

Prof. dr hab. inż. Andrzej Winnicki  
Wydział Inżynierii Lądowej  
Politechniki Krakowskiej  
ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków  
e-mail: [andrzej@hypatia.L5.pk.edu.pl](mailto:andrzej@hypatia.L5.pk.edu.pl)  
e-mail: [andrzej.winnicki@pk.edu.pl](mailto:andrzej.winnicki@pk.edu.pl)

Kraków, 20 września 2021

Recenzja pracy doktorskiej mgr inż. Artura Kotarskiego

**„Analiza numeryczna wpływu zbrojenia poprzecznego na zachowanie mechaniczne słupa betonowego”**

**1. Podstawa opracowania**

Uchwała Rady ds. Stopni Naukowych w dyscyplinach Inżynieria Lądowa i Transport, Architektura i Urbanistyka Wydziału Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska z dnia 1 czerwca 2021 roku, pismo Przewodniczącego tejże Rady WP Prof. dr hab. inż. Dariusza Gawina z dnia 14 czerwca 2021 informujące o powołaniu niżej podpisanego na recenzenta rozprawy doktorskiej mgr inż. Artura Kotarskiego.

**2. Ocena doboru tematu**

Nośność i odkształcalność słupów żelbetonowych w warunkach skrępowania (confinement) jest problemem, który od czasów pionierskiej pracy Considere'a (1903) do chwili obecnej cieszy się niesłabnącym zainteresowaniem teoretyków i praktyków. Obecnie waga tego problemu z uwagi na pojawienie się nowych typów elementów konstrukcyjnych - słupów z gorsetem FRP i słupów stalowych wypełnionych betonem (CFST) jeszcze wzrosła. Poprawny opis teoretyczny i/lub numeryczny zjawiska zwiększenia nośności przekroju betonowego przy skrępowaniu wymaga wiedzy na temat wytrzymałości betonu w stanie trójosiowego ściskania i pojawiającej się wtedy dylatacji. Także ta dziedzina wiedzy od czasów pionierskich badań Richarta i współpracowników (1928) do chwili obecnej (Willam, Grassl, Curbach) jest w stanie nieustającego rozwoju. Tak więc temat analizowany w pracy jest bardzo aktualny i dobrze wpisuje się we współczesną mechanikę betonu i teorię konstrukcji żelbetonowych.

Autor formułuje problem badawczy na stronie 7 pracy: *„problem badawczy dotyczy określenia nośności betonowego przekroju skrępowanego stalowym zbrojeniem poprzecznym o dowolnym kształcie na drodze symulacji numerycznej”*. W sposób precyzyjny cel pracy jest przedstawiony na stronie 8 jako *„przedstawienie i przetestowanie modelu, który w przypadku betonu skrępowanego stalowym uzwojeniem pozwala określić nośność graniczną przekroju, jego sztywność osiową oraz rozkład naprężenia na jego powierzchni”*. Teza pracy (strona 9) wynika bezpośrednio z przedstawionego celu pracy: *„przyjęte i przedstawione założenia pozwalają w pełni zrealizować cel pracy, a wyniki obliczeń wykonanych z wykorzystaniem opracowanego modelu mogą być wiarygodnym źródłem informacji o nośności przekroju uzwojonego słupa betonowego”*. Tak sformułowany problem badawczy, cel i teza pracy spełniają wszystkie warunki stawiane pracom doktorskim i jak

wspomniano wyżej dotyczą zagadnienia interesującego teoretycznie i ważnego praktycznie, szeroko rozwijanego obecnie na świecie.

Tytuł pracy nie jest jednak adekwatny do jej zawartości. Praca opisuje zachowanie się przekroju (a więc nie słupa, problemy związane ze smukłością są pominięte) pod obciążeniem osiowym (zagadnienie mimośrodowego zginania jest pominięte). Bardziej właściwym tytułem pracy mogłoby być „Analiza numeryczna nośności przekroju betonowego poddanego osiowemu ścisnaniu z uwzględnieniem efektu skrępowania”.

### 3. Krótkie omówienie zawartości pracy

Praca liczy 179 stron, jest podzielona na 6 rozdziałów, zawiera jeden dodatek (załącznik), spis oznaczeń, spis rysunków, spis tablic i bibliografię. Bibliografia liczy 136 pozycji. Brak jest streszczeń pracy w językach polskim i angielskim.

Rozdział 1. „Wstęp” przedstawia w sposób ogólny zjawisko skrępowania. Następnie Autor formułuje podstawowe założenia pracy (zastosowaną metodologię) oraz cel i tezę pracy.

Rozdział 2. „Stan wiedzy”, przedstawia rozwój wiedzy na temat właściwości mechanicznych betonu przy skrępowanych odkształceniach poprzecznych, skupiając się przede wszystkim na wzroście wytrzymałości betonu. Przegląd jest szczegółowy i zawiera prace od pionierskiej publikacji Richarta ze współpracownikami (1929) do czasów współczesnych. Autor w celu usystematyzowania przeglądu podzielił prace na procedury obliczeniowe (w tym ujęcia normowe), prace eksperymentalne i symulacje numeryczne. Procedury obliczeniowe zostały podsumowane w Tabelicy 2.1, gdzie przedstawiono 34 takie procedury.

Rozdział 3. „Sformułowanie zagadnienia”, omawia dwa różne zagadnienia. Pierwszym są zastosowane założenia: pominięcie wpływu otuliny, uogólniony płaski stan odkształcenia, przyjęta forma tensorów naprężenia i odkształcenia, równania równowagi, obciążenie kinematyczne, warunki początkowe i brzegowe, sformułowane słabe, związki konstytutywne – dla betonu model sprężysto-plastyczny z niestowarzyszonym prawem płynięcia bez wzmocnienia plastycznego (idealna plastyczność).

Drugim zagadnieniem jest przegląd wybranych kryteriów plastyczności. Autor wymienia tu kryteria najczęściej stosowane i te używane dla opisu betonu: Rankine’a, Treski-Guesta, Hubera-von Misesa-Hencky’ego, Mohra-Coulomba, Druckera-Pragera, Willama-Warnkego (w wersjach 3 i 5-parametrowych), Breslera-Pistera, Ottosena, Hsieha-Tinga-Chena.

Rozdział 4. „Rozwiązanie zagadnienia” przedstawia szczegóły zastosowanego podejścia MES (wersja przemieszczeniowa, model 2D). Opisano dyskretyzację przestrzenną, metodę przyrostowo-iteracyjną wraz z aktualizacją stanu naprężenia. Dla całkowania przyrostowego związku konstytutywnego w modelu sprężysto-plastycznym betonu zastosowano metodę Eulera wstecz (implicit), tzw. return mapping. Użyto następujących elementów skończonych: trójkątnych 3 i 6-węzłowych dla betonu, 2 i 3-węzłowych liniowych dla stali (szczegółowy opis przyjętych funkcji kształtu, ich pochodnych i punktów całkowania). Obliczenia zrealizowano w programie FENAP autorstwa Prof. Z. Więckowskiego.

Osobnym zagadnieniem przedstawionym w tym rozdziale jest opis danych (stałych) materiałowych użytych w modelach materiału zastosowanych w obliczeniach. Autor przeprowadza dyskusję wartości modułu Younga i współczynnika Poissona dla betonu i stali, kąta tarcia wewnętrznego i kohezji (dla modeli Mohra-Coulomba i Druckera-Pragera), kąta dylatacji (dla niestowarzyszonego prawa płynięcia w modelach Mohra-Coulomba i Druckera-Pragera), parametrów modelu Willama-Warnkego (w wersji 5 parametrowej).

Rozdział 5. „Przykłady obliczeń” opisuje symulacje numeryczne przeprowadzone przy użyciu podejścia opisanego w rozdziale 4. Wszystkie symulacje wykonano stosując dla betonu model materiału opisany w rozdziale 3. w trzech wersjach: a) z powierzchnią plastyczności Mohra-Coulomba, b) z powierzchnią plastyczności Druckera-Pragera, c) z powierzchnią plastyczności Willama-Warnke (wersja 5-parametrowa). W wersjach a) i b) użyto niestowarzyszonego prawa płynięcia plastycznego (kąt dylatacji o mniejszej wartości niż kąt tarcia wewnętrznego), w wersji c) użyto stowarzyszonego prawa płynięcia plastycznego.

Zaproponowane podejście zostało zweryfikowane poprzez porównanie obliczeń numerycznych z wynikami badań tajwańskich Yina i współpracowników [126, 127]. Badane przekroje miały kształt kwadratowy i różniły się sposobem zbrojenia poprzecznego: użyto standardowych strzemion wielociętych lub zbrojenia spiralnego (zwoje) w różnych konfiguracjach.

Pozostałe symulacje numeryczne przedstawione w rozdziale 5 nie zostały zweryfikowane eksperymentalnie. Autor przeanalizował nośność przekrojów kwadratowych, prostokątnych i kołowych w zależności od stopnia zbrojenia poprzecznego, badał także efektywność skrępowania dla różnej proporcji długości boków w przekrojach prostokątnych. Następnie Autor przeprowadził analizę wpływu ukształtowania zbrojenia poprzecznego na nośność przekroju kwadratowego. Obliczenia przeprowadzone zostały dla strzemion dwu i wielociętych w różnych konfiguracjach lub zbrojenia spiralnego (zwoje) także w różnych konfiguracjach. Dalej Autor przeanalizował nośność przekroju w kształcie litery L przy różnym zbrojeniu poprzecznym: standardowe strzemiona lub układ zwojów, a także przekroju pierścieniowego (dwa różne wymiary otworu wewnętrznego).

Rozdział zamyka bardzo szczegółowe podsumowanie otrzymanych wyników. Dodatkowo przeprowadzono porównanie wyników symulacji numerycznych przeprowadzonych dla słupa kwadratowego ze zbrojeniem strzemionami dwuciętymi z procedurami obliczeniowymi opisanymi w rozdziale 2. w liczbie 30 (Tablica 5.8).

Rozdział 6. „Podsumowanie” stanowi rekapitulację pracy. Autor przypomina przyjęte założenia, zastosowaną metodykę i otrzymane wyniki. Jako wnioski podaje, że model Willama-Warnkego wiarygodnie opisuje wyniki doświadczalne, ale charakteryzuje się największym kosztem obliczeniowym, z kolei model Mohra-Coulomba wg Autora „*jest niedostatecznie uniwersalny, a jego wykorzystanie powinno być ograniczone do przekrojów ze zbrojeniem poprzecznym w formie okręgów*” (str 144). Jako „*stosowny kompromis*” Autor proponuje stosowanie modelu Druckera-Pragera. Autor nie przedstawia żadnych propozycji dalszego rozwoju tematu.

„Dodatek” składa się z czterech podrozdziałów. Pierwszy omawia podstawowe pojęcia z mechaniki wykorzystane w pracy (tensor naprężenia, jego niezmienniki, itd.), drugi całkowanie przyrostowych równań konstytutywnych metodą jawną (explicit), trzeci równania Prandtla-Reussa (użyte do opisu stali). Ostatni podrozdział ma odrębny charakter i stanowi analizę parametryczną wpływu stałych materiałowych betonu i stali na efektywność skrępowania.

#### **4. Zastosowana metodyka i wyniki otrzymane w pracy**

Przyjęte modele materiału (idealna plastyczność) w bardzo uproszczony sposób odwzorowują rzeczywiste właściwości betonu. Są wystarczające do oceny nośności granicznej, ale nie potrafią w sposób poprawny opisać rzeczywistych odkształceń przekroju –

widać to bardzo wyraźnie w punkcie 5.1 (Rys. 5.1-5.9) gdzie symulacje numeryczne kończą się plastycznym plateau, a rzeczywistość eksperymentalna jest inna.

Przy analizie wzrostu wytrzymałości betonu skrępowanego należy rozróżnić dwa odmienne przypadki: skrępowanie czynne poprzez bezpośrednie przyłożenie naprężeń poprzecznych do elementu (co w praktyce może być zrealizowane poprzez sprężenie) i skrępowanie bierne poprzez ograniczenie odkształceń poprzecznych (co jest realizowane poprzez odpowiednio ukształtowane zbrojenie poprzeczne lub gorset z FRP). Do poprawnej symulacji numerycznej skrępowania czynnego wystarczy model materiału z powierzchnią plastyczności (graniczną) w poprawny sposób opisujący wytrzymałość betonu w stanie trójosiowego ściskania, w przypadku skrępowania biernego (a takim zajmuje się praca) dodatkowo konieczne jest poprawne odwzorowanie dylatacji betonu, co wymusza stosowanie plastyczności z niestowarzyszonym prawem płynięcia. Przyjęcie zbyt małej wartości kąta dylatacji będzie prowadziło do tego, że mechanizm skrępowania nie zostanie aktywowany (odkształcenia poprzeczne wymuszone dylatacją będą mniejsze niż w rzeczywistości), z kolei przyjęcie zbyt dużego kąta dylatacji może prowadzić do silnego przeszacowania odkształceń poprzecznych i wywołanych przez nie naprężeń w zbrojeniu poprzecznym, a w efekcie końcowym nośności przekroju. Podstawy fizyczne wspomnianego mechanizmu dobrze opisuje Grassl (Modelling of dilation of concrete and its effect in triaxial compression, *FE in Analysis and Design*, Vol. 40, 2004).

Z punktu widzenia tak przedstawionych wymagań zastosowane w pracy modele materiału nie są dobrze dobrane. Model Willama-Warnkego nie może dawać wiarygodnych wyników z uwagi na zastosowanie stowarzyszonego prawa płynięcia (które przeszacowuje dylatację). Z kolei model Druckera-Pragera, jakkolwiek poprzez zastosowanie niestowarzyszonego prawa płynięcia jest w stanie poprawnie opisać dylatację, w sposób bardzo uproszczony opisuje wzrost wytrzymałości w stanie trójosiowym z uwagi na brak zależności od kąta Lodego (kołowy kształt powierzchni plastyczności na płaszczyźnie dewiatorowej). Niedostatki tych modeli są bardzo dobrze widoczne w przykładach z rozdziału 5. Rys. 5.1-5.9 wskazują, że model Willama-Warnkego daje zawsze największą nośność, w większości przypadków większą niż eksperyment. Z kolei model Druckera-Pragera w sposób niepoprawny przedstawia stan naprężeń w miejscach gdzie w rzeczywistości brak jest efektywnego skrępowania (Rys. 5.31-5.32). O tym problemie wspomina Autor – patrz komentarz na górze str.134: *„Na podstawie wcześniej zebranych doświadczeń można przypuszczać, że w zadaniu, gdzie możemy spodziewać się wystąpienia istotnych obszarów nieefektywnie skrępowanych (wzdłuż długich odcinków prostych na krawędzi rdzenia między punktami przytrzymanymi poprzecznie) stosowanie modelu MC jest bardziej zachowawczym wyborem niż DP ze stożkiem opisanym na ostrosłupie MC (tak jak tu uczyniono), który może skutkować przeszacowaniem nośności w takich przypadkach.”*

Jak wynika z powyższych rozważań – obliczenia numeryczne wykonane przez Autora w punktach 5.1 i 5.2 powinny były zakończyć się odrzuceniem stosowania modeli Willama-Warnkego i Druckera-Pragera (w wersjach przyjętych w pracy) i skupieniem się wyłącznie na modelu Mohra-Coulomba. Autor zdaje sobie sprawę z różnic wyników symulacji numerycznych otrzymanych przy użyciu wszystkich trzech modeli i w sposób szczegółowy i rzetelny opisuje te różnice w podrozdziale 5.6 „Podsumowanie” (punkty 5.-8.), niestety nie potrafi ich odnieść do rzeczywistości i zdobyć się na odrzucenie wyników niezgodnych z rzeczywistością. Z kolei wnioski Autora przedstawione w rozdziale 6. stanowiącym

podsumowanie całej pracy (patrz punkt 3. recenzji) po prostu ignorują rzeczywistość eksperymentalną i są oczywiście fałszywe.

Dodatkowym problemem są przyjęte parametry stosowanych modeli. Dla modelu Mohra-Coulomba Autor przyjął kąt tarcia wewnętrznego równy 37 stopni, a kohezję wyznaczył tak, aby osiągnąć oczekiwaną wytrzymałość betonu na ściskanie (str. 75). Przyjęcie wartości 37 stopni dla kąta tarcia wewnętrznego jest równoznaczne z przyjęciem stosunku wytrzymałości betonu na ściskanie do wytrzymałości na rozciąganie  $m = 4.0$  co w oczywisty sposób jest sprzeczne z rzeczywistością. Być może wartość wytrzymałości na rozciąganie nie jest istotna w przeprowadzonych symulacjach; Chen [19] stwierdza, że wartość  $m = 4.1$  wynika z doświadczeń Richarta i współpracowników [96] (czyli jest właściwa w stanie trójosiowego ściskania). Problem mógłby być rozwiązany w sposób ogólny poprzez uzupełnienie modelu Mohra-Coulomba kryterium Rankine'a (patrz Chen [19], punkt 5.9.2).

Dla modelu Willama-Warnkego Autor wykorzystał kalibrację stałych materiałowych według źródłowej pracy [124], gdzie za badaniami Launaya i Gachona przyjęto stosunek wytrzymałości betonu na dwuosiowe równomierne ściskanie do wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie równy 1.80. W świetle badań Kupfera jest to wartość silnie zawyżona i powoduje, że model zawyża wytrzymałość betonu w płaskim stanie naprężenia. W związku z tym już w pracy [124] zaproponowano alternatywną kalibrację z wartością omawianego stosunku 1.30 (Fig. 7), z kolei w książce Chena i Hana „*Plasticity for Structural Engineers*” (1988) przedstawiono kalibrację dla wartości 1.15 dobrze dopasowaną do badań Kupfera (Fig. 7.11).

Autor poświęcił mało uwagi wartości kąta dylatacji (str. 77). Jak wspomniano wyżej jest to parametr bardzo ważny; liczne przykłady opisywane w literaturze świadczą o jego istotnym wpływie, rzędu nawet kilkudziesięciu procent, na otrzymaną nośność. Dyskusja na ten temat jest bardzo szeroka, proponowane są bardzo różne wartości (zdaniem Recenzenta dobrym punktem startowym do studiowania tematu jest praca Vermeera i de Borsta [120], a proponowany tam zakres wartości 15-20 stopni właściwy dla betonu). Autor stosuje w obliczeniach arbitralnie przyjętą wartość 30 stopni. Problem polega na tym, że model Mohra-Coulomba przy przyjętych przez Autora wartościach stałych materiałowych umiarkowanie poprawnie odwzorowuje wyniki eksperymentalne badań tajwańskich Yina i współpracowników [126, 127] dla betonu o wytrzymałości na ściskanie 34.4 MPa, ale zupełnie zawodzi dla betonu o wytrzymałości na ściskanie 68.7 MPa (oczywiście wyniki dla modeli Druckera-Pragera i Willama-Warnkego są jeszcze gorsze!). Autor zdaje sobie sprawę z problemu – wspomina o nim w rozdziale 2. (str. 38) i rzetelnie opisuje go w rozdziale 5. (str. 97, punkt 1.). Niestety Autor nie próbuje ani podać mechanizmu fizycznego powodującego niezgodność symulacji numerycznych z eksperymentem, ani rozwiązać zaistniałego problemu; przedstawia natomiast niezrozumiały komentarz: „*brak w tym zakresie uniwersalności modelu obliczeniowego była przewidywaną i przedstawioną w tezie badawczej konsekwencją przyjętych na wstępie założeń*”. Używając opisanego przez Grassla mechanizmu fizycznego można wyjaśnić analizowany problem prosto – betony o wysokiej wytrzymałości mają wyraźnie mniejszą dylatację niż betony zwykłe – odkształcenia poprzeczne wymuszone dylatacją są małe i nie prowadzą do uplastycznienia zbrojenia poprzecznego. Zdaniem recenzenta zmniejszenie wartości kąta dylatacji mogłoby znacznie poprawić wyniki.

Podsumowując wszystkie powyższe uwagi – zdaniem recenzenta Autor wybrał niewłaściwy tok postępowania. Wyniki otrzymane w punktach 5.1 i 5.2 (co najwyżej umiarkowana

zgodność z eksperymentem, trudności z odtworzeniem obszarów nieefektywnie skrępowanych) powinny były skłonić Autora do krytycznej analizy przyjętych modeli materiału, ich odrzucenia lub ulepszenia, następnie analizy wrażliwości otrzymywanych rezultatów na przyjmowane wartości stałych materiałowych (analiza parametryczna), a na końcu szerszej weryfikacji eksperymentalnej. Zamiast tego Autor przeprowadził obszerną i szczegółową analizę numeryczną następnym przypadków bez jakiegokolwiek weryfikacji eksperymentalnej. Tak otrzymane wyniki nie są wiarygodne, a czytelnik, który chciałby je wykorzystać w praktyce projektowej stanie przed zagadnieniem nie do rozwiązania: we wszystkich rozpatrywanych przypadkach każdy z trzech zastosowanych modeli daje inną wartość nośności granicznej – więc która z nich to ta prawdziwa?!

Osobnym zagadnieniem jest dyskusja czy Autor wybrał właściwą drogę rozwiązania postawionego problemu poprzez samodzielną implementację znanych modeli materiału do programu FENAP. Idąc tą drogą Autor z pewnością zebrał bardzo duże doświadczenie w samodzielnym rozwiązywaniu skomplikowanych zagadnień z mechaniki betonu i wykonał bardzo dużą pracę – recenzent docenia to. Od dłuższego czasu istnieją jednak w komercyjnych pakietach MES gotowe modele materiału dla betonu lepiej opisujące rzeczywiste właściwości materiału (niestowarzyszone prawo płynięcia plastycznego i powierzchnia plastyczności zależna od kąta Lodęgo dobrze opisująca wytrzymałość betonu przy trójosiowym ściskaniu). Przykładem takich modeli może być model Concrete Damaged Plasticity (CDP) oparty na pracach Lubliner i współpracowników, a także Lee i Fenvesa dostępny w pakiecie Abaqus lub model Cervenki i Papanikolaou zaimplementowany w pakiecie ATENA. Używając tego ostatniego modelu jego autorzy przeprowadzili symulacje numeryczne dla osiowo ściskanego słupa skrępowanego badanego przez Sheikha i Uzumeri [111] (te badania Autor szczegółowo opisuje w pracy) uzyskując zdecydowanie lepszą zgodność z eksperymentem niż Autor – Cervenka, Papanikolaou „Three dimensional combined fracture–plastic material model for concrete”, (*Int Journal of Plasticity*, Vol. 24, 2008, Fig. 24-25). Tak więc wydaje się, że Autor mógłby osiągnąć znacznie lepsze rezultaty przy wyraźnie mniejszym nakładzie pracy własnej używając oprogramowania komercyjnego.

## 5. Redakcja merytoryczna i formalna pracy

Praca jest napisana z dużą starannością i widać duży wysiłek Autora aby szczegółowo i rzetelnie opisać wszystkie omawiane zagadnienia. Niestety redakcja pracy jest nieco chaotyczna. Rozdział 2. przedstawia najpierw podejścia normowe, potem opisuje pracę Richarta z roku 1929, a pionierska praca Considere’a z roku 1903 pojawia się dopiero na początku rozdziału 3. i to w przypisie. W punkcie 2.4 „Symulacje numeryczne” brak jest wielu współczesnych pozycji związanych zwłaszcza ze słupami z gorsetem FRP i słupami stalowymi wypełnionymi betonem (CFST), cytowane są natomiast pozycje wyraźnie niezwiązane z tematem, np. [63, 65, 66].

W rozdziale 3 dokonano przeglądu kryteriów plastyczności, potraktowano jednak bardzo pobieżnie niestowarzyszone prawo płynięcia plastycznego i nie podano żadnego jawnego wzoru na potencjał plastyczności – a przecież prac przedstawiających nowe oryginalne sformułowania potencjału plastycznego dla betonu jest stosunkowo dużo! W efekcie nie jest jasne jaki potencjał plastyczny został wykorzystany przez Autora w modelu Mohra-Coulomba: czy jest to także powierzchnia typu Mohra-Coulomba czy Druckera-Pragera? Jeśli prawdziwa jest ta pierwsza wersja to jak Autor rozwiązał trudny technicznie problem kierunku płynięcia plastycznego na krawędziach powierzchni (patrz Rys. 5.19); czy stosowano tu podejście Koitera?

Opisy funkcji kształtu, ich pochodnych i punktów całkowania (rozdział 4.) to wiedza znana, nie wnosząca nic nowego do tematu – przedstawiony opis ma charakter podręcznikowy i nie przystaje do koncepcji doktoratu jako pracy naukowej. To samo dotyczy trzech pierwszych punktów „Dodatku”. Dodatkowo przedstawiony w punkcie A.2 jawny (explicit) sposób całkowania przyrostowych równań konstytutywnych jest uważany obecnie za przestarzały i od dawna nie jest stosowany w praktyce obliczeniowej. Jeśli Autorowi chodziło o przedstawienie jawnej postaci macierzy sztywności (co zostało pominięte w punkcie 4.3) to należało się skupić na algorytmicznej macierzy sztywności stycznej (Algorithmic Tangent Stiffness – ATS) występującej w metodzie Eulera wstecz (implicit). Punkt czwarty „Dodatku” to oryginalne studium parametryczne Autora i jego miejsce powinno być w rozdziale 5.

Niestety staranność opuściła Autora przy przedstawieniu bibliografii. Pozycje [5, 22, 23, 27, 32, 39, 46, 48, 57, 64, 67, 76, 79, 86, 93, 103, 107, 108] mają niepełny opis bibliograficzny (tylko rok i tytuł czasopisma, bez tomu, numeru i stron). Pozycja [108] występuje ponownie jako [109]. Razi także brak streszczeń pracy w językach polskim i angielskim.

## **6. Ogólna ocena pracy i wniosek końcowy**

Na podstawie analizy przedstawionej w punkcie 4. recenzji należy stwierdzić, że Autor zrealizował cel pracy i częściowo uzasadnił postawioną przez siebie tezę. Częściowo – bo w opinii recenzenta przedstawione na początku rozdziału 5. symulacje numeryczne tylko w umiarkowanym stopniu są zgodne z wynikami eksperymentalnymi, a następne symulacje z tego rozdziału, jakkolwiek stanowią obszernie i interesujące studium parametryczne, to nie zostały poddane jakiegokolwiek weryfikacji eksperymentalnej i nie są na tyle wiarygodne aby mogły znaleźć zastosowanie praktyczne.

Autor dowiódł w pracy opanowania umiejętności samodzielnego prowadzenia pracy naukowej, w szczególności programowania złożonych modeli materiału i przeprowadzania obszernego programu symulacji numerycznych. Wykazał się przy tym dużą wiedzą teoretyczną. W opinii recenzenta praca spełnia wszystkie wymagania stawiane pracom doktorskim w dyscyplinie Inżynieria Lądowa i Transport, a także te zawarte w Ustawie z dnia 20 lipca 2018 roku „Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce” (art. 187, ust.1) przeto recenzent wnosi o dopuszczenie pracy do publicznej obrony.



Andrzej Winnicki