmuje się do opisu charakterystycznej struktury warstwowej właśnie o trzech warstwach, których materiał i geometria spełniają określone warunki. Autor tym pojęciem rzeczywiście podkreśla cechy tej struktury. Często w założeniach do obliczeń przyjmuje się rozdział obciążeń na normalne przenoszone przez okładziny i styczne przez rdzeń. Kwestia obciążenia rdzenia może tu mieć znaczenie.
- Nieliczne usterki edycyjne, językowe czy pewne nieścisłości rysunkowe (np. sposób zaznaczenia prętowego rdzenia na rysunku 8.3 czy utrudniająca odczyt wartości skala rysunków w podrozdziale 7.4) nie mają wpływu na wspomnianą już bardzo wysoką jakość pracy.

## 6. Wniosek końcowy

Oceniana praca Pana mgra inż. Jakuba Marcza, pt.: „Modelling of dynamic problems of periodic three-layered structures” spełnia wymagania określone w ustawie z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. z 2014r. poz.1852 oraz z 2015r. poz.249 i 1767).

Wniosuję o jej przyjęcie jako podstawy do ubiegania się o stopień doktora nauk technicznych przez Pana mgra inż. Jakuba Marcza i dopuszczenie Doktoranta do publicznej obrony.

Ze względu na bardzo wysoki poziom merytoryczny pracy doktorskiej wniosuję o jej wyróżnienie.

